

AGOSTO DE 2022



UNIVERSIDAD
NACIONAL

“Análisis del comportamiento del precio de
una acción en el mercado de valores argentino
utilizando un modelo ARIMA”

FRANCO FERRARI
LICENCIATURA EN ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS
UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO NEGRO – SEDE ALTO VALLE

DEDICATORIAS Y AGRADECIMIENTOS

Quisiera agradecer a las personas que me acompañaron e hicieron posible la realización de este trabajo. Aquellos que a pesar de la larga y ardua tarea nunca perdieron la fe en mí, continuaron apoyándome y haciendo de esto una experiencia única.

A mis directores, Fabio Maximiliano Miguel y María Fernanda Menni, quienes durante toda la elaboración del trabajo estuvieron pendientes de mis avances y dudas; y siempre disponibles para las correcciones. Jamás lo hubiera logrado sin su ayuda y acompañamiento, muchas gracias.

A mi familia, que siempre creyó que lograría terminar a pesar de las dificultades. Y en especial a mi mujer que me acompaña desde el primer día en este recorrido.

Muchas gracias por todo.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE GENERAL	2
ÍNDICE DE FIGURAS.....	3
ÍNDICE DE TABLAS	3
RESUMEN.....	4
ABSTRACT.....	5
CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN	6
1.1 Antecedentes	6
1.2 Planteamiento del problema	10
1.3 Objetivos	12
1.4 Justificación	12
1.5 Limitaciones del estudio	12
CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO	14
2.1 Sistema Financiero	14
2.2 Análisis de series de tiempo.....	16
2.3 Procesos estocásticos	18
2.4 Procesos estocásticos estacionarios	19
2.5 FAC y FACP.....	20
2.5.1 Función de Autocorrelación (FAC)	20
2.5.2 Función de Autocorrelación Parcial (FACP).....	22
2.6 Ruido blanco y paseo aleatorio	24
2.7 Test de raíz unitaria o prueba de estacionariedad	26
2.8 Modelos AR y MA.....	28
2.9 Modelos ARIMA	30
CAPÍTULO III. MÉTODO Y MATERIALES.....	32
3.1 Tipo de investigación	32
3.2 Participantes	32
3.3 Instrumentos.....	33
3.4 Procedimientos.....	33
CAPÍTULO IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	36
4.1 Modelización.....	36
4.1.1 Identificación	36
4.1.2 Estimación.....	42
4.1.3 Validación	44
4.2 Predicción.....	49
CAPÍTULO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	55
5.1 Conclusiones	55
5.2 Recomendaciones.....	58

BIBLIOGRAFÍA	59
Anexos	63
Anexo I: Estimaciones de los modelos y sus errores	63
Anexo II: QQ Normal e histogramas	69
Anexo III: Comparaciones entre la predicción y los datos reales	70

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.	9
Figura 2.	16
Figura 3.	22
Figura 4.	23
Figura 5.	26
Figura 6.	27
Figura 7:	34
Figura 8:	37
Figura 9:	38
Figura 10:	39
Figura 11:	41
Figura 12:	46
Figura 13:	46
Figura 14:	48
Figura 15:	49
Figura 16:	53
Figura 17:	69

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1:	39
Tabla 2:	40
Tabla 3:	43
Tabla 4:	45
Tabla 5:	47
Tabla 6:	50
Tabla 7:	63
Tabla 8:	70

RESUMEN

En la presente investigación se presentó la estimación estadística por medio de modelos ARIMA – *autoregressive integrated moving average* – (p, d, q) del comportamiento del precio de un activo financiero en el mercado de capitales argentino. El desarrollo implicó basarse en la metodología de modelado de Box y Jenkins, en la que se siguieron las etapas de identificación de las variables intervinientes, la estimación de las mismas y, por último, la aplicación del control y diagnóstico del modelo utilizado. La selección de este tipo de modelo se encontró en la potencialidad del mismo para la elaboración de predicción en el ámbito financiero. A la vez que permitió llevar a cabo un orden en la determinación de los rezagos de precios que influyen el precio presente de los activos financieros. El seguimiento de esta metodología permitió estimar dos posibles configuraciones ARIMA (2,1,2) y ARIMA (4,1,2). Se observó con un nivel del 95% que el modelo que cumple con las características de varianza constante - validada por medio del estadístico de Engle - y funciones de autocorrelación parcial bien comportadas, es el modelo ARIMA (2,1,2) con inclusión de la constante. Siendo este el modelo de mayor poder de predicción por poseer el menor error cuadrático medio. La estimación de este modelo permite afirmar que es aquel que mejor representa datos observados y admite afirmar que el precio de las acciones del grupo GGAL, en el período de 01/02/2016 al 01/01/2018, pueden ser explicados con robustez a través de un modelo ARIMA (p, d, q).

ABSTRACT

In the present investigation, the statistical estimation was presented through ARIMA models – autoregressive integrated moving average (p, d, q) – of the behavior of the price of a financial asset in the Argentine capital market. The development involved relying on the Box and Jenkins modeling methodology, in which the stages of identification of the intervening variables, their estimation and, finally, the application of the control and diagnosis of the model used were followed. The selection of this type of model was found in its potential for forecasting in the financial field. At the same time, it allowed to carry out an order in the determination of the price lags that influence the present price of financial assets. Following this methodology allowed us to estimate two possible ARIMA (2,1,2) and ARIMA (4,1,2) configurations. At a 95% level, it was observed that the model that meets the characteristics of constant variance - validated by means of the Engle statistic - and well-behaved partial autocorrelation functions, is the ARIMA model (2,1,2) including the constant. This being the model with the highest prediction power because it has the lowest mean square error. The estimation of this model allows us to affirm that it is the one that best represents observed data and allows us to affirm that the price of the shares of the GGAL group, in the period from 02/01/2016 to 01/01/2018, can be explained with robustness to through an ARIMA model (p, d, q).

CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

El sistema financiero de un país es el canal por donde circulan los ahorros de los inversores hacia el estado y las empresas que necesitan financiar capital productivo, brindando además distintas alternativas para la administración de sus activos y para la cobertura contra riesgos que enfrentan en sus actividades. Lograr tener un mercado financiero sólido sustentado en una amplia base de inversiones locales es imprescindible para el desarrollo de una economía, ya que logra mejorar las condiciones de financiación de las micro, pequeñas y medianas empresas (MiPyME) a la vez que consigue aumentar su productividad, y crear más alternativas para orientar el ahorro de los particulares hacia el financiamiento empresario y del Estado.

En este marco, surge la motivación de este trabajo, a partir de la preocupación frente a la incertidumbre respecto a la evolución de los precios de los activos financieros en el contexto en la toma de decisiones inversión de cualquier particular que canalice sus ahorros a través del mercado de capitales argentino; o de una empresa que busque financiar capital productivo a través del mismo; o de toda empresa que implemente estrategias de cobertura de riesgos mediante opciones; ya que en todas estas decisiones es clave el pronóstico de precios futuros.

En este sentido, herramientas que permitan explicar el comportamiento de los precios reduciendo la incertidumbre asociada a estas decisiones, arrojan la posibilidad de fortalecer el funcionamiento del mercado financiero, promoviendo un mercado sólido sustentado en inversiones locales que favorezca la estabilidad y la financiación genuina de la actividad económica. Especialmente en una coyuntura económica en la que los mercados de capitales internacionales están relativamente cerrados a nuestro país (hecho que se refleja en elevados niveles de riesgo país), por lo que la financiación de la inversión productiva del estado y las empresas a través del mercado de capitales es clave para el funcionamiento de la economía.

De esta manera, resulta de especial interés el estudio del uso adecuado de las herramientas necesarias para realizar análisis del comportamiento de los precios para poder predecir patrones en su evolución futura. Por esto, en el presente documento se busca modelar estadísticamente los procesos generadores de precios de activos financieros que cotizan en el mercado de capitales argentino, con el fin de explicar su comportamiento y pronosticarlo.

1.1 Antecedentes

Siendo el objetivo del trabajo el estudio de modelos estadísticos que permitan explicar el comportamiento de series temporales de precios de activos en el mercado financiero argentino, es necesario, antes de continuar, revisar conceptos y definiciones que permitan introducir de manera

adecuada los distintos aspectos asociados al entendimiento del paradigma científico vigente para posteriormente poder realizar la descripción del problema de investigación.

En primer lugar, un modelo es una representación abstracta de un sistema o proceso a fin de analizar, describir, explicar y/o predecir ese fenómeno o proceso. En el caso del presente estudio, el modelo pretende explicar y predecir la evolución de una variable observada a lo largo del tiempo, el precio de un activo financiero. En segundo lugar, la construcción de un modelo se encuentra constituida por una serie de fases o etapas generales, entre las que se tienen las siguientes: identificación, estimación y contraste, evaluación y validación, además de constatar que se cumplan los objetivos planteados al momento de planificar el desarrollo del modelo (Fernández Jardón et al., 1997)

Un factor que es de suma importancia para cualquier modelo que se desee desarrollar son los datos u observaciones, esto como consecuencia de que la calidad del resultado será directamente proporcional a la calidad de los datos utilizados. En el caso de hacer uso de datos sin la calidad adecuada, se obtendrán resultados totalmente alejados de la realidad.

Otro aspecto fundamental del desarrollo de un modelo es el proceso de validación, el cual tiene como principal objetivo confirmar que el modelo sea aceptable desde el punto de vista técnico.

También, es necesario desarrollar el concepto de una *proyección*, la misma se define como “una estimación cuantitativa de uno o varios factores (variables) que conforman un evento futuro, con base en información actual o del pasado” (Villarreal, 2016) Las proyecciones son muy importantes en todos los aspectos técnicos, debido a que permite conocer de manera estimada cual será el comportamiento de un determinado conjunto de variables, con la finalidad de apoyar en la toma de decisiones en distintos ámbitos.

Con la finalidad de generar proyecciones más certeras, es necesario que se utilicen y analicen rangos de datos del pasado. Generalmente entre mayor sea el rango de datos, el resultado será mejor. De esta forma se genera una relación directamente proporcional entre magnitud del rango analizado y calidad del resultado que pueda generarse.

Los métodos cuantitativos de proyecciones pueden ser utilizados con un mayor nivel de certeza cuando:

“se dispone de información pasada sobre la variable que se pronosticará; la información puede cuantificarse; es razonable suponer que el patrón del pasado seguirá ocurriendo en el futuro. En estos casos puede elaborarse un pronóstico con un método de series de tiempo o un método causal.”(Villarreal, 2016).

Siendo la explicación y proyección de la evolución de las observaciones del precio de un instrumento financiero en distintos instantes en el tiempo lo que motiva el proceso de modelización en el presente estudio, el principal objetivo de los modelos será explicar un determinado patrón en los datos u observaciones, de forma que, puedan ser extrapolados hacia el futuro. Este tipo de método se basa en valores del pasado relacionados con la variable que se desea proyectar.

En la literatura especializada existe estudios científicos que utilizaron distintos tipos de modelos paramétricos para cumplir con la motivación del presente trabajo.

En principio, los modelos tradicionales relacionados al estudio de la evolución de precios de activos financieros eran los modelos de promedios móviles, de promedios móviles ponderados, de suavización exponencial, de proyección de tendencias y de proyección de tendencias ajustadas por influencia estacional (Villarreal, 2016). Posteriormente, los modelos autorregresivos marcaron una nueva generación de modelos con dicho propósito, su fundamento estaba en el análisis las propiedades probabilísticas de las series financieras. En los 70's Box y Jenkins propusieron una metodología para la construcción de modelos autorregresivos (técnicamente conocidos como modelos ARIMA). Naylor (1972) observaron que la precisión de los modelos obtenidos mediante esta metodología era significativamente mejor que la de otros modelos. Lesseps y Morell (1977) la utilizaron para probar que el precio de los activos financieros seguía una tendencia a largo plazo con fluctuaciones a corto plazo. Pankratz (2009) estudió casos univariados del método de Box-Jenkins en varios campos. Bagherifard (2012) estudió la aplicación de la metodología para proyectar precios de acciones. Rotela (2014) pudo identificar el modelo para obtener un pronóstico a corto plazo para el Índice Bursátil Bovespa utilizando la metodología Box Jenkins. Jin (2015) utilizó esta metodología para modelar la evolución y proyectar los precios de cierre de las acciones del índice de precios de las acciones de Shanghai.

Por otro lado, también existen aportes como el realizado por Parody Camargo, Fontanilla y Luna (2012) que sobre la aplicación de diferentes modelos no lineales de la familia ARCH –*Autoregressive conditional heteroscedasticity*– para estimar la volatilidad de los activos financiero en la bolsa de valores de Colombia. Los hallazgos encontrados por parte de los autores, es que la aplicación de un modelo AR (1) fue el que mayor nivel de adecuación tuvo a la serie de cotizaciones diarias del mercado de capitales de Colombia, siendo que la característica de estas series fue la heterocedasticidad, que llevó a la aplicación de una metodología ARCH para eliminar la volatilidad.

Un aporte realizado en el contexto del mercado de capitales local es el de Maradona y Balaco (2011), quienes buscaron la modelización y predicción, por medio de series de tiempo de los índices Merval y DOW JONES en el período comprendido entre 1995-2006, utilizando modelo

autorregresivo integrado de medias móviles en comparación con modelos de redes neuronales. Los resultados obtenidos demuestran que los modelos utilizados en el mercado financiero argentino, lograron alcanzar una predicción con un 63% de aciertos de los valores ocurridos en la serie.

Finalmente se destacan el trabajo de Mohamed y Senthamarai (2018) y el de Wadhawan y Singh (2019). Autores que también aplicaron la de Box-Jenkins para construir modelos precisos para proyectar el precio de cierre diario de activos de la Bolsa Nacional de Valores de India (*Nifty 50*). Por su parte Wadhawan y Singh (2019) utilizaron estos métodos y sus pronósticos para estimar la volatilidad en el contexto de la cobertura de riesgos .

Sintetizando, en primer lugar, existen distintos modelos paramétricos que permitieron explicar las propiedades probabilísticas de procesos generadores de precios de activos financieros en diferentes contextos. En segundo lugar, la metodología de Box-Jenkins ha obtenido buenos resultado y puede ser útil a los fines de determinar qué modelo es el más adecuado para un contexto en particular.

La metodología de Box-Jenkins busca determinar la estructura del modelo que explica el comportamiento estocástico de una variable en función de los valores pasados de la misma variable, partiendo de los valores observados en la serie temporal (Rosales et al., 2009). Como se verá en los capítulos III y IV, permite la identificación de los componentes autorregresivos, del orden de diferenciación y de componentes de medias móviles del modelo en cuestión.

Esta metodología se encuentra conformada por cuatro etapas esenciales para su normal funcionamiento, entre las que se tienen la: Identificación del modelo, Estimación de parámetros, validación y pronóstico.

Figura 1.

Etapas generales de la elaboración de un modelo.



Fuente: (Gujarati, 2010)

Estas etapas serán desarrolladas detalladamente en el capítulo IV, durante su aplicación a un caso de estudio del tema propuesto – para explicar el comportamiento del precio de las acciones de una empresa que opera en el mercado de capitales argentino–.

Se espera que el modelo resultante sea útil para la predicción y el análisis de aquellas propiedades probabilísticas o de tipo estocásticas relacionadas con las series de tiempo estudiadas. Es decir, que el modelo de predicción desarrollado a partir de la aplicación de la metodología Box y Jenkins tenga la capacidad de utilizar los factores y variables relacionadas con las series de tiempo de forma que se visualice un patrón de comportamiento. Esto es, que cumpla con el objetivo fundamental de dicha metodología, según (Rosales et al., 2009)

El objetivo de la metodología Box–Jenkins es identificar y estimar un modelo estadístico que puede ser interpretado como generador de la información de la muestra. En este sentido, si el modelo estimado es usado para la predicción debe suponerse que las características de la serie son constantes en el tiempo, especialmente para los periodos futuros. Por lo tanto, la predicción se efectúa sobre una base válida considerando que el modelo es estacionario o estable (p. 1).

La implementación de esta técnica ha evolucionado a través del tiempo y distintos autores, adaptándose a las condiciones que se presentan en los mercados financieros, su volatilidad y aspectos de comercialización relacionados. Posibilitando resultados predictivos confiables e insesgados, es decir, posibilitando la obtención de modelos que permitan la explicación más asertiva de la realidad observada.

1.2 Planteamiento del problema

Como se describió en la parte introductoria de este capítulo, el interés en estudiar el comportamiento de los precios en las transacciones de instrumentos financieros del mercado de capitales argentino, es motivado por la preocupación frente a la incertidumbre presente en la toma de decisiones de cualquier inversor particular que canalice sus ahorros a través del mercado de capitales; o de una empresa que trate de financiar capital productivo o que implemente estrategias de cobertura de riesgos mediante opciones financieras sobre acciones, divisas, tasas de interés, etc. Por ejemplo, en el contexto de estrategias de cobertura de riesgos mediante opciones financieras sobre acciones, las opciones le darían a su tenedor el derecho de comprar o vender las acciones (el *activo subyacente*) a un *precio pactado* en una fecha futura determinada, a cambio de una prima para cubrirse ante las variaciones del precio en cuestión. Por lo tanto, para poder diseñar una buena estrategia de cobertura, es necesario estimar y pronosticar el comportamiento de los precios de las acciones, de allí el interés por el desarrollo de modelos que contribuyan a explicar su evolución.

Es decir, en toda decisión de inversión, financiación o cobertura, es clave el pronóstico de precios, por lo que herramientas que permitan explicar y predecir el comportamiento de los precios reducirían la incertidumbre asociada a estas decisiones, arrojando la posibilidad de fortalecer el funcionamiento del mercado financiero, promoviendo un mercado sólido sustentado en inversiones locales que favorezca la estabilidad y la financiación genuina de la actividad económica.

Por otro lado, de la revisión de los antecedentes y aportes de los diferentes estudios expuestos en el punto anterior, se desprende que los precios de las acciones no surgen de procesos estocásticos con las propiedades probabilísticas de estacionariedad. Es decir, la estabilidad o inestabilidad a corto plazo, se relaciona con el comportamiento pasado próximo del precio y los factores que lo determinaron, esto, implica que a partir de un sobresalto se produce una variabilidad que dura un cierto período de tiempo, tras la cual se vuelve a otro nivel de cierta estabilidad. El problema para la predicción en este contexto, es que ni la tendencia de la variable a través del tiempo ni su variabilidad se reflejan en una media y una varianza estables, por esta razón, es necesario interpretar este comportamiento mediante un modelo que logre explicar estas características.

Los modelos tradicionales son incapaces de explicar estos aspectos que suelen estar presentes en las series financieras, por ejemplo, que la varianza cambie conforme el nivel de la serie cambia; que la media no evolucione de forma estable, sino que se den cambios sistemáticos en su nivel; y/o que las autocovarianzas dependan del número de periodos de separación entre las variables y del tiempo.

Por lo tanto,

el problema pasa por identificar un modelo que permita explicar este tipo de características en la serie de precios de las acciones de una empresa que cotice en el mercado de capitales argentino a los fines de poder realizar estimaciones robustas.

A la luz de los antecedentes expuestos en el punto anterior, se plantea que un modelo que recoja esta situación se podría obtener a partir de la aplicación de la metodología *Box – Jenkins*, que permite identificar el modelo autorregresivo integrado de media móvil adecuado para explicar dicho proceso.

Por esta razón, en el presente trabajo se lleva a cabo un estudio de caso en el que se realiza una aplicación de la metodología *Box-Jenkins* para modelar el comportamiento del precio de las acciones de la empresa *Grupo Financiero Galicia S.A.* que cotiza en el Mercado de Capitales Argentino durante el período que va desde enero de 2016 hasta enero de 2018.

1.3 Objetivos

Con la finalidad de guiar el proceso de investigación, se proponen una serie de objetivos, los cuales tienen como principal finalidad garantizar que sean cumplidas las etapas necesarias para poder ofrecer una posible solución a la problemática de interés.

1.1.1 Objetivo general

Analizar el comportamiento de los precios de activos financieros argentinos, a través de los modelos de series temporales -ARIMA - en tanto herramienta adecuada de análisis.

1.1.2 Objetivos específicos

OE1: Determinar cuál es el modelo que explica el precio de la acción del *Grupo Financiero Galicia* en el mercado de valores argentino entre enero de 2016 y enero de 2018.

OE2: Aplicar el modelo determinado en OE1 para la predicción del comportamiento del precio de la acción GGAL.

1.4 Justificación

Como se desprende de la exposición introductoria al planteo del problema, la justificación de la importancia de la investigación se fundamenta en la relevancia de estudiar la adecuada aplicación de herramientas que permitan explicar las características procesos estocásticos generadores de la serie de precios de un activo financiero, a los fines de reducir la incertidumbre presente en la toma de decisiones de cualquier inversor particular que canalice sus ahorros a través del mercado financiero. Además, cabe destacar que existen muy pocas publicaciones en las que se estudie la aplicación adecuada de este tipo de herramienta para el caso del mercado de capitales argentino.

Determinar la configuración del modelo más adecuado para la predicción del comportamiento del precio de las acciones, mediante el uso de la metodología diseñada por Box y Jenkins, posibilita realizar un diseño eficiente, el cual permite llevar a cabo pronósticos con un rango de incertidumbre técnicamente aceptable, de manera que, puedan generarse soluciones adaptadas a las necesidades presentadas por la situación analizada. Por estas razones, la presente investigación se focaliza en el estudio y aplicación adecuada de este tipo de herramienta de apoyo a la toma de decisiones financieras.

1.5 Limitaciones del estudio

Respecto al alcance y limitaciones del estudio, es importante destacar que sea ha acotado el alcance del estudio para que sea adecuado a la aplicación de contenidos disciplinares de grado, específicamente en lo pertinente a la estadística y las finanzas en el ámbito de las *Ciencias de la*

Administración. Dejándose como trabajo futuro (a nivel de posgrado), la utilización de estas herramientas en la implementación de estrategias de cobertura de riesgos mediante opciones financieras.

Con el problema bien definido y el alcance bien delimitado (puntos 1.2 y 1.3), no hubo factores que representaran un obstáculo real que influyera sobre la calidad del resultado del proceso investigativo.

Respecto a las limitaciones relativas al investigador o a los recursos (financieros y tiempo) disponibles para llevar adelante el trabajo, solo cabe señalar que durante la ejecución del presente se vivió la pandemia COVID-19, hecho que tuvo su impacto sobre el cronograma de actividades del trabajo.

Respecto a los recursos, las bases de datos son de acceso público en Bolsas y Mercados Argentinos (BYMA)¹. Se utilizó software de acceso abierto GNU Octave ^{2 3}, por lo que no se requirieron esfuerzos adicionales para llevar a cabo la investigación.

¹ <https://open.bymadata.com.ar/#/dashboard>

² <https://www.gnu.org/software/octave/index>

³ https://wiki.octave.org/Using_Octave

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

2.1 Sistema Financiero

En la toma de decisiones en el ámbito de las *Finanzas* o la *Administración Financiera*, las variables, ya sean tasas de interés, precios, tipos de cambio, inflación, tasas de descuento, etc., generalmente se presentan en forma de series de tiempo. El estudio de series de tiempo, pasa por entender la estructura estocástica de la población que genera los datos para luego poder realizar pronósticos, es decir, se debe identificar el proceso estocástico que generó los datos. Como se presentó en el capítulo anterior, la presente investigación se aboca al estudio del uso adecuado del instrumental de análisis de series de tiempo en el contexto de la toma de decisiones financieras. En particular, al estudio de modelos estadísticos que permitan explicar los procesos que originan el comportamiento reflejado en estas series de tiempo, con el propósito de ser útil a los fines de reducir la incertidumbre presente en la toma de decisiones de cualquier inversor particular que canalice sus ahorros a través del mercado de capitales argentino o busque financiar capital productivo.

El sistema financiero de un país es el canal por donde circulan los ahorros de los inversores hacia empresas que necesitan financiar capital productivo, brindando distintas alternativas para administración de sus activos y para cobertura contra riesgos que enfrentan en sus actividades. Un mercado financiero sólido sustentado en una amplia base de inversiones locales es imprescindible para el desarrollo de una economía.

El mercado financiero permite realizar las operaciones de inversión, financiamiento de capital productivo y cobertura de riesgos mediante la negociación de diversos instrumentos financieros, como así también contratos sobre materias primas (tales como los metales preciosos o de productos agrícolas), y otros artículos de valor fungible mediante transacciones a través de intermediarios autorizados. En estas transacciones se conjugan diferentes variables relacionadas al precio de los instrumentos, como así también cantidad y el contexto económico entre otros factores.

El mercado financiero más allá de funcionar como un espacio donde se conjugan de manera concreta unidades deficitarias y unidades superavitarias para el intercambio de fondos a través de diferentes instrumentos financieros facilita:

- La financiación de la inversión productiva (en los mercados de capitales)
- la transferencia y cobertura de riesgos (en los mercados de derivados)
- el comercio internacional (en los mercados de divisas).

Un Mercado Financiero puede definirse como un conjunto de mercados en los que los agentes deficitarios de fondos los obtienen de los agentes con superávit. Esta labor se puede llevar a cabo, bien sea directamente o bien a través de alguna forma de mediación o intermediación por el Sistema Financiero. (Nieves Moína, 2019)

Los *instrumentos financieros*, según las normas internacionales de información financiera – NIIF –, son contratos que dan origen a un activo financiero en una empresa y un pasivo financiero o similar creado bajo la forma de valor negociable. Generalmente se identifica a los instrumentos financieros, como el conjunto de documentos, contratos y valores de los que dispone una unidad económica para pagar o financiar sus activos y obtener fondos. En este contexto se encuentran las acciones como activo financiero de interés para diferentes perfiles de inversores. En sí mismas según Nieves Moína (2019) las acciones se definen como títulos de participación y representan la mínima parte en que está representado el capital de una empresa, es una partición indivisa, es decir si se posee el 1% del capital de una empresa, de una S.A., no es posible determinar que parte de la sociedad es propia, no sabrá si es el 1% de los bienes de cambio, de los bienes de uso, solo sabrá que es el 1% de todo el capital, es imposible identificar que parte de la empresa es específicamente de cada socio.

Actualmente, el Mercado de Capitales Argentino está regido por la Ley Nacional N° 26.831 (Ley de Mercado de Capitales., 2012), denominada *Ley de Mercado de Capitales*, que entró en vigencia reemplazando a la Ley 17.811 (*LEY 17.811 del 16/07/68*, s. f.) luego modificada por la Ley 27.440 (LEY DE FINANCIAMIENTO PRODUCTIVO, 2018). El marco legal intenta lograr un encuadre normativo financiero que contribuya al desarrollo de la economía del país mejorando las condiciones de financiación de las micro, pequeñas y medianas empresas (MiPyME) con el fin de aumentar su productividad. Busca abrir e integrar más el mercado de capitales, crear más alternativas para orientar el ahorro público de los particulares hacia el financiamiento empresario y del Estado, fortalecer la protección de los pequeños inversores y simplificar la operatoria; propone un control integral por parte de la Comisión Nacional de Valores de todos aquellos que participen en el mercado de capitales argentino. La Comisión Nacional de Valores se rige por normas que establecen los requisitos que deben cumplir las empresas si quieren emitir acciones u obligaciones negociables, y a su vez reglamenta todos los ámbitos sobre los que ejerce el contralor la Comisión Nacional de Valores, como ser Fondos Comunes de Inversión, Fideicomisos Financieros, etc.

En este contexto, el análisis de la evolución de las series de tiempo de precios que se forman en las transacciones de los instrumentos financieros mencionados, requiere del marco teórico del análisis de series de tiempo y las herramientas que se utilizan para llevarlo a cabo.

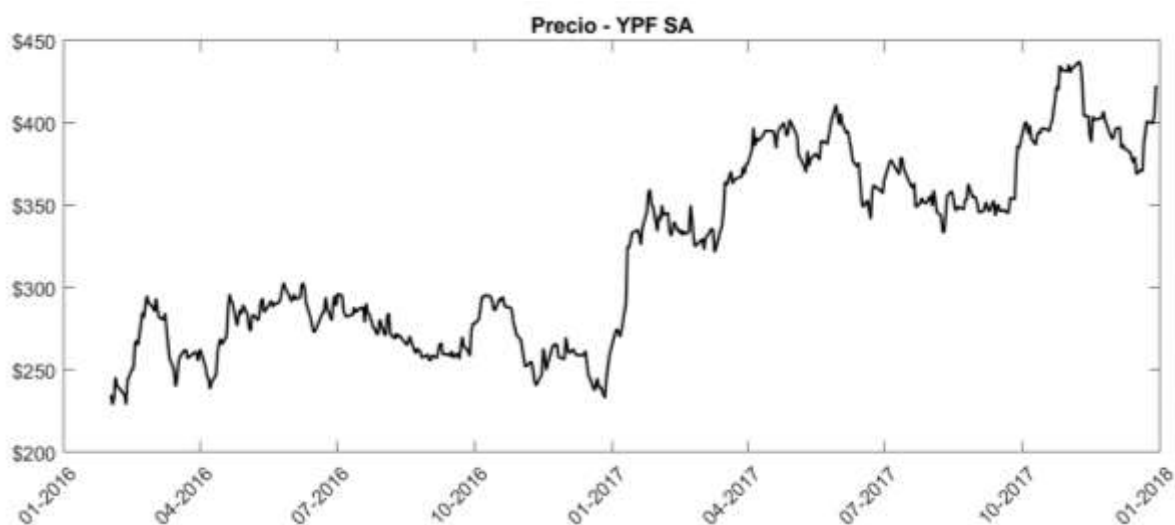
2.2 Análisis de series de tiempo

El análisis de series de tiempo es relevante para la toma de decisiones en administración financiera, y en finanzas en general. Ya que cuando se estudia el comportamiento de alguna variable financiera y la relación de esta con otras a lo largo del tiempo, usualmente los datos se encuentran en forma de series temporales (González, 2009).

El objetivo del análisis de una serie temporal consiste en elaborar un modelo estadístico que logre describir de manera adecuada la procedencia de dicha serie, esto es, las características del proceso que la generó. Un modelo para un proceso es cualquier conjunto de hipótesis bien definidas sobre las características estadísticas de dicho proceso. De esta manera el modelo se utiliza para describir la evolución observada, prever la evolución futura y contrastar alguna teoría propuesta (Mauricio, 2007).

Figura 2.

Evolución del precio de un activo financiero



Fuente: Elaboración propia⁴

Una *serie temporal* son datos de tipo longitudinales recogidos en múltiples periodos, que representan a un único individuo, persona o entidad (Stock y Watson, 2012). Es decir que son observaciones de una variable en distintos momentos del tiempo, generalmente recolectadas en intervalos de tiempo

⁴ En base a datos de Bolsas y Mercados Argentinos (BYMA). Recuperados el 10 de julio de 2021, de <https://open.bymadata.com.ar>

regulares. Dettling (2016) indica que una serie temporal es la realización de un conjunto de variables aleatorias o estocásticas $\{Y_t, t \in T\}$ donde T es la cantidad de veces en las cuales fueron observadas.

Al trabajar con series temporales, es importante representar en un gráfico la evolución de la variable a lo largo del tiempo, como puede observarse el ejemplo en la Figura 2:

En las series temporales es importante tener en cuenta que el supuesto de independencia no se sostiene como en los modelos clásicos, o de manera equivalente, que la dependencia de las muestras es de interés para su estudio. Además, el orden de las observaciones es fundamental (González, 2009). Según Mauricio (2007), se sostiene que la importancia del análisis en las series de tiempo radica en la necesidad de utilizarlo para determinar cuál es el modelo estadístico que se adecúa de manera más certera a la realidad, en función de las implicancias teóricas que presenta el modelo. En este sentido, el autor ahonda aún de manera más profunda definiendo lo que se conoce como modelo en el ámbito estadístico, como el conjunto de propiedades estadísticas sobre las cuales cada componente que tiene el proceso que generó la serie de tiempo cumple una función, tiene una característica particular y es posible de expresar mediante alguna expresión matemática.

La metodología tradicional para el estudio de las series de tiempo se basa en la descomposición en sus componentes elementales:

$$Y = T + S + C + \varepsilon$$

Tendencia (T): Es la dirección general de la variable. Es decir, el cambio a largo plazo de la media de la serie, la cual puede ser creciente o decreciente.

Variación Estacional (S): O estacionalidad, corresponde a las fluctuaciones periódicas que presenta la variable.

Variación Cíclica (C): Esta componente refleja los movimientos ondulatorios en un mediano plazo.

Componente Aleatoria (e): Representa la diferencia entre los valores observados y predichos o bien, la parte determinística. Completando e incluyendo la aleatoriedad a la variable.

El enfoque clásico del estudio de las series de tiempo supone que la componente aleatoria es incapaz de alterar la parte sistemática. Es decir que, sin considerar lo importante que sea este shock aleatorio, no modifica el comportamiento de la serie; la cual está determinada por sus componentes sistemáticas (Urbisaia & Brufman, 2001).

Ya hace varios años que el tratamiento tradicional descripto se ha dejado de utilizar, debido a la rigidez de la estructura propuesta para componentes de la serie de tiempo. Es así como apareció un tratamiento moderno de las series de tiempo donde la aleatoriedad no se considera independiente del componente sistemático (Urbisaia & Brufman, 2001).

2.3 Procesos estocásticos

Habiendo introducido el concepto del tiempo dentro del análisis, al conjunto de variables indexadas en el tiempo se lo conoce como proceso estocástico. Un *proceso estocástico* (PE) puede ser definido como una secuencia de variables aleatorias que dependen de un parámetro o de un argumento y, en el contexto del análisis de series de tiempo, el argumento es el tiempo t .

Entonces, en un *PE* hablamos de una variable aleatoria Y para cada momento del tiempo t , en el que la variable es capaz de tomar un conjunto de valores con cierta probabilidad. Mientras que al hablar de la serie temporal, hacemos referencia a una serie de valores o datos observados (conocidos), es decir, a una muestra obtenida de dicho proceso estocástico (García, 2011).

Los PE pueden ser clasificados según la indexación del tiempo o bien según la escala de medición seleccionada. La clasificación según la indexación del tiempo permite distinguir a un *PE de tiempo discreto* de un *PE de tiempo continuo*. Entendiendo un *PE de tiempo discreto* como aquel en el que la variable temporal (argumento) toma solo valores discretos, usualmente números naturales. Este tipo de PE se puede representar de la forma Y_t . Por otro lado, un *PE de tiempo continuo*, es aquel donde el tiempo admite un rango continuo, usualmente números reales, y se puede representar como $Y(t)$. (Gujarati, 2010)

En el caso del presente trabajo, el precio de cierre diario de los activos financieros considerados, son un *proceso estocástico de tiempo discreto*. Por lo que en adelante siempre que se haga referencia a un proceso estocástico, implícitamente se referirá a un proceso estocástico en tiempo discreto. La misma aclaración vale para los métodos utilizados para su estudio.

Formalmente se indica a un proceso estocástico con $\{Y_t\}$ donde $t \in \mathbb{Z}$, explícitamente tendríamos:

$$\{Y_t\} = \{\dots, Y_1, Y_2, Y_3, \dots\}$$

Donde Y_t es la variable aleatoria en el momento t .

Finalmente Mauricio (2007) subraya que un PE es una secuencia de variables aleatorias, ordenadas y cronológicamente equidistantes, que representan a una o varias características de una unidad de

observación en diferentes momentos; y que la familia de variables aleatorias que lo conforman tiene una relación entre sí, siguiendo una distribución de probabilidad conjunta.

Como se mencionó anteriormente, el objetivo del análisis de series de tiempo es descubrir, estudiar y utilizar (para la predicción) este mecanismo de generación, llamado formalmente proceso estocástico. Pero desafortunadamente, casi nunca tendremos más información útil que los datos observados en una serie de tiempo (la realización) y debemos aprovechar al máximo la información en ellos contenida.

2.4 Procesos estocásticos estacionarios

El comportamiento de una serie de tiempo, su forma, sus movimientos y su apariencia visual dependen de las características del PE que la produce. Estas características pueden, o no, cambiar en el tiempo. Si cambian con el tiempo es más difícil modelar y más riesgoso hacer predicciones con base en la información provista por los datos de la serie disponible. Pero si no cambian, condición que se conoce como *estacionariedad*, será más fácil modelar y hacer predicciones porque podremos confiar en la estabilidad de la especificación y de los parámetros estimados por fuera de la muestra.

Formalmente, un proceso estocástico $\{Y_t\}$ es *estrictamente estacionario* si sus propiedades estadísticas no cambian con el tiempo (función de distribución acumulativa independiente del tiempo). Es decir, si:

$$F(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = F(Y_{1+h}, Y_{2+h}, \dots, Y_{n+h})$$

Para todo n y rezago h finitos admisibles⁵. (Mauricio, 2007)

Una definición menos restrictiva, y menos difícil de probar, es la de estacionariedad débil. Un proceso es *débilmente estacionario* si solamente los momentos hasta de orden dos (la media, la varianza y las covarianzas) son finitos e independientes del tiempo. Es decir, si:

- $E(Y_t) = \mu$, para todo t . Es decir, la media del proceso Y_t es constante.
- $V(Y_t) = \sigma^2 < \infty$, para todo t . Es decir, la variabilidad del proceso Y_t es constante y finita.
- $Cov(Y_t, Y_{t+h}) = \gamma_h$, para todo t y h . Es decir, la covarianza entre Y_t y Y_{t+h} solo depende de la distancia que hay entre t y $t + h$. Es decir, solo depende de h , no de t .

⁵ Rezago, h : es la cantidad de períodos de tiempo que hay ente el momento t y el momento $t + h$.

Si falla al menos una de las condiciones, se dice que el proceso no es estacionario (Urbisaia & Brufman, 2001) .

La estacionariedad fuerte requiere una mayor cantidad de supuestos los cuales son muy restrictivos para que existan en la práctica, por lo que los supuestos de varianza y media constante dan lugar a un proceso débilmente estacionario. (Gujarati, 2010)

Si una serie temporal no cumple el supuesto de varianza constante, entonces se denomina que la serie es *heterocedástica*. La propiedad de poseer constante la varianza en estadística se denomina *homocedasticidad*. Homo significa igual y cedasticidad es dispersión. (Gujarati, 2010)

Como se mencionó al inicio del apartado, es necesario utilizar series temporales estacionarias si se quiere conseguir métodos de predicción consistentes, ya que se requiere que la estructura probabilística sea estable en el tiempo. (González, 2009)

2.5 FAC y FACP

2.5.1 Función de Autocorrelación (FAC)

Al analizar una serie temporal buscamos encontrar la relación entre una observación en un momento t y otras observaciones cercanas, por ejemplo, en $t - 1$, en $t - 2$, etc. Si encontramos una relación estadística estable entonces podemos utilizar esta información para modelar el proceso o intentar predecir la serie. Una herramienta para este propósito es la *función de autocorrelación (FAC)*. (García, 2011)

Tomando una serie de tiempo **estacionaria** Y_t con media μ , y la misma serie Y_t rezagada h periodos, esto es, Y_{t-h} . Si calculamos la covarianza⁶ entre Y_t y Y_{t-h} se llamaría *autocovarianza* porque es sobre si misma rezagada, y al ser estacionaria $\mu_t = \mu_{t-h} = \mu$, la expresaríamos así:

$$cov(Y_t, Y_{t-h}) = E(Y_t - \mu)(Y_{t-h} - \mu)$$

Si consideramos todos los valores posibles de h obtendremos la *función de autocovarianza*:

$$R(h) = cov(Y_t, Y_{t-h}) = E(Y_t - \mu)(Y_{t-h} - \mu) \quad \text{para todo } h$$

Notar que para $h = 0$ la autocovarianza es la varianza $R(0) = Var(Y_t)$

⁶ Covarianza entre dos variables x e y es: $cov(x, y) = E(x - \mu_x)(y - \mu_y)$. Mide similitud entre dos variables x e y .

Ahora, si calculáramos la correlación⁷ entre Y_t y Y_{t-h} se llamaría **autocorrelación**.

$$\varphi_{Y_t Y_{t-h}} = \frac{\text{cov}(Y_t, Y_{t-h})}{\sqrt{\text{Var}(Y_t) \cdot \text{Var}(Y_{t-h})}}$$

$\varphi_{Y_t Y_{t-h}}$ mide el grado de asociación lineal entre dos variables del proceso separadas h periodos. Es un número sin unidad de medida que oscila entre +1 y -1. Cuando el coeficiente es 0, indica independencia o ausencia de correlación; al aproximarse a 1, la correlación o interacción entre las variables es positiva y cuando es -1, es negativa. (González, 2009)

Nuevamente, si consideramos todos los valores posibles de h obtendremos la **función de autocorrelación (FAC)**

$$r(h) = \varphi_{Y_t Y_{t-h}} = \frac{\text{cov}(Y_t, Y_{t-h})}{\sqrt{\text{Var}(Y_t) \cdot \text{Var}(Y_{t-h})}} \quad \text{para todo } h$$

Al ser estacionaria la variable, $\text{Var}(Y_t) = \text{Var}(Y_{t-h})$ la podemos expresar como:

$$r(h) = \frac{\text{cov}(Y_t, Y_{t-h})}{\text{Var}(Y_t)} = \frac{R(h)}{R(0)}$$

Notar que para $h = 0$ se da $r(0) = \frac{R(0)}{R(0)} = 1$, o sea, la autocorrelación es la máxima posible ya que hablamos de la misma variable (no hay rezago $h = 0$). Por otro lado, si para los demás rezagos (todo rezago $h \neq 0$) las variables no estuvieran correlacionadas, es decir, si no existiera relación y todas las observaciones fueran independientes, se daría $r(h) = 0$ para todo h .

En resumen, si observáramos $r(h) \neq 0$ para algún $h \neq 0$, habríamos encontrado una relación entre el valor que asume la serie en t , Y_t , y el valor que asumió la serie en $t - h$, Y_{t-h} . Entonces podríamos utilizar esta información dada por Y_{t-h} para explicar Y_t .

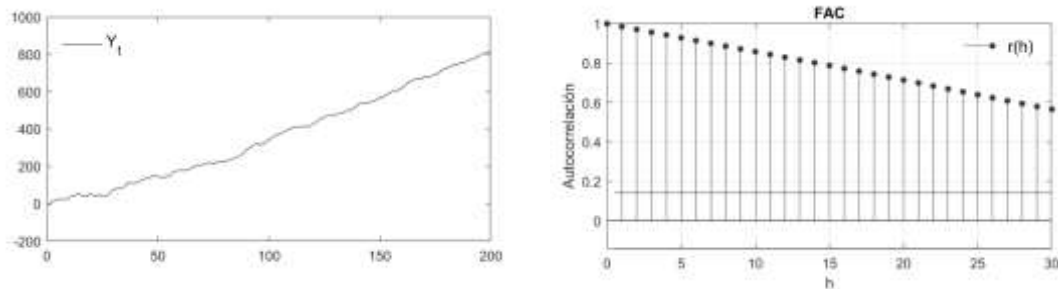
A la representación gráfica de estas autocorrelaciones a partir de una muestra, a los fines de identificar las que son significativamente diferentes de 0, se la conoce como **correlograma**.

Una primera observación al ver un correlograma de una serie no estacionaria (con una tendencia, por ejemplo, ver Figura 3.), es que las autocorrelaciones decrecen lentamente al aumentar h .

⁷ Correlación entre dos variables x e y es: $\varphi_{xy} = \frac{\text{cov}(x,y)}{\sqrt{\text{Var}(x) \cdot \text{Var}(y)}}$. A diferencia de la covarianza, su rango está entre -1 y 1

Figura 3.

Correlograma de una serie no estacionaria.



Fuente: Elaboración propia

Esto se debe a que la mayoría de las diferencias entre los instantes t y $t - h$ ($Y_t - Y_{t-h}$) tienen signo positivo, por lo tanto, el correlograma no nos aporta información que no veamos a simple vista de la gráfica de la serie (sólo nos dice lo obvio, Y crece al pasar el tiempo).

2.5.2 Función de Autocorrelación Parcial (FACP)

Vimos que la FAC mide la relación entre Y_t y Y_{t-h} . Sin embargo, parte de esta relación se debe a los efectos sobre Y_t que se producen en las ocurrencias intermedias entre los instantes t y $t - h$, es decir, por las variables $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-h+1}$. Si quitáramos el efecto de estas variables intermedias, quedaría, la correlación entre Y_t y Y_{t-h} neta de tales efectos. Estas autocorrelaciones netas para todos los rezagos h se conocen como **función de autocorrelación parcial (FACP)**.

La **autocorrelación parcial**, $r_p(h)$, es la correlación de la variable consigo misma entre el instante t y $t - h$, es decir entre la variable Y_t y la Y_{t-h} , luego de suprimir el efecto de los instantes intermedios (Gujarati, 2010). Se representa de la siguiente manera:

$$r_p(h) = \text{corr}(Y_t, Y_{t-h} | Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-h+1})$$

Según Gonzales (2009) el coeficiente de autocorrelación parcial $r_p(h)$ es el último coeficiente de la siguiente regresión lineal:

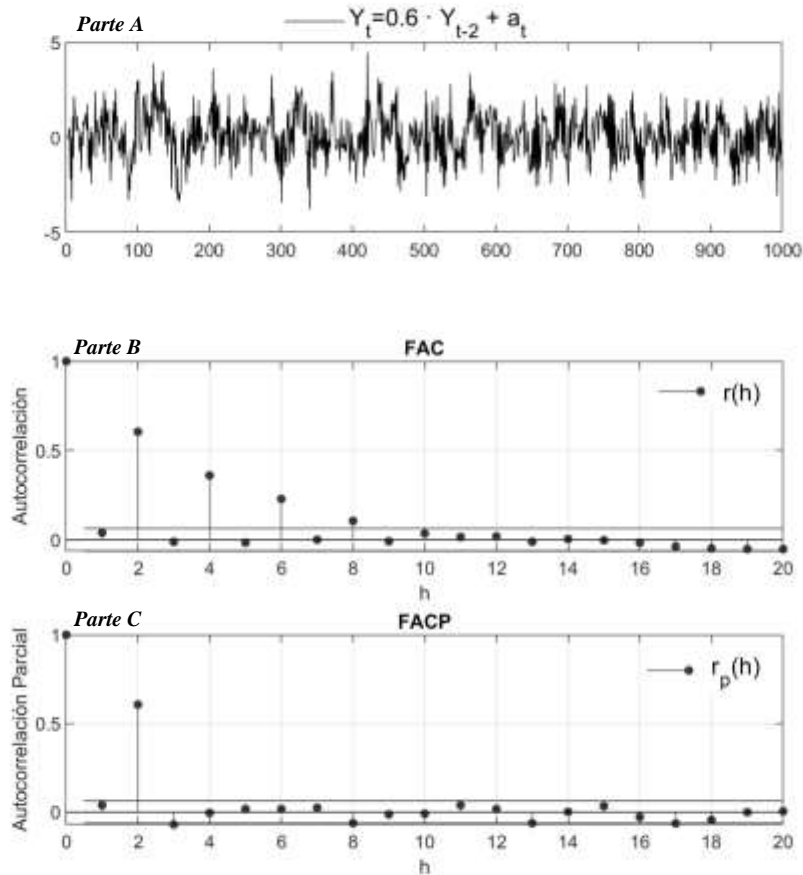
$$Y_t = \alpha + r_p(1) \cdot Y_{t-1} + r_p(2) \cdot Y_{t-2} + \dots + r_p(h) \cdot Y_{t-h} + a_t$$

En la Figura 4 se puede observar un ejemplo gráfico que expone la diferencia entre la autocorrelación y la autocorrelación parcial. El proceso que genera la muestra representada en la parte A, es $Y_t = 0.6 \cdot Y_{t-2} + a_t$. Es decir, Y_t está relacionada con valor dos períodos hacia atrás, Y_{t-2} . El el

correlograma de la FAC (parte B de la Figura 4) muestra autocorrelaciones significativamente distintas de 0⁸ y exponencialmente decrecientes, en los rezagos pares, $r(h) \neq 0$ para algún h pares. Mientras que en el correlograma de la FACP (parte C de la Figura 4), cae después del rezago 2, de hecho, solo es significativamente diferente de 0 la autocorrelación parcial para el segundo rezago $r_p(2)$.

Figura 4.

Ilustración de Correlogramas, FAC y FACP.



Fuente: Elaboración propia

Debido a que la mayoría de las series económicas y financieras presentan cambios de nivel, tendencias o estacionalidades, se puede asegurar que generalmente no van a presentar un comportamiento estacionario.

⁸ Intervalos de confianza del 95 % en $\pm 2/\sqrt{n}$

Las series de tiempo no estacionarias tienen poco valor práctico; ya que solo se puede estudiar el comportamiento durante el periodo en consideración, en consecuencia, no es posible generalizar para otros periodos y por lo tanto no son útiles para propósitos de pronóstico (Gujarati, 2010).

2.6 Ruido blanco y paseo aleatorio

Un proceso de **ruido blanco** es una secuencia $\{Y_t\}$ de variables aleatorias idéntica e independientemente distribuidas con media μ y varianza σ^2 , la cual formalmente se representa como:

$$Y_t = a_t \sim IID (\mu, \sigma^2)$$

Es decir, independientemente de cuál sea su distribución, es idéntica de un momento a otro. Es un proceso fuertemente estacionario. Por lo tanto, también débilmente estacionario como puede verse al calcular sus momentos hasta el orden 2.

$$E(Y_t) = E(a_t) = \mu \quad (\text{es constante, no es función del tiempo})$$

$$V(Y_t) = V(a_t) = \sigma^2 \quad (\text{es constante, no es función del tiempo})$$

$$Cov(Y_t, Y_{t-h}) = \gamma_h \quad (\text{no es función del tiempo, solo de la cantidad de rezagos } h)$$

Cuando cada una de las a_t sigue una distribución Normal, se denomina un proceso de ruido blanco Normal o Gaussiano (Mauricio, 2007). Los procesos de ruido blanco fueron nombrados de tal manera por los ingenieros de sonido y tienen un papel muy importante en la conformación de otros procesos más complejos como los modelos autorregresivos y de promedios móviles (Urbisaia & Brufman, 2001).

Un proceso se denomina **paseo aleatorio** o trayectoria al azar (*Random Walk*), si:

$$Y_t = Y_{t-1} + a_t \quad a_t \sim RB (0, \sigma^2)$$

Donde a_t es ruido blanco. Si se supone que el proceso inicia en el momento cero con cualquier valor arbitrario Y_0 , es decir $Y_0 = Y_0$, se obtiene que:

$$Y_0 = Y_0$$

$$Y_1 = Y_0 + a_1$$

$$Y_2 = Y_1 + a_2 = Y_0 + a_1 + a_2$$

⋮

$$Y_t = Y_{t-1} + a_t = Y_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{t-1} + a_t$$

$$Y_t = Y_0 + \sum_{i=1}^t a_i$$

Puesto que las características del proceso pueden variar a lo largo del tiempo, t , es relevante calcular su media, varianza y covarianza. Al tomar la esperanza de la anterior expresión,

$$E(Y_t) = E\left[Y_0 + \sum_{i=1}^t a_i\right]$$

$$E(Y_t) = E(Y_0) + \sum_{i=1}^t E(a_i)$$

Luego, siendo $E(Y_0) = Y_0$ y $E(a_t) = 0$ dado que $a_t \sim RB(0, \sigma^2)$ la esperanza es:

$$E(Y_t) = Y_0 \quad (\text{es constante, no depende del tiempo})$$

Al calcular su varianza obtenemos:

$$\text{Var}(Y_t) = \text{Var}\left(Y_0 + \sum_{i=1}^t a_i\right)$$

$$\text{Var}(Y_t) = \text{Var}\left(\sum_{i=1}^t a_i\right) = \sum_{i=1}^t \text{Var}(a_i) = \sum_{i=1}^t \sigma^2 = t \cdot \sigma^2$$

$$\text{Var}(Y_t) = t \cdot \sigma^2 \quad (\text{no es constante, crece indefinidamente al aumentar el tiempo})$$

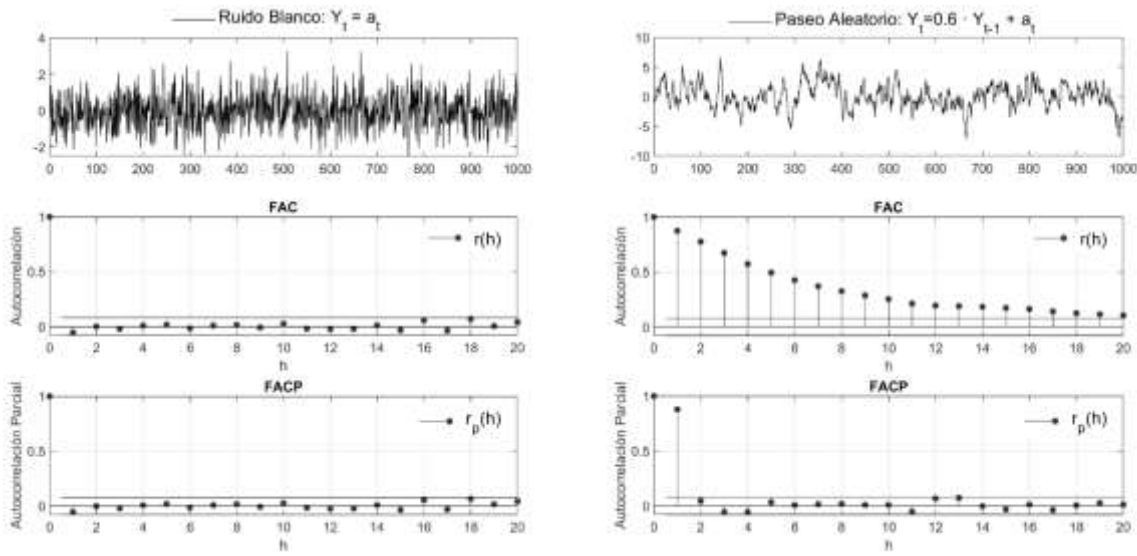
Por lo tanto, la caminata aleatoria no es un proceso estacionario.

La Figura 5 se representa una realización de los procesos ruido blanco y paseo aleatorio, con sus respectivas FAC y FACP.

En el lado izquierdo de la Figura 5 se puede observar las características del proceso ruido blanco. Por definición es estacionario en sentido fuerte. Puede verse que en los dos correlogramas no hay ninguna autocorrelación significativamente diferente de cero.

Figura 5.

Simulación de los procesos: Ruido Blanco y Paseo Aleatorio



Fuente: Elaboración Propia

En el caso del paseo aleatorio (lado derecho de la Figura 5), el correlograma de la FAC decrece lentamente, indicando ausencia de estacionariedad. Además, el correlograma de la FACP, indica como significativamente diferente de 0 la autocorrelación parcial para el primer rezago $r_p(1)$. Es decir, como se esperaba, existe relación entre la variable en el momento t y el momento $t-1$ (ya que la muestra se generó a partir de $Y_t = 0.6 \cdot Y_{t-1} + a_t$). Esta relación, aporta información a los fines de poder explicar y predecir su valor.

Por otro lado, en el caso del ruido blanco, no es pronosticable a partir de su propio pasado porque, por definición, cada Y_t es independiente de los demás rezagos. Es decir, solo obtendremos su media como pronóstico.

2.7 Test de raíz unitaria o prueba de estacionariedad

Para poder indicar si la estacionariedad se cumple o no en el proceso se trabaja con la prueba de raíz unitaria, o prueba de Dickey-Fuller. Dicha prueba busca determinar la existencia o no de raíces unitarias en la serie de tiempo.

La idea detrás de la prueba se puede representar mediante un ejemplo sencillo. Tomando un proceso estocástico como el siguiente (donde el error a_t , es ruido blanco):

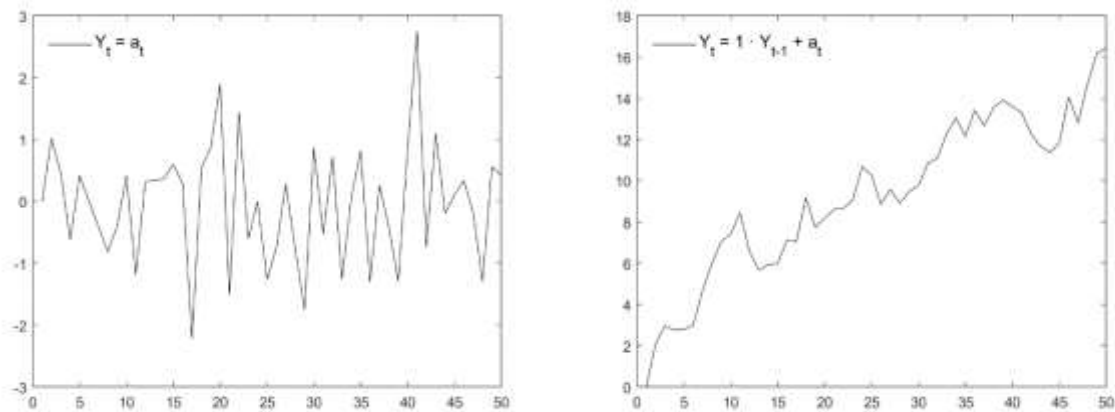
$$Y_t = \rho Y_{t-1} + a_t$$

$$-1 \leq \rho \leq 1$$

Si $\rho = 0$ entonces $Y_t = a_t$, es decir, Y_t es un ruido blanco y por lo tanto, *estacionario* (proceso sin raíz unitaria). Luego, cuando Y_t se acerque a su límite superior o inferior, algo tiende a devolverlo haciendo que el próximo movimiento sea hacia su media (ver lado izquierdo de la Figura 6).

Figura 6.

Simulación de procesos sin raíz unitaria (izquierda) y con raíz unitaria (derecha).



Fuente: Elaboración propia

Si $\rho = 1$ entonces $Y_t = Y_{t-1} + a_t$, es decir Y_t es un paseo aleatorio y por lo tanto, *no estacionario* (proceso con raíz unitaria). El proceso no converge a un valor medio estable a través del tiempo (ver lado derecho de la Figura 6) sino que diverge permanentemente.

Restando Y_{t-1} en ambos lados:

$$Y_t - Y_{t-1} = \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + a_t$$

$$\Delta Y_t = (\rho - 1) Y_{t-1} + a_t$$

$$\Delta Y_t = \beta Y_{t-1} + a_t$$

Donde $\beta = (\rho - 1)$ y Δ es el operador de primeras diferencias.

Luego, si se contrastara la hipótesis nula de que $\beta \geq 0$ ($\rho \geq 1$, raíz unitaria y no estacionariedad), contra la hipótesis alternativa de que $\beta < 0$ ($\rho < 1$) y se rechazara la hipótesis nula, el proceso no tendría raíz unitaria y la serie de tiempo sería estacionaria (Gujarati, 2010).

El test implica computar el estadístico de Dickey-Fuller y luego a partir de las tablas asociadas, evaluar si se rechaza o no la hipótesis nula. La distribución del estadístico depende de si el modelo tiene una constante, una tendencia o ambos, resultando en distintas distribuciones.

No todas las variables de series de tiempo pueden ser representadas adecuadamente por un proceso autorregresivo de primer orden. Es posible, utilizar un test de Dickey-Fuller en casos de ecuaciones de orden superior con constante, tendencia o ambas. Esto se conoce como test aumentado de Dickey-Fuller. La decisión sobre la cantidad de retardos, h , que se deben incorporar en la regresión utiliza los criterios de Akaike (AIC) y bayesiano (BIC).

2.8 Modelos AR y MA

En el análisis de series temporales se observa habitualmente que el comportamiento pasado provee información sobre el comportamiento futuro, dado que el pasado de una serie suele incorporar, y por ende reemplazar, la información de otras variables que pueden intervenir en el proceso. La especificación relativamente sencilla, pero efectiva, que resulta de expresar una variable en función de su propio pasado es conocida como autorregresiva (Anderson et al., 2008)

Gonzales (2009) define un **modelo autorregresivo (AR)** como aquel que expresa el valor actual de una serie Y_t en función de su propio pasado, o sea, de los valores que asumió en $t - 1, t - 2, \dots, t - p$. Luego, matemáticamente, un modelo autorregresivo de orden p , $AR(p)$, se expresa como:

$$Y_t = c + \phi_1 \cdot Y_{t-1} + \phi_2 \cdot Y_{t-2} + \dots + \phi_p \cdot Y_{t-p} + a_t$$

Donde c es una constante, p es el orden o el mayor rezago del modelo⁹, y a_t es ruido blanco con media cero y varianza constante σ^2 .

Un modelo autorregresivo detalla un tipo de proceso en particular donde las observaciones de la serie son predecibles a partir de los valores que la misma adoptó en el pasado más un término de error.

Otro modelo para tratar las series temporales estacionarias es el de **medias móviles (MA)**. Siguiendo a De la Fuente Fernandez (2016) en este modelo el nivel actual de la variable Y_t es igual a una constante más un promedio móvil de los términos de error presente y pasado. Este modelo se denota como, MA:

$$Y_t = c + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots + \theta_q a_{t-q}$$

⁹ El rezago de orden 1 de la variable Y es Y_{t-1} , es decir, es la variable en el momento anterior a t .

Donde c es una constante, a_t son ruido blanco con media cero y varianza constante σ^2 y q es el orden o el mayor rezago de los términos de error. Gujarati (2010) explica los procesos de medias móviles como “una combinación lineal de términos de error de ruido blanco”.

Los modelos MA representan procesos estacionarios en media, varianza y covarianza, es decir, su media es constante, la varianza finita e independiente de t y la covarianza solo depende de la cantidad de períodos de tiempo entre los dos momentos considerados para calcularla (Urbisaia & Brufman, 2001).

La combinación de los dos modelos anteriores $AR(p)$ y $MA(q)$ origina el modelo $ARMA(p, q)$, el cual permite explicar Y_t con un menor número de términos comparado con el AR o el MA individualmente. La expresión del $ARMA(p, q)$ es:

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t + \theta_1 a_{t-1} \dots + \theta_q a_{t-q}$$

De forma más compacta:

$$Y_t = c + \sum_{j=1}^p \phi_j Y_{t-j} + \sum_{i=0}^q \theta_i a_{t-i}$$

Donde $\theta_0 = 1$, c es una constante, a_t son ruido blanco con media cero y varianza constante σ^2 , q es el orden del mayor rezago de los términos de error y p el orden del mayor rezago de la variable (Gujarati, 2010).

Para De la Fuente (2016) los modelos ARMA son una extensión natural de los AR (p) y MA (q), donde se incluyen tanto los términos autorregresivos como los promedios móviles.

La condición de estacionariedad para este tipo de modelos viene definida por su componente autorregresiva, ya que la parte de medias móviles por definición siempre es estacionaria.

Desde un punto de vista estadístico, el modelo ARMA logra tener mayor precisión en la estimación y mejorar los grados de libertad al requerir menor cantidad de parámetros que los MA o el RA individualmente (Urbisaia & Brufman, 2001).

Los modelos AR, MA y ARMA se pueden escribir de manera compacta con el uso de un **operador de retardo L** (del inglés Lag operator), de modo que $LY_t = Y_{t-1}$, $L^2 Y_t = Y_{t-2}$, etc., (Mauricio, 2007).

$$AR(p) \text{ como: } \quad \Phi_p(L)Y_t = a_t \quad \text{donde } \Phi_p(L) \text{ es el polinomio autorregresivo.}$$

MA(q) como: $Y_t = \theta_q(L)a_t$ donde $\theta_q(L)$ es el polinomio de medias móviles.

ARMA(p, q) como: $\Phi_p(L)Y_t = \theta_q(L)a_t$

Donde $\Phi_p(L)$ y $\theta_q(L)$ son polinomios en L .

Es importante destacar que p y q se refieren al último rezago y no necesariamente al número de rezagos de la parte autorregresiva o de la parte promedio móvil, ya que muchos rezagos pueden ser no significativos.

2.9 Modelos ARIMA

Los modelos autorregresivos (AR) y de medias móviles (MA) se basan en supuestos de estacionariedad débil para la serie de tiempos que se estudia (González, 2009). Pero, como se mencionó anteriormente, la mayoría de las series de tiempo económicas no se comportan de manera estacionaria.

Para subsanar esta situación, es posible tomar las primeras diferencias, o diferencias de orden mayor, para convertirlas en series estacionarias, lo que implica incluir un término de integración $-I-$.

Si a una serie de tiempo Y_t se le deben tomar primeras diferencias para conseguir la estacionariedad, se la conoce como *serie integrada de orden 1*. Es decir, su primera diferencia $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ es estacionaria.

Si en cambio es necesario tomar las segundas diferencias, a la serie es *integrada de orden 2*. Si una serie de tiempo debe diferenciarse d veces para conseguir estacionariedad, se dice que la serie es *integrada de orden d* .

La serie de tiempo Y_t integrada de orden d se denota como $Y_t \sim I(d)$. Normalmente la mayoría de las series de tiempo económicas son $I(1)$, por lo que debe tomarse la primera diferencia (Gujarati, 2010).

Cuando se logra estacionariedad en una serie de tiempo a través de la diferenciación y luego se aplica el modelo ARMA (p, q) se dice que la serie de tiempo original es **ARIMA (p, d, q)** por su acrónimo en inglés *autoregressive integrated moving average*, o **modelo autorregresivo integrado de media móvil**.

En este modelo p es el número de términos autorregresivos, d el número de veces que la serie fue diferenciada para lograr estacionariedad y q el número de términos de promedios móviles (Gujarati, 2010).

Según De la Fuente Fernández (2016) el modelo ARIMA permite describir un valor como una función lineal de datos anteriores y errores debidos al azar, además, puede incluir un componente cíclico o estacional.

CAPÍTULO III. MÉTODO Y MATERIALES

3.1 Tipo de investigación

El tipo de investigación que se utilizó en el presente trabajo es un estudio de caso cuantitativo no experimental. Se basó en la recolección de datos cuantitativos, en bases de datos de acceso público de la variable *precio de cierre* de acciones de una empresa que cotiza en el Mercado de Capitales Argentino.

Con el propósito de explicar las propiedades probabilísticas o estocásticas del proceso que generó la serie de tiempo mencionada, se analizará el comportamiento de las variables y funciones que influyen en el estudio y desarrollo de un modelo para la explicación y predicción del comportamiento de la serie objeto de estudio.

3.2 Participantes

La población para la presente investigación se encuentra constituida por los precios históricos de la especie GGAL (acciones de la empresa de Grupo Financiero Galicia S.A. que cotiza en el mercado de capitales argentino). La muestra estará conformada por los precios de cierre de dichas acciones durante el rango de tiempo se encuentra comprendido entre enero de 2016 y enero de 2018. En adelante denominada “*Precio de GGAL*” (2016-2018) y mediante notación matemática como ***P***.

La selección de las acciones de esta empresa y del período de tiempo se debe a las características de su comportamiento de mercado. Por un lado, durante el período de tiempo estudiado, la especie ha presentado una elevada liquidez, nunca dejó de cotizar dentro del panel líder (empresas con mayor volumen negociado), y su valor nunca estuvo sujeto a circunstancias que alteraran el desarrollo normal de sus operaciones en el mercado. Por otro lado, el periodo fue seleccionado por ser el más reciente con una volatilidad en los precios de las acciones locales que permite la utilización de herramientas de pronóstico basadas en modelos lineales uniecuacionales utilizando datos históricos. El análisis en fechas posteriores debería realizarse con modelos más complejos y que contemplen mayor cantidad de información, excediendo el alcance de un trabajo de grado.

Otro aspecto importante relacionado con los participantes, es que la serie de tiempo analizada fue obtenida del sitio Web de BYMA (Bolsas y Mercado Argentinos)¹⁰. Lo cual convierte a los datos

¹⁰ <https://open.bymadata.com.ar/#/dashboard>

utilizados en información que se encuentra disponible al público en general, asegurando su confiabilidad e incapacidad para ser alterados o editados de alguna manera.

3.3 Instrumentos

Una de las herramientas más importantes para llevar a cabo el presente trabajo se basa en el uso de programas computacionales y soluciones tecnológicas del ámbito informático, de manera que, se logre desarrollar un modelo que cumpla con los requisitos y metodologías requeridas por ARIMA, de forma que, pueda determinarse una posible proyección de los precios asociados con las acciones de las empresas analizadas.

Mediante las actividades de recolección de datos es posible que los mismos sean catalogados y organizados de manera adecuada, permitiendo su posterior introducción en la programación del modelo y así, generar una tabla en la que se muestren los distintos resultados obtenidos, los cuales constituirán el pronóstico mediante el uso del modelo ARIMA diseñado.

Una de las principales herramientas tecnológicas que se utilizará será el software denominado *GNU Octave 6*, el cual es un programa informático que permite el estudio detallado de matrices, además de la representación de distintos datos y funciones, también permite diseñar e implementar algoritmos de interés para realizar cálculos numéricos, crear interfaces de usuario acorde a cada necesidad y establecer relaciones con distintos programas de computación.

3.4 Procedimientos

Dado el objetivo explicar las características de la estructura probabilística subyacente con el fin de pronosticar el valor que tomará la variable *precio GGAL (2016-2018)*, se puede recoger información sobre el pasado de la variable, observar su evolución en el tiempo y explotar el patrón de regularidad que muestren los datos.

Este análisis de las propiedades probabilísticas del proceso que generó la serie de tiempo observada se lleva a cabo mediante la aplicación de la metodología destinada a identificar, estimar y diagnosticar modelos dinámicos de series temporales, conocida como *metodología Box-Jenkins (BJ)*.

La metodología BJ es un proceso iterativo conformado por cuatro etapas (Ver Figura 7):

1. Identificación, Estimación, Validación y Predicción.

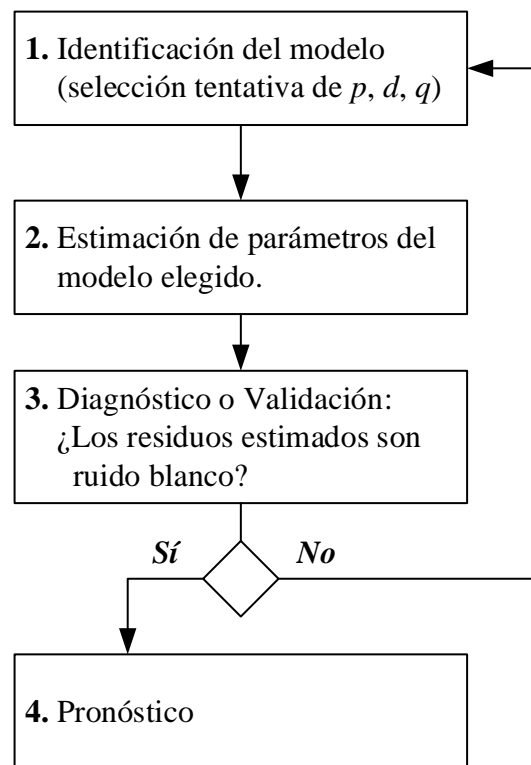
La primera etapa consiste en *identificar* la estructura del modelo ARIMA que corresponde a la serie a estudiar, es decir encontrar los valores p , d y q . De esta manera se decidirá las transformaciones que

son necesarias para convertir a la serie en estacionaria, y se determina el modelo ARMA para dicha serie (De la Fuente Fernandez, 2016). Es así que se utilizan como herramientas principales de análisis en esta etapa los correlogramas simples y parciales. (Gujarati, 2010)

Una vez seleccionado provisoriamente un modelo del proceso, se sigue con la segunda fase, la de *estimación*, donde los parámetros AR y MA del modelo se estiman por máxima verosimilitud y se obtienen los errores estándar y los residuos. En la práctica los desarrollos matemáticos de la estimación son realizados por distintos paquetes estadísticos computacionales (Gujarati, 2010).

Figura 7:

Metodología de Box-Jenkins



Fuente:(Gujarati, 2010) p. 778

En la etapa 3 de diagnóstico, o *validación*, se realizan comparaciones para demostrar si el modelo se ajusta a los datos, o revelar las posibles diferencias del modelo propuesto para lograr mejorarlo (González, 2009).

Una vez seleccionado el modelo ARIMA y sus parámetros, se evalúa si el modelo seleccionado concuerda con los datos de forma razonablemente buena, ya que es posible que exista algún otro modelo ARIMA que también se ajuste. Para probar el modelo utilizado se analizan los residuales

estimados a partir de dicho modelo y si son ruido blanco se acepta el ajuste particular, en caso contrario se realiza uno nuevo. (Gujarati, 2010)

En la cuarta etapa, de **predicción**, donde se obtienen los pronósticos en términos probabilísticos de los valores futuros de la variable. Aquí también se busca de evaluar la capacidad de predicción del modelo (González, 2009).

La metodología Box Jenkins tiene una gran popularidad debido a su éxito en el pronóstico. El comportamiento pasado de la variable suele incorporar, por lo tanto reemplazar, la información de otras variables que pueden intervenir en el proceso, por lo que en muchos casos las predicciones obtenidas por este tipo de modelo son más confiables que las obtenidas de modelos econométricos tradicionales – según el número de ecuaciones, la forma de la relación o según el periodo temporal de las distintas variables – (Gujarati, 2010).

En la aplicación de la metodología Box-Jenkins se conocen los valores de la serie temporal Y_1, Y_2, \dots, Y_T y se trata de determinar la estructura ARIMA (p, d, q) que la ha podido generar.

Realización (o serie observada): Y_1, Y_2, \dots, Y_T

↓

Inferencia

↓

$$\text{Proceso estocástico } ARIMA(p, d, q): \begin{cases} \Phi(L)(1-L)^d \cdot Y_t = \delta + \Theta(L) \cdot a_t \\ a_t \sim RBN(0, \sigma^2) \end{cases}$$

De esta forma, se llevará a cabo el análisis de la muestra en el lapso de tiempo seleccionado, mediante la aplicación de la metodología Box-Jenkins diseñada para explicar el comportamiento del precio de las acciones. Entre los factores que serán estudiados se encuentran: revisión y evaluación del modelo predictivo, evaluación estadística de la metodología planteada y, posteriormente, presentación y revisión de los resultados obtenidos.

CAPÍTULO IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Modelización

En este primer punto de este capítulo, se van a desarrollar de forma detallada las tres primeras etapas de las que consta la metodología de modelización de Box-Jenkins. Aplicándola a la modelización de la serie “*precio de GGAL (2016-2018)*”. Los datos de la serie se encuentran en el Anexo I.

4.1.1 Identificación

En esta etapa se busca seleccionar el modelo ARIMA (p, d, q) apropiado para la serie, es decir, que reproduce las características de la serie. La identificación del modelo se lleva a cabo en dos fases: 1° análisis de estacionariedad y 2° elección de los órdenes p y q .

Análisis de estacionariedad

En el análisis de estacionariedad se determinan las transformaciones que son necesarias aplicar para obtener una serie estacionaria, pudiendo ser predecible su comportamiento.

Estacionariedad en varianza

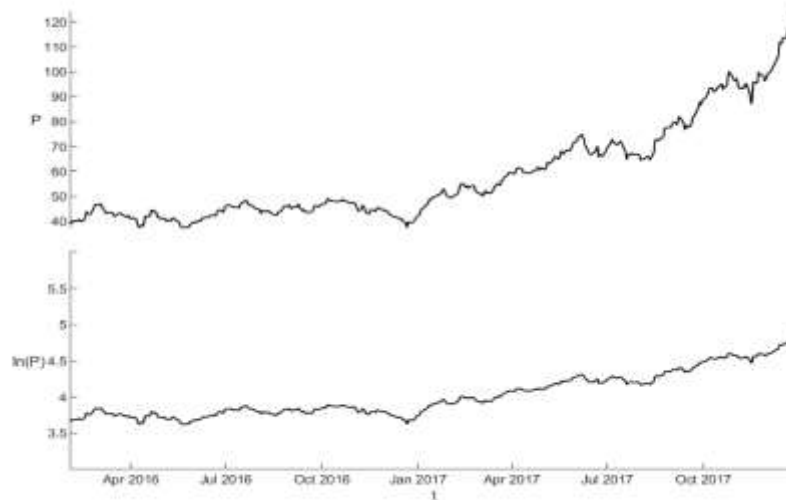
Una serie es estacionaria en varianza cuando la variabilidad de la serie en torno a su media se mantiene constante a lo largo del tiempo. Si la serie no es estacionaria en varianza, se utilizan las transformaciones estabilizadoras de varianza, además si la serie es positiva y sin valores nulos, la transformación más utilizada es la logarítmica.

Para analizar la estacionariedad en varianza de una serie se compara el gráfico de la serie original y el de la transformación correspondiente.

En la Figura 8, se presenta la serie de tiempo denominada *precio de GGAL* y mediante notación matemática como P . Como se explicó en el capítulo anterior, son las cotizaciones al cierre de las acciones GGAL en el mercado de capitales argentino, desde el 1/2/2016 hasta el 1/1/2018. La muestra consta de 472 observaciones, de las que 447 se utilizan para las etapas de identificación, estimación y validación; y 25 para la etapa de pronóstico.

Figura 8:

Representación de la serie P observado y en logaritmos.



Fuente: Elaboración propia

En la parte superior de la figura (serie observada), se puede ver que la serie presenta un comportamiento cíclico en el que la amplitud de los ciclos es variable en el tiempo. Por lo tanto, no parece adecuado suponer que la serie es estacionaria en varianza. Tomando logaritmos a la serie se observa, en la parte inferior de la figura, que la amplitud de estos ciclos se ha homogeneizado y que la variabilidad de la serie es mucho más estable en el tiempo. Se puede concluir que la serie estacionaria en varianza es $IP = \ln(P)$.

Estacionariedad en media

En este punto, se busca identificar si la serie es estacionaria en media, es decir, si oscila en torno a un nivel constante o no. Una serie no estacionaria en media presenta tendencia o varios tramos con medias diferentes, y además presenta una función de autocorrelación con un decaimiento muy lento.

La no estacionariedad de la serie original P , puede observarse claramente en la tendencia creciente de la parte superior de la Figura 8.

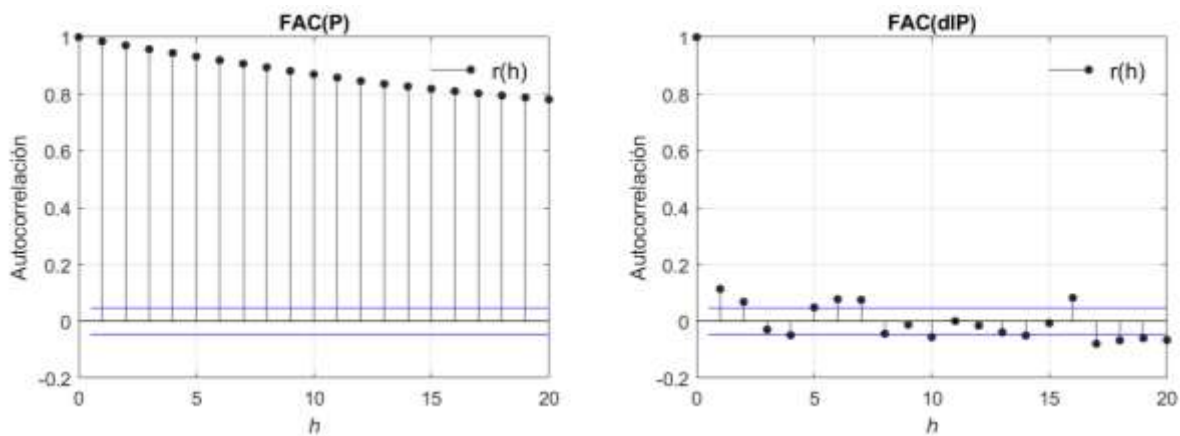
Función de autocorrelación:

Cuando una serie no es estacionaria en media se puede lograr la estacionariedad transformándola tomando diferencias. Así, si la serie no es estacionaria en media, se tomarán d diferencias sucesivas de orden 1 sobre la serie hasta obtener una serie estacionaria.

En la Figura 9 se presenta las gráficas de la función de autocorrelación simple (FAC) de la serie original (P) y de la primera diferencia de su logaritmo ($dIP = \text{diff}(\ln(P))$). En la gráfica de la izquierda, $FAC(P)$, puede verse la falta de estacionariedad de la serie original; mientras que la en la de la derecha, $FAC(dIP)$, puede verse que la transformación dada por la primera diferencia de la serie original, se comporta como estacionaria. Es decir, con realizar la primera diferencia, se logra que la serie sea estacionaria en media, por lo tanto, es integrada de orden $d = 1$, es $I(1)$. Además, se observa que por lo menos los dos primeros componentes autorregresivos, $r(1)$ y $r(2)$ son significativos.

Figura 9:

FAC (P) y FAC (dIP)



Fuente: Elaboración propia

Contraste de Dickey-Fuller aumentado:

Los resultados del contraste estadístico de estacionariedad (o falta de ella) conocido como prueba de raíz unitaria, o prueba de Dickey-Fuller, permite hacer inferencias sobre la existencia o no de estacionariedad en una serie de tiempo. Si se rechaza la hipótesis nula de existencia de raíz unitaria en $dIP = \text{diff}(\ln(P))$ la serie es estacionaria y no es necesario seguir diferenciándola. En caso contrario, si no se rechaza la hipótesis nula, se le tomará nuevamente una diferencia de orden 1 para hacerla estacionaria.

El contraste de hipótesis se plantea como:

$$H_0 : \beta \geq 0$$

$$H_1 : \beta < 0$$

Resultados de la prueba para la variable original P y la transformada dIP :

En la Tabla 1 puede verse que la primera diferencia del logaritmo del precio, vuelve estacionaria a la serie. En la Figura 10 puede verse en la gráfica superior, la tendencia creciente del logaritmo del precio (no estacionaria), mientras que, en la gráfica inferior, se ve que la primera diferencia del logaritmo del precio, oscila en torno a cero.

Tabla 1:

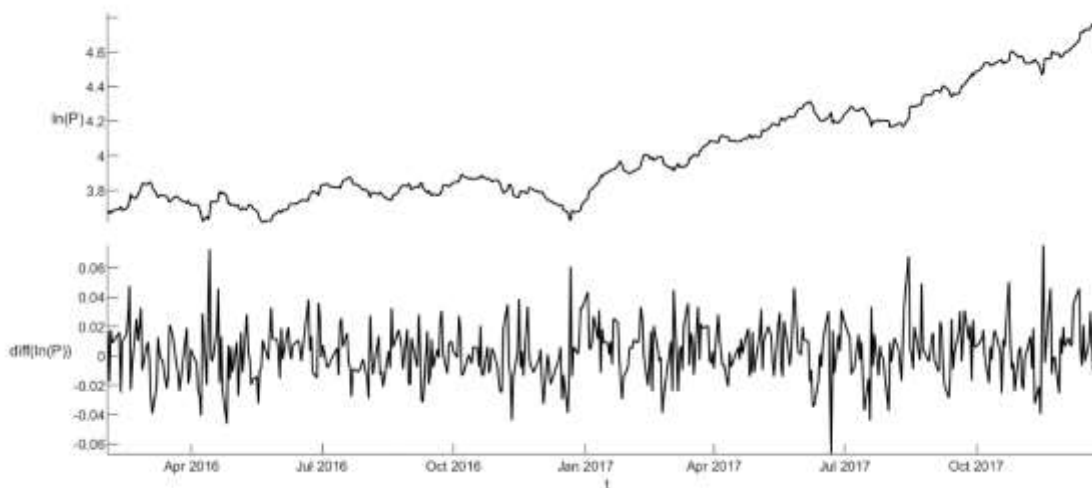
Contraste de Dickey Fuller

Variables	Estadístico t	Valor Crítico $(\alpha = 0.01)$	p-valor $(\alpha = 0.01)$	Conclusión $(\alpha = 0.01)$
P	3.6192	-2.5713	0.999	<i>No Estacionaria</i>
$d1P = diff(\ln(P))$	-13.167	-2.5713	0.001	<i>Estacionaria</i>

Fuente: Elaboración propia

Figura 10:

Estacionariedad de la serie de tiempo. Dickey Fuller



Fuente: Elaboración propia

Elección de los órdenes p y q

En el punto anterior, se ha logrado obtener una transformación estacionaria de la serie $1P = \ln(P)$, a partir de su primera diferencia ($d = 1$), esto sería la primera diferencia del logaritmo del precio, en adelante denotada $d1P$.

En este punto se trata de identificar los órdenes p y q del proceso ARMA (p, q) que puede representar las características de la serie estacionaria dIP , comparando la estructura de las funciones de autocorrelación simple (FAC) y parcial (FACP) estimadas, con las características básicas de las funciones de autocorrelación teóricas.

En la tabla siguiente, se presentan las características básicas de las funciones de autocorrelación teóricas para este tipo de proceso.

Tabla 2:

Criterios de selección FAC y FACP

	FAC	FACP
$MA(q)$	Se anula para $j > q$	Decrecimiento rápido No se anula
$AR(p)$	Decrecimiento rápido No se anula	Se anula para $j > p$
$ARMA(p,q)$	Decrecimiento rápido No se anula	Decrecimiento rápido No se anula

Fuente: Elaboración propia

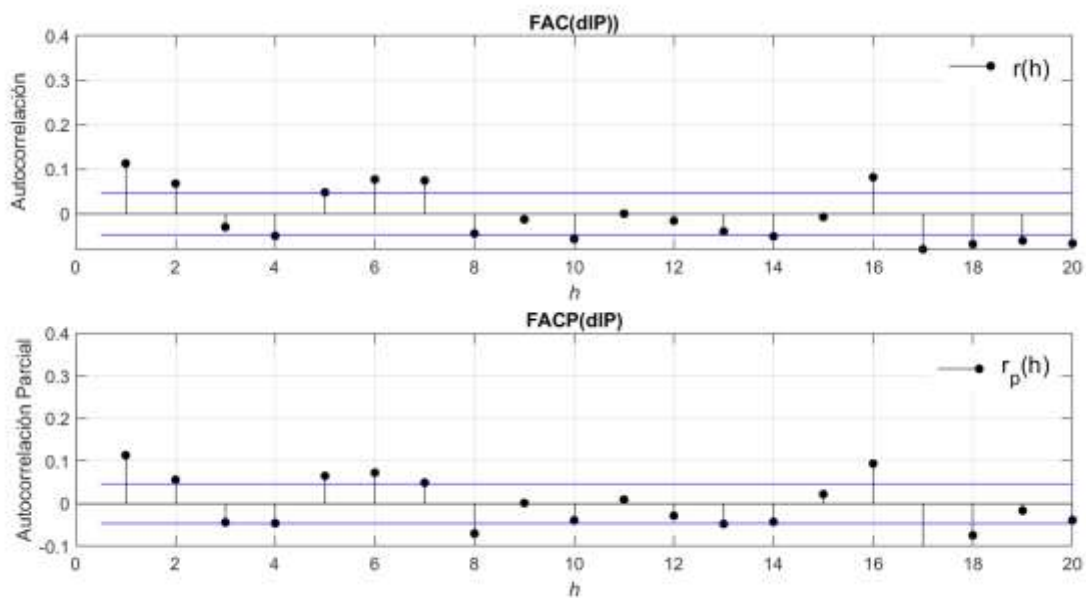
Identificar el modelo $ARMA(p, q)$ a través de las funciones de autocorrelación simple y parcial no es sencillo. En realidad, en esta etapa se trata de acotar un subconjunto de modelos ARIMA que han podido generar la serie, para posteriormente, en la fase de estimación y validación, en función de los resultados, se vuelve a plantear la identificación del proceso definitivo.

En la Figura 11 queda manifiesto que tanto la FAC como la FACP no se anulan a partir de determinado retardo y que ambas tienen un decrecimiento rápido.

En el FAC, se observa que los coeficientes de autocorrelación simple de ordenes uno y dos son significativamente distintos de cero, y los siguientes oscilan con algunos retardos significativos y otros no. Esto sugiere un modelo ARMA (p, q) mínimamente con una componente autorregresiva de orden 2

Figura 11:

FACP (dIP) y FAC (dIP) estimadas



Fuente: Elaboración propia.

El análisis de la FACP muestra que los dos primeros coeficientes son significativamente distintos de cero, y el resto también oscilan con algunos retardos significativos. Según esta interpretación, la FACP también estaría sugiriendo que el modelo es un ARMA (p ; q) con componente de medias móviles de orden 2.

Criterios AIC y BIC

Estos resultados son coherentes con los arrojados por el *Criterio de Información de Akaike* (AIC) y el *Criterio de Información Bayesiano* (BIC) aplicados a la serie estacionaria *dIP* para determinar los órdenes máximos de p y q del proceso ARMA (p , q) que puede representar sus características. Como se mencionó en el marco teórico, la utilización de estos criterios junto a la metodología de Box-Jenkins, permite reducir el problema de elección a un pequeño número de modelos, no más de 2 o 3 (de Rivera & Tovar, 1981)

Para las variaciones de los parámetros $p = 1, \dots, 6$ y $q = 1, \dots, 6$, el criterio BIC arroja como mejor especificación $(p, q) = (1, 2)$ y el criterio AIC arroja $(p, q) = (2, 4)$, en adelante denominados *Modelo 1* y *Modelo 2* respectivamente.

- El modelo con BIC más bajo es: $(p, q) = (1, 2)$

- El modelo con AIC más bajo es: $(p, q) = (2, 4)$

4.1.2 Estimación

Una vez identificados los procesos estocásticos que han podido generar la serie temporal **dIP**, el paso siguiente consiste en estimar los parámetros desconocidos de dichos modelos.

Modelo 1: ARMA (1, 2)

$$dIP_t = \delta + \phi_1 dIP_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$$

Modelo 1: ARMA (2, 4)

$$dIP_t = \delta + \phi_1 dIP_{t-1} + \phi_2 dIP_{t-2} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \theta_3 a_{t-3} - \theta_4 a_{t-4}$$

Los parámetros δ , ϕ_i y θ_j para $\forall i, j$ se pueden estimar de forma consistente por *Mínimos Cuadrados Ordinarios*, métodos de estimación que se basa en el cálculo de los residuos a partir de los residuos de la serie **dIP**.

El método de Mínimos Cuadrados minimiza la suma de cuadrados:

$$\min \sum_t a_t^2$$

donde:

$$a_t = dIP_t - \delta - \sum_{i=1}^p \phi_i \cdot dIP_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j a_{t-j}$$

En la Tabla 3 se encuentran los resultados de la estimación de los dos modelos propuestos para la transformación estacionaria **dIP**, los coeficientes, los desvíos, estadísticos asociados y el valor de p que indica la significancia estadística de los coeficientes, siempre que $p \leq 0,05$:

Tabla 3: Estimación de los modelos propuestos

Modelo 1,1:	ARIMA(2, 1, 2) (Sin Constante)			
	Coficiente	Desv. Típica	estadístico t	valor p
δ	0	0	NaN	NaN
φ_1	0,002	0,036	20.616	0,000
φ_2	- 0,906	0,029	- 31	0,000
θ_1	- 0,656	0,037	- 17.552	0,000
θ_2	0,911	0,033	27.497	0,000
σ^2	0,000	0,199	17.416	0,000

Modelo 1,2:	ARIMA(2, 1, 2) (Distribución de Gauss)			
	Coficiente	Desv. Típica	estadístico t	valor p
δ	0,002	0,001	20.519	0,040
φ_1	0,748	0,033	22.871	0,000
φ_2	- 0,916	0,027	- 34.063	0,000
θ_1	- 0,672	0,036	- 18.922	0,000
θ_2	0,914	0,032	28.146	0,000
σ^2	0,000	0,202	17.019	0,000

Modelo 2.1:	ARIMA(4, 1, 2) (Sin Constante)			
	Coficiente	Desv. Típica	estadístico t	valor p
δ	-	-	NaN	NaN
φ_1	0,784	0,059	13,2	0,000
φ_2	- 0,872	0,067	- 13.047,0	0,000
φ_3	- 0,026	0,062	- 0,4	0,672
φ_4	0,072	0,048	15.122,0	0,130
θ_1	- 0,686	0,039	- 17.679,0	0,000
θ_2	0,915	0,034	26.969,0	0,000
σ^2	0,000	0,201	17.185,0	0,000

Modelo 2.1:	ARIMA(4, 1, 2) (Distribución de Gauss)			
	Coficiente	Desv. Típica	estadístico t	valor p
δ	0,002	0,001	19.637	0,050
φ_1	0,785	0,058	13,63	0,000
φ_2	- 0,875	0,066	- 13.178	0,000
φ_3	- 0,034	0,063	- 0,5370	0,591
φ_4	0,068	0,048	14.151	0,157
θ_1	- 0,697	0,037	- 18.695	0,000
θ_2	0,916	0,033	27.788	0,000
σ^2	0,000	0,203	16.847	0,000

Fuente: Elaboración propia

Los modelos estimados son:

Modelo 1.1: $dlP_t = 0.002 dlP_{t-1} - 0.91 dlP_{t-2} + a_t - 0.65 a_{t-1} - 0.91 a_{t-2}$

Modelo 1.2: $dlP_t = 0.002 + 0.75 dlP_{t-1} - 0.92 dlP_{t-2} + a_t - 0.67 a_{t-1} - 0.91 a_{t-2}$

Modelo 2.1: $dlP_t = 0.784 dlP_{t-1} - 0.87 dlP_{t-2} - 0.03 dlP_{t-3} + 0.07 dlP_{t-4} + a_t - 0.68 a_{t-1} + 0.91 a_{t-2}$

Modelo 2.2: $dlP_t = 0.002 + 0.785 dlP_{t-1} - 0.875 dlP_{t-2} - 0.03 dlP_{t-3} + 0.68 dlP_{t-4} + a_t - 0.69 a_{t-1} + 0.91 a_{t-2}$

De los resultados de las estimaciones presentados en la Tabla 3, puede verse que el modelo que presenta menor varianza residual y menor cantidad de parámetros no significativos es el **Modelo 1.1**, el ARIMA (2,1, 2) sin término constante.

En la Tabla 7 del Anexo I se presentan los valores observados y estimados por cada modelo, junto a sus errores de estimación.

4.1.3 Validación

En la etapa de validación se evalúa la adecuación de los modelos estimados a los datos, para esto se tiene en cuenta:

- a) Si las estimaciones de los coeficientes del modelo son significativas y cumplen las condiciones de estacionariedad que deben satisfacer los parámetros del modelo.
- b) Si los residuos del modelo son ruido blanco, no presentan ningún patrón de comportamiento.

Análisis de coeficientes estimados

De los estadísticos y *p-valores* observados (ver Tabla 3) para las estimaciones, se observa que los únicos coeficientes que no son significativamente distintos de cero son los que corresponden al orden 3 y 4 de la componente autorregresiva del modelo 2.1 o 2.2. Esto implica que estos modelos están sobreidentificados.

Del análisis de la matriz de covarianza de cada modelo, surge que no existen correlaciones excesivamente altas entre las estimaciones, que sean indicios de la presencia de factores comunes en los modelos.

Análisis de los residuos

El análisis de residuos consiste en una serie de contrastes de diagnóstico con el objetivo de determinar si los residuos replican el comportamiento de un ruido blanco, es decir, si su media es cero, su varianza constante y las autocorrelaciones nulas.

- Para comprobar si la *media es cero*, se realiza una *prueba t*. Declaración de hipótesis:

$$H_0: E(a_t) = 0$$

$$H_0: E(a_t) \neq 0$$

No se rechaza la hipótesis nula al nivel de significación del 5% si $|t| \leq 1,96$, indicando un comportamiento residual Ruido Blanco para los residuos.

De la Tabla 4 puede verse que en los modelos 1.2 y 2.2 no se pueden rechazar la hipótesis nula. Los residuos cumplen con el requisito de media cero. Esto implica que estos modelos cumplen con los supuestos para ser aceptados como un ajuste razonable a los datos. Para ver el comportamiento gráfico de la normalidad y de los residuos, se realizaron respectivamente el gráfico *Q-Q Normal* y los *histogramas* para estos dos modelos. (En anexo II, Figura 17 puede verse el análisis de normalidad para todos los modelos)

Tabla 4:

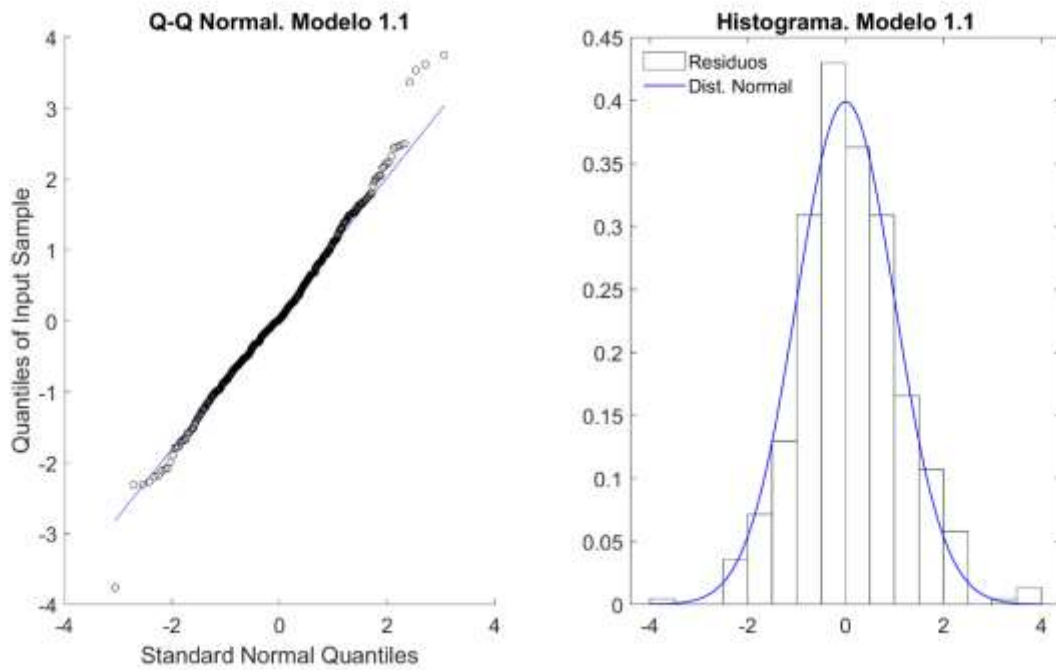
Estimaciones del estadístico t para medias cero

	Estadístico t	p-valor	Conclusión ($\alpha = 5\%$)
Modelo 1.1	2.180	0.0298	<i>Se rechaza H_0</i>
Modelo 1.2	0.190	0.8492	<i>No se rechaza H_0</i>
Modelo 2.1	1.993	0.0469	<i>Se rechaza H_0</i>
Modelo 2.2	0.128	0.8981	<i>No se rechaza H_0</i>

Fuente: Elaboración propia

Figura 12:

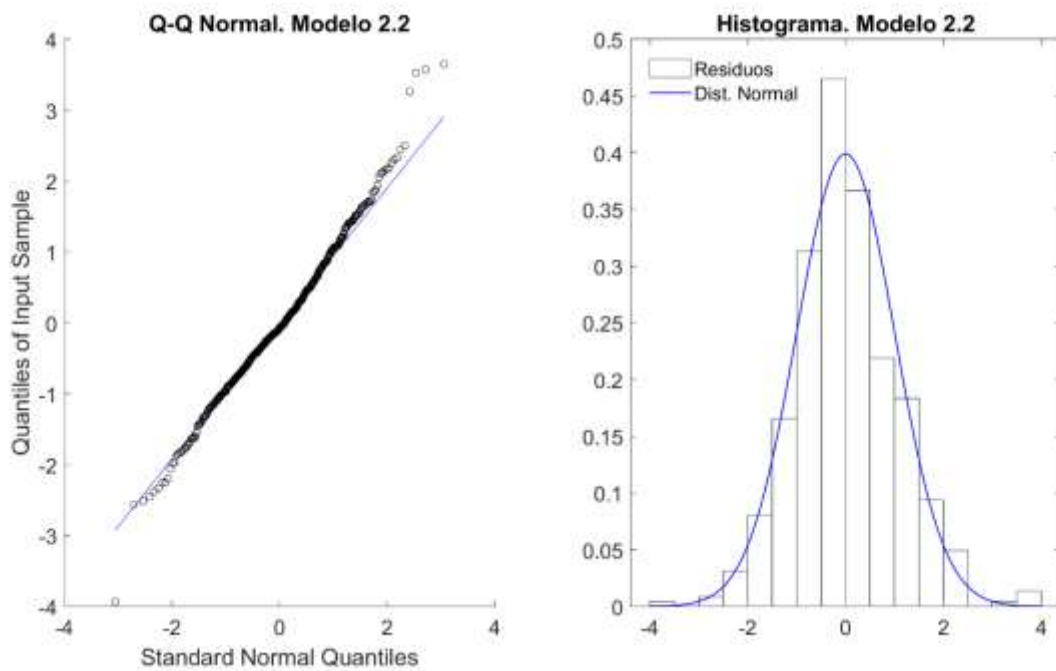
Gráfico Q-Q Normal e Histograma: Modelo 1.1



Fuente: Elaboración propia

Figura 13:

Gráfico Q-Q Normal e Histograma: Modelo 2.2



Fuente: Elaboración propia

En la Figura 12 y la

Figura 13, puede verse tanto en el *Gráfico Q-Q Normal* como en el *Histograma*, que la distribución de probabilidad de los residuos no presenta grandes diferencias con una distribución normal teórica.

- Para comprobar si la *varianza es constante*, se utiliza la prueba de heterocedasticidad de Engle (Engle, 1982).

Declaración de hipótesis:

$$H_0: \text{Los residuos no presentan heterocedasticidad, } \sigma_{a_t}^2 = \sigma_a^2$$

$$H_1: \text{Los residuos presentan heterocedasticidad, } \sigma_{a_t}^2 \neq \sigma_a^2$$

No se rechaza la hipótesis nula al nivel de significación del 5%.

Tabla 5:

Contraste de Engle

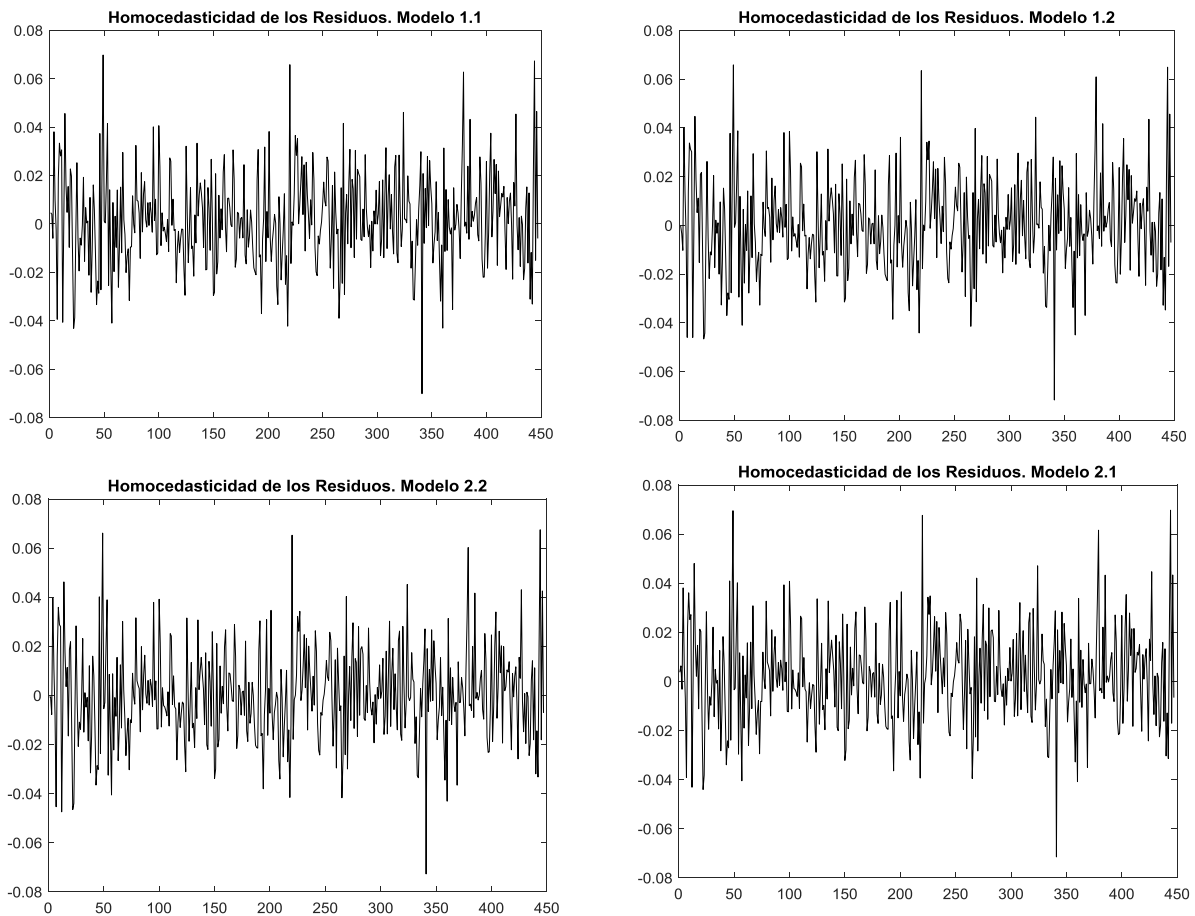
	Estadístico χ	p-valor	Conclusión ($\alpha = 5\%$)
Modelo 1.1	0.241	0.6237	No se rechaza H_0
Modelo 1.2	0.546	0.4601	No se rechaza H_0
Modelo 2.1	0.308	0.5788	No se rechaza H_0
Modelo 2.2	0.653	0.4189	No se rechaza H_0

Fuente: Elaboración propia

De la Tabla 5 puede verse que en todos los casos no se puede rechazar la hipótesis nula. Los residuos cumplen con el requisito de homocedasticidad.

En la Figura 14 se representa el comportamiento de los residuos de cada modelo. Puede verse claramente que no se presenta acumulación de volatilidad, es decir, no existen lapsos en los que los precios muestran amplias variaciones durante periodos prolongados y luego se dan intervalos de una calma relativa.

Figura 14: Homocedasticidad de los residuos



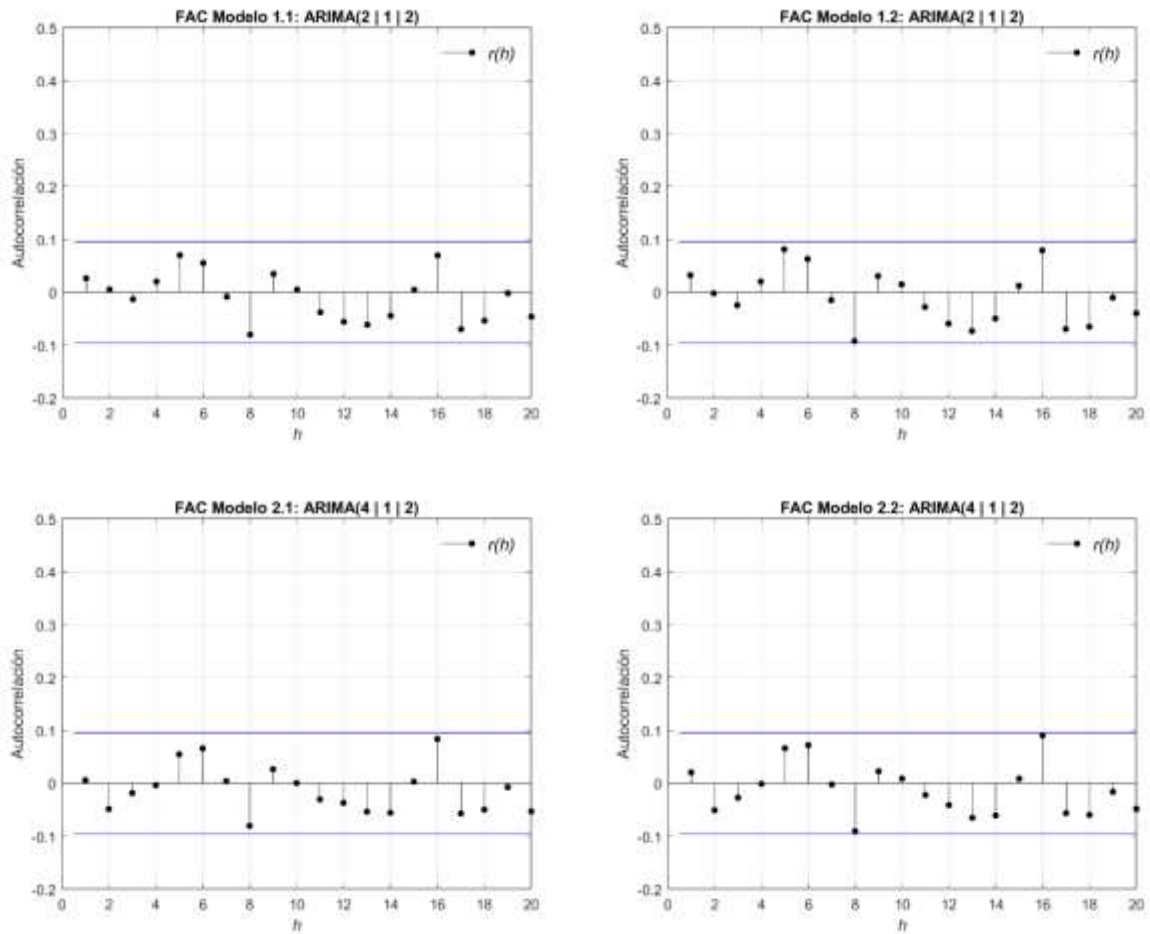
Fuente: Elaboración propia

Para comprobar la *ausencia de correlación serial*, se utilizan las gráficas FAC para cada modelo (Figura 15). Si los residuos se comportaran como un ruido blanco, los coeficientes de la FAC muestrales deben ser prácticamente nulos para todos los retardos.

De las gráficas de las funciones de autocorrelación simples (Figura 15), puede verse que ninguno de los retardos cae fuera de las bandas de confianza del 95% calculadas utilizando la aproximación de Bartlett (Box et al., 1994). Lo que indica que no hay presencia de correlación serial en los residuos.

Figura 15:

Ausencia de correlación serial mediante FAC



Fuente: Elaboración propia

Para el *contraste de normalidad*, se utiliza la prueba de Lilliefors. Declaración de hipótesis:

$$H_0: a_t \sim Normal$$

$$H_1: a_t \not\sim Normal$$

Tabla 6:

Conclusiones según modelo

	Estadístico K	p-valor	Conclusión
Modelo 1.1	0.045	0.0336	No se rechaza H_0
Modelo 1.2	0.042	0.0581	No se rechaza H_0
Modelo 2.1	0.044	0.0387	No se rechaza H_0
Modelo 2.2	0.045	0.0275	No se rechaza H_0

Fuente: Elaboración propia

A un nivel de significación del $\alpha = 1\%$ no se rechaza la hipótesis de normalidad de los residuos para ningún modelo. Puede decirse que los residuos se distribuyen normalmente.

De esta manera, se logra validar los modelos 1.2 y 2.2 que cumplen con todos los requerimientos para ser candidatos aceptables para explicar y predecir el comportamiento del proceso generador de la serie “precio de GGAL”.

4.2 Predicción

En este segundo punto de este capítulo, se busca lograr el objetivo de obtener predicciones óptimas de la serie P_t , en algún momento futuro $t = T + \ell$ basadas en un conjunto de información dado, que en el caso del análisis de series temporales univariante está formado por el pasado disponible de la serie temporal. Esto es, pronosticar $P_{T+\ell}$ basándonos en $\{P_T, P_{T-1}, P_{T-2}, \dots\}$, donde T es la última observación que disponemos para realizar la predicción.

Por ejemplo, si la última observación considerada para realizar el pronóstico es el precio del 22/11/2017, la primera es el precio del 1/2/2016, y se busca pronosticar el precio del 06/12/2017 (10 días después de la última observación), entonces buscamos $P_{T+\ell} = P_{6/12/2017}$ basados en $\{P_{22/11/2017}, P_{21/11/2017}, \dots, P_{1/02/2016}\}$.

A los fines de simplificar la notación y reducir su complejidad en la explicación, en adelante llamaremos Y_t a la transformada estacionaria de P_t determinada en el punto anterior de este capítulo. Es decir, $Y_t = dlP_t$

Luego, dadas las observaciones de la serie Y_t , desde $t = 0$ hasta $t = T$, donde T es la última observación que disponemos, el problema consiste en predecir el valor que tomará la serie en momentos futuros $T + \ell$, siendo ℓ el número de períodos en el futuro que se está considerando pronosticar. Denominamos $Y_T(\ell)$ a la predicción de $Y_{T+\ell}$ con información hasta el momento T . Si $\ell = 1$, se predice un periodo hacia adelante, esto es el valor de Y_{T+1} . Si $\ell = 3$, entonces se predice tres periodos hacia adelante, esto es el valor de Y_{T+3} , y así en función de los períodos futuros que se pretendan predecir.

Se denomina *predictor óptimo* (o *predicción óptima*) al que minimiza una determinada función de pérdida, usualmente el *Error Cuadrático Medio de Predicción*, $Y_T(\ell)$ es un predictor óptimo si cumple:

$$E(Y_{T+\ell} - Y_T(\ell))^2 \leq E(Y_{T+\ell} - Y_T^*(\ell))^2 \quad \forall Y_T^*(\ell)$$

Siendo $Y_T^*(\ell)$ cualquier predictor arbitrario de $Y_{T+\ell}$ basado en el mismo conjunto de información.

Bajo condiciones de regularidad muy débiles, el predictor por punto óptimo viene dado por la esperanza condicionada al conjunto de información:

$$Y_T(\ell) = E(Y_{T+\ell} | Y_T, Y_{T-1}, \dots, Y_1) = E_T(Y_{T+\ell})$$

Es decir, la predicción viene dada por el valor esperado de la distribución de $Y_T(\ell)$ condicionada la información disponible.

Por lo tanto, la estrategia se basa en escribir el valor que se desea predecir, $Y_{T+\ell}$, tal y como se genera en función del modelo para luego obtener la predicción óptima calculando la esperanza condicionada al conjunto de información.

Partiendo del modelo ARIMA (p, d, q) general:

$$Y_T = \phi_1 Y_{T-1} + \phi_2 Y_{T-2} + \dots + \phi_{p+d} Y_{T-p-d} + \delta + a_T - \theta_1 a_{T-1} - \theta_2 a_{T-2} - \dots - \theta_q a_{T-q}$$

el predictor sería:

$$Y_{T+\ell} = \phi_1 Y_{T+\ell-1} + \phi_2 Y_{T+\ell-2} + \dots + \phi_{p+d} Y_{T+\ell-p-d} + \delta + a_{T+\ell} - \theta_1 a_{T+\ell-1} - \theta_2 a_{T+\ell-2} - \dots - \theta_q a_{T+\ell-q}$$

Tomando esperanzas condicionadas a $\{Y_T, \dots, Y_1\}$, la *función de predicción* de $Y_{T+\ell}$ viene dada por:

$$Y_T(\ell) = \phi_1 Y_T(\ell - 1) + \phi_2 Y_T(\ell - 2) + \dots + \phi_p Y_T(\ell - p - d) + \delta + \theta_1 a_T(\ell - 1) - \theta_2 a_T(\ell - 2) - \dots - \theta_q a_T(\ell - q)$$

Notar que en algunos casos la esperanza es tomada sobre variables aleatorias ya observadas, y en otros casos no han sido observadas, porque aún no se realizaron, dado que son futuros valores probables:

- Si $i > 0$ entonces $Y_T(i) = E(Y_{T+i} | Y_T, Y_{T-1}, \dots, Y_1)$ se condiciona a variables que aún no han sido observadas.
- Si $i \leq 0$ entonces $Y_T(i) = E(Y_{T-|i}| Y_T, Y_{T-1}, \dots, Y_1)$ ya han sido observadas, entonces $Y_T(-|i|) = Y_{T-|i|}$

En el caso de las innovaciones a_t ocurre algo similar:

- Si $i > 0$ entonces $E(a_{T+i} | Y_T, Y_{T-1}, \dots, Y_1) = E(a_{T+i}) = 0$ dado que a_{T+i} es independiente de las observaciones Y_t para $t = 1, \dots, T$.
- Si $i \leq 0$ las innovaciones son conocidas y, por lo tanto, $a_T(-|i|) = a_{T-|i|}$

Con la función de predicción, se calculan de forma recursiva las innovaciones no observadas, tomando $\ell = 1$ tendremos $a_{T+1} = Y_{T+1} - Y_T(1)$. Se observa también que después de q valores iniciales los términos de media móvil desaparecen (pues las innovaciones no son observadas y sus esperanzas son cero), por lo tanto, la predicción queda determinada sólo por la parte autorregresiva. Es decir, para $\ell > q$, la predicción está dada por $Y_T(\ell) = \phi_1 Y_T(\ell - 1) + \phi_2 Y_T(\ell - 2) + \dots + \phi_p Y_T(\ell - p - d) + \delta$

A continuación, se presenta los gráficos con la predicción por punto¹¹ para los modelos validados 1.2 y 2.2. Para $\ell = 1$ y $d = 1$ la función de predicción para ARIMA $(p, 1, q)$ genérica sería:

$$Y_T(1) = \delta + \phi_1 Y_{T-1} + \phi_2 Y_{T-2} + \dots + \phi_p Y_{T-p} + \theta_1 a_T - \theta_2 a_{T-1} - \dots - \theta_q a_{T-q}$$

Modelo 1.2: ARIMA (2, 1, 2)

$$dlP_t = 0.002 + 0.75 dlP_{t-1} - 0.92 dlP_{t-2} + a_t - 0.67 a_{t-1} - 0.91 a_{t-2}$$

Modelo 2.2: ARIMA (4, 1, 2)

$$dlP_t = 0.002 + 0.785 dlP_{t-1} - 0.875 dlP_{t-2} - 0.03 dlP_{t-3} + 0.68 dlP_{t-4} + a_t - 0.69 a_{t-1} +$$

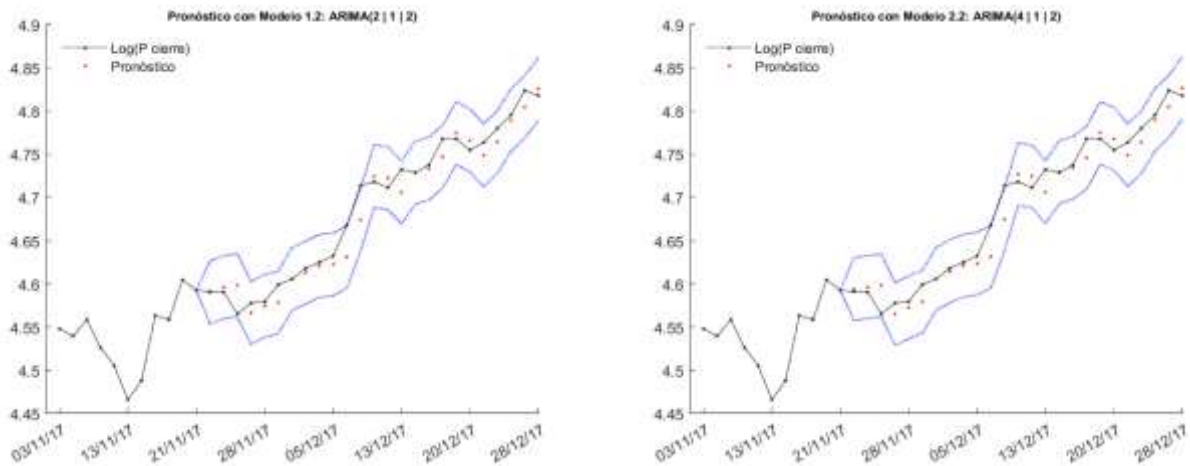
¹¹ En lo que se refiere a la predicción por intervalo para modelos no estacionarios, la amplitud de los intervalos de predicción para los modelos ARIMA(p; d; q) crece indefinidamente conforme el horizonte de predicción ℓ se hace mayor.

$$0.91 a_{t-2}$$

En la Figura 16 se presentan la serie con los pronósticos por puntos diarios de precios para los modelos 1.2 y 2.2 con sus intervalos de confianza del 95%, para $t_1 = 1/02/2016$, $t_T = 12/10/2017$, $t_L = 29/12/2017$

Figura 16:

Pronósticos



Fuente: Elaboración propia

En promedio los errores de predicción para cada modelo se exponen en la tabla 7.

Tabla 7:

Estimación del error cuadrático medio

Modelo	Error Cuadrático Medio (MSE)
<i>Modelo 1.2</i>	3,345178
<i>Modelo 2.2</i>	3,383579

Fuente: Elaboración propia

De la gráfica y del análisis de los MSE se desprende que el mejor pronóstico se obtiene con el modelo 1.2. En la Tabla 8 del ANEXO III se presentan las comparaciones entre los pronósticos obtenidos con los modelos propuestos y los datos reales desde el 23/11/2017 al 29/12/2017. En la columna t se

dan las fechas de cada observación (día/mes/año), en las siguientes columnas se presentan los datos reales, las predicciones y sus errores de predicción.

CAPÍTULO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

La canalización del ahorro hacia la financiación de capital productivo del estado y las empresas, se produce a través del sistema financiero del país. Un mercado financiero sólido sustentado en buena medida en inversiones locales es indispensable para el desarrollo de una economía, ya que no solo mejora las condiciones de financiación de las micro, pequeñas y medianas empresas, sino que favorece la estabilidad financiera y la productividad. Por lo tanto, se presentan como deseables aquellas alternativas que faciliten la orientación del ahorro de los particulares hacia el financiamiento productivo de las empresas y del Estado, de forma genuina. Especialmente en una coyuntura económica en la que los mercados de capitales internacionales están relativamente cerrados a nuestro país (hecho que se refleja en los elevados niveles de riesgo país) por lo que la financiación a través del mercado de capitales local es clave para el funcionamiento de la economía.

En este marco surgió la motivación del presente trabajo, buscando afrontar los desafíos que implica la incertidumbre respecto a la evolución de los precios de los activos financieros en la toma de decisiones de inversión de cualquier particular que trate de canalizar sus ahorros a través del mercado de capitales argentino. Por ello, se planteó como objeto de estudio las herramientas que permitan explicar y predecir el comportamiento de los precios de tales activos, de modo que su adecuada utilización permita reducir la incertidumbre asociada a las decisiones financieras referidas anteriormente, y en última instancia, fortalecer el funcionamiento del sistema financiero en pos de un mercado sólido sustentado en inversiones locales que favorezca la estabilidad y la financiación genuina de la actividad económica

Por todo esto, en el presente documento se buscó modelar el proceso generador del precio de un activo financiero que cotiza en el mercado de capitales argentino con el fin de explicar su comportamiento y pronosticarlo.

Se optó por tomar como punto de partida el supuesto de que el valor o cotización de los activos en el presente se genera en función de cotizaciones pasadas. Si esta relación se cumpliera es posible afirmar que la información respecto a los factores que impactan sobre el precio actual e impactaron sobre el precio en el pasado cercano (o no tan cercano), está incluida en los niveles asumidos por tales precios actualmente y en el pasado; a la vez que estos precios permitirían explicar con cierto nivel de confianza, su nivel futuro. Por lo tanto, un agente decisor con las herramientas adecuadas podría

llevar a cabo un análisis a partir de esta información y determinar cuál es el plan de acción más adecuado a seguir.

En la indagación de la validez de los supuestos sobre esta relación, se fueron revisando diferentes métodos y modelos a partir de los cuales en diversos trabajos académicos se lograron explicar procesos estocásticos como los estudiados en esta investigación, aunque en otros contextos.

En particular, se encontró que la metodología de Box y Jenkins obtenía muy buenos resultados en contextos en los que no se conocen o no están disponibles otras variables que pueden determinar el valor proyectado del propio precio. Por lo que se siguió esta metodología para la construcción de los posibles modelos, siguiendo un proceso iterativo de identificación, estimación de parámetros, y diagnóstico.

En relación al objetivo específico de comparar el desempeño de distintos modelos dinámicos (que a su vez representan el estado del arte en este tipo de problemas), como los Modelos de procesos autorregresivos (AR - Autoregressive Model), el Modelos de Procesos de Medias Móviles (MA - Moving Average Model), Modelo de media móvil integrado autorregresivo (ARIMA - Autoregressive Integrated Moving Average Model), cabe destacar que tienen diferentes posibilidades de determinación en función del orden de su componente autorregresiva (p), de la cantidad de niveles de integración, (d) y por último del orden de su componente de medias móviles (q). Una ventaja de la utilización de este último tipo de modelos se encuentra en que resultan de la combinación lineal de procesos autorregresivos y de medias móviles, lo permite reducir significativamente la cantidad de parámetros a estimar en comparación con especificaciones de un solo tipo.

La estimación de los modelos se realizó sobre la una serie de tiempo de 472 observaciones diarias de cotizaciones obtenidas de BYMA¹², a partir de los que se buscó mediante la estructuración de diferentes modelos, aquel que tuviera mayor bondad de ajuste al comportamiento de la serie de datos.

Dado que no se pudo sostener el supuesto de que la serie había sido generada por un proceso con media y varianza constante en el tiempo, la determinación utilizando la metodología de Box y Jenkins, requirió identificar el método más apropiado para transformar la serie y estabilizarla en media y varianza. Concluyéndose que se debía trabajar con la primera diferencia del logaritmo de la serie. Esta transformación permitió estabilizarla y utilizar adecuadamente la metodología propuesta. Esto se comprobó mediante la prueba de raíz unitaria de Dickey-Fuller Aumentada.

¹² <https://open.bymadata.com.ar/#/dashboard>

En cumplimiento del objetivo específico de determinar la mejor especificación en base a indicadores como el Error Absoluto Medio (MAE- Mean Absolute Error) y el Error Cuadrático Medio (MSE- Mean Squared Error).

A partir de la serie transformada, se estudiaron los patrones ARMA observados en sus correlogramas, lo que permitió identificar posibles estructuras de los modelos a estimar a partir de los coeficientes de autocorrelación y coeficientes de autocorrelación parcial significativamente diferentes de cero.

Luego, se aplicaron los criterios para la selección del modelo de mayor poder de ajuste y predicción, primero el criterio de Akaike y luego el Bayesiano, para determinar los valores (p, q) mencionados anteriormente. Identificándose dos estructuras o configuraciones mejor posicionadas, las de los modelos ARIMA (2,1,2) y ARIMA (4,1,2).

Una vez identificados los procesos que han podido generar la serie, se realizó la estimación de los parámetros desconocidos de dichos modelos por Mínimos Cuadrados. En el caso de los dos modelos estimados se realizó la estimación para el modelo con y sin constante. A la vez, se utilizó la distribución gaussiana, para analizar los resultados y comprobar los supuestos correspondientes.

La estimación del estadístico t dio cuenta que los modelos ARIMA (2,1,2) con constante y el modelo ARIMA (4,1,2) no rechazan la hipótesis de media cero. Estos mismos modelos presentaron homocedasticidad en el contraste en Engle. Y las funciones de autocorrelación de los residuos de dichos modelos se comportaron de manera adecuada, con coeficientes de autocorrelación y autocorrelación parcial dentro de las bandas de confianza (no significativamente distintos de cero). A su vez, los residuos modelos también se ajustan a una función de densidad normal.

El hecho de que los dos modelos, ARIMA (2,1,2) con término constante y ARIMA (4,1,2) también con término constante, cumplieran con todos los requerimientos mencionados, los hace candidatos aceptables para explicar y predecir el comportamiento del proceso generador de la serie “*precio de GGAL*”. Luego, del análisis de los errores cuadráticos medios, se desprende que el mejor pronóstico se obtiene con el modelo ARIMA (2,1,2) con término constante. Por lo tanto, es posible explicar el comportamiento del precio mediante este modelo y pronosticarlo. Esto verifica la hipótesis de que el precio de la acción de GGAL tiene relación con sus valores observados previos.

De esta manera, se concluye que pudo utilizarse de forma exitosa esta herramienta para realizar pronósticos asertivos de precios futuros de acciones en el mercado de capitales argentino, probando que es posible dicho pronóstico utilizando de forma adecuada las herramientas pertinentes en el contexto de la toma de decisiones de inversión a través de dicho mercado.

5.2 Recomendaciones

La elaboración de la presente investigación da lugar a próximas líneas de investigación en función de diferentes hallazgos que fueron realizados durante la realización y búsqueda del modelo pertinente. Las recomendaciones sobre los resultados obtenidos a nivel de la presente investigación se concentrarán en dos grandes grupos. En primer lugar es posible observar recomendaciones sobre posibles líneas de investigación en cuanto al aporte económico que los modelos ARIMA (p,d,q) tienen en el comportamiento de las variables económicas. En el segundo grupo, se presentan las recomendaciones referidas a nuevos abordajes econométricos sobre estos modelos.

Si bien se intentó establecer por medio del modelo ARIMA (p,d,q) la estimación de los precios presentes de los activos en función de los precios pasados, no se evaluó la influencia en las proyecciones de las variables económicas reales de este comportamiento. El vínculo entre la volatilidad del mercado de valores y el desempeño macroeconómico esperado resulta inapelable, aunque requiera de un abordaje más complejo.

En relación a la posibilidad de establecer recomendaciones en cuestiones técnicas se destacan las ventajas de utilizar modelos ARCH (modelo de heteroscedasticidad condicional autorregresivo) en pronósticos de series de tiempo financieras, cuando se presenta el fenómeno de *acumulación de volatilidad*; es decir heteroscedasticidad, existen lapsos en los que los precios muestran amplias variaciones durante periodos prolongados y luego se dan intervalos de una calma relativa. Como su nombre lo indica, la varianza desigual, puede tener una estructura autorregresiva en la que la heteroscedasticidad observada a lo largo de diferentes periodos puede estar autocorrelacionada. La popularidad de estos modelos se basa en su capacidad para realizar predicciones certeras sobre la volatilidad. En particular, se tiene que, Van Dijk (Van Dijk, 2003) encontró en su análisis comparativo de los modelos de la familia GARCH (generalized autoregressive conditional heteroskedasticity) para los mercados de valores de Argentina, Brasil, Chile, México, Corea, Malasia, Filipinas, Taiwán y Tailandia, entre enero de 1998 y diciembre de 2002, incidencia significativa de apalancamiento y demostró la superior capacidad predictiva del modelo E-GARCH (exponential generalized autoregressive conditional heteroskedastic)

BIBLIOGRAFÍA

- Anderson, R. D., Sweeney, J. D., & Williams, A. T. (2008). Estadística para administración y economía. 10ª edición, CENGAGE Learning. *México. Links*.
- Bagherifard, K., Nilashi, M., Ibrahim, O., Janahmadi, N., & Ebrahimi, L. (2012). *Comparative study of artificial neural network and ARIMA models*. 4397-4403.
- Bottasso, O. (2009). El coeficiente de correlación, una historia de debates movilizantes. *Revista Médica de Rosario*, 75, 80-82.
- Box, G. E., Jenkins, G. M., & Reinsel, G. C. (1994). Time series analysis: Forecasting and control. 3rd Prentice Hall. *Englewood Cliffs NJ*, 614.
- Casas Monsegny, M., & Cepeda Cuervo, E. (2008). [Http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S0121-47722008000100011&lng=en&nrm=iso&tlng=es](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S0121-47722008000100011&lng=en&nrm=iso&tlng=es). *Cuadernos de Economía*, 27(48), 287-319.
- Castro, G. E. A., Avila, H., & Barbosa, T. E. G. (2017). Aplicación de modelo ARIMA para el análisis de series de volúmenes anuales en el río Magdalena. *Tecnura: Tecnología y Cultura Afirmando el Conocimiento*, 21(52 (Abril-Junio)), 88-101.
- Coutin Marie, G. (2007). Utilización de modelos ARIMA para la vigilancia de enfermedades transmisibles. *Revista Cubana de Salud Pública*, 33(2), 0-0.
- De la Fuente Fernandez, S. (2016). *Series Temporales: Modelo Arima*. <https://www.estadistica.net/ECONOMETRIA/SERIES-TEMPORALES/modelo-arima.pdf>
- de Rivera, D. P. S., & Tovar, G. A. (1981). Criterios de seleccion de modelos ARIMA. *Trabajos de estadística y de investigacion operativa*, 32(1), 70. <https://doi.org/10.1007/BF03021690>
- Dettling, M. (2016). Applied time series analysis. *Zurich: Zurich University of Applied Sciences*.
- Dip, J. A., & Romero, P. I. (2015). UNA COMPARACIÓN DE REDES NEURONALES Y MODELOS ARCH-GARCH PARA PREDECIR VARIACIONES EN EL PRECIO DE ACCIONES. APLICACIÓN A UN CASO DE ACCIONES DE TELEFONÍA. *Revista de investigación en modelos financieros*, 2, 1-29.
- Domínguez Gijón, R., & Zambrano Reyes, A. (2011). Pronóstico con modelos Arima para los casos del índice de precios y cotizaciones (IPC) y la Acción de América Móvil (AM). *Memoria del XXI Coloquio Mexicano de Economía Matemática y Econometría*.
- Dumrauf, G. L. (2010). *Finanzas Corporativas: Un enfoque latinoamericano*. Alfaomega.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 987-1007.

- Fama, E. F. (1965). The behavior of stock-market prices. *The journal of Business*, 38(1), 34-105.
- Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The journal of Finance*, 25(2), 383-417.
- Fama, E. F. (1991). Efficient capital markets: II. *The journal of finance*, 46(5), 1575-1617.
- Fernández Jardón, C. M., Matés, M. V. V., & Bouzada, M. I. C. (1997). *Econometría estática aplicada*. Tórculo. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=24629>
- García, A. M. (2011). *Análisis de series de tiempo*. Pontificia Universidad Javeriana.
- García Díaz, C. M. (2014). *Predicción del comportamiento de la rentabilidad de la acción de Isagen, a partir de la técnica de redes neuronales artificiales*.
- González, C. (2009). *Análisis de series temporales: Modelos ARIMA*.
- Guajardo, V., Ignacio, P., Navarrete, V., & Alejandra, C. (2018). *Modelo predictivo para variaciones del precio del cobre: Optimización de ARIMA utilizando fuerza bruta operacional*.
- Gujarati, D. N. (2010). *Econometría*. (5ta ed.). McGraw-Hill Interamericana.
- Hernández Sampieri, R., Fernandez Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2015). *Metodología de la Investigación (Vols. 968-422-931-3)*. MEXICO: McGraw-Hill Interamericana.
- Huertas, A. (2015). Modelos predictivos para el mercado FOREX. *Trabajo de Grado, Universidad de Murcia, Región de Murcia*.
- Jiménez Navia, B., & Moreno Buitrago, C. A. (2017). *Modelos estadísticos tipo ARIMA para el pronóstico de incautaciones de drogas ilegales por parte de la Armada Nacional de Colombia*.
- Jin, R., Wang, S., Yan, F., & Zhu, J. (2015). The application of ARIMA model in 2014 Shanghai composite stock price index. *Science Journal of Applied Mathematics and Statistics*, 3(4), 199-203.
- Lesseps, M., & Morrell, J. (1977). *Forecasting exchange rates: Theory and practice*. Institute of Cost and Management Accountants.
- LEY 17.811 del 16/07/68. (s. f.). Recuperado 30 de julio de 2022, de <http://servicios.infoleg.gob.ar/infolegInternet/anexos/15000-19999/16539/norma.htm>
- LEY DE FINANCIAMIENTO PRODUCTIVO, n.º Ley 27440 (2018). <http://servicios.infoleg.gob.ar/infolegInternet/anexos/205000-209999/206592/texact.htm>
- Ley de Mercado de Capitales., n.º Ley 26.831 (2012). <http://servicios.infoleg.gob.ar/infolegInternet/anexos/310000-314999/310084/norma.htm>
- Maradona, G., & Balacco, H. (2011). Modelización y predicción de series de tiempo financieras utilizando redes neuronales. *Económica*, 57. <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/9368>

- Martínez, H. R., & Jiménez, E. E. (2009). Criterios para la fijación del valor de las acciones negociables en el mercado de capitales a raíz de la aparición de nuevos factores de riesgo. *Revista de Formación Gerencial*, 8(1), 122-150.
- Mauricio, J. A. (2007). Introducción al Análisis de Series Temporales. *Universidad Complutense de Madrid*, 295.
- Mohamed, A., & Senthamarai, K. (2018). *Time Series Model for Stock Price Forecasting in India*. 221-231.
- Naylor, T. H., Seaks, T. G., & Wichern, D. W. (1972). Box-Jenkins methods: An alternative to econometric models. *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, 123-137.
- Newbold, P., & Carlson, W. (2013). *Estadística para administración y economía* (8.^a ed.). Person.
- Nieves Moina, P. (2019). *Análisis del comportamiento del mercado bursátil mediante modelos ARIMA*. <https://doi.org/10/36817>
- Ordorica Mellado, M. (2004). Pronóstico de las defunciones por medio de los modelos autorregresivos integrados de promedios móviles. *Papeles de población*, 10(42), 249-264.
- Pacheco, J. M. (2004). El carácter aleatorio del Mercado de Futuros ISR. un análisis de series de tiempo. *Bolsa de Comercio de Rosario, Lecturas*, 8, 73-114.
- Pankratz, A. (2009). *Forecasting with univariate Box-Jenkins models: Concepts and cases*. John Wiley & Sons.
- Parisi, A., Amestica, L., & R., F. (2017). *Modelos ARIMA para opciones binarias en el índice bursátil Nasdaq. Optimización utilizando fuerza bruta computacional*.
- Parisi Fernández, A., & Améstica Rivas, L. (2018). *MODELO PREDICTIVO PARA VARIACIONES DEL PRECIO DEL ORO. OPTIMIZACIÓN DE ARIMA UTILIZANDO FUERZA BRUTA OPERACIONAL*. 21.
- Parody-Camargo, E., Charris-Fontanilla, A., & García-Luna, R. (2012b). Modelación de la volatilidad y pronóstico del índice general de la bolsa de valores de Colombia (IGBC). *Clío América*, 6(12), 223-239. <https://doi.org/10.21676/23897848.432>
- Parra, O. J. S., Suárez, C. A. H., & Martínez, L. F. P. (2007). Análisis comparativo de las técnicas de series de tiempo ARIMA y ANFIS para pronosticar tráfico Wimax. *Ingeniería*, 12(2), 73-79.
- Peña, R. P., & Silva, A. M. (2016). Impacto de la volatilidad de los activos financieros en los portafolios de inversión. *Ingenierías USBMed*, 7(2), 21-47.
- Reyes Lora, F. M. (2016). *Predicción de la demanda eléctrica: Comparativa arima-redes neuronales mediante software SPSS*.

- Rosales, R., Delgado, W., Vasquez, J., & Marino, D. (2009). Metodología Box-Jenkins. *Bogotá: Universidad de los Andes*.
- Rotela, P. J., Salomon, F. L. R., & de Oliveira Pamplona, E. (2014). ARIMA: An applied time series forecasting model for the Bovespa stock index. *Applied Mathematics*, 5(21), 3383.
- S, J. M., Trejos, A., & Olaya, P. C. (2003). ESTUDIO DEL PRONÓSTICO DE LA DEMANDA DE ENERGIA ELECTRICA, UTILIZANDO MODELOS DE SERIES DE TIEMPO. *Scientia et Technica*, 3(23), Article 23. <https://doi.org/10.22517/23447214.7379>
- Sánchez-López, E., Barreras-Serrano, A., Pérez-Linares, C., Figueroa-Saavedra, F., & Olivas-Valdez, J. A. (2013). Aplicación de un modelo ARIMA para pronosticar la producción de leche de bovino en Baja California, México. *Tropical and Subtropical Agroecosystems*, 16(3), 315-324.
- Stock, J., & Watson, M. (2012). *Introducción a la Econometría* (3.^a ed.). Person.
- Torres Núñez, E. (2013). *Análisis de los mercados financieros y el modelo de Markowitz*.
- Urbisaia, H., & Brufman, J. (2001). Análisis de series de tiempo univariadas y multivariadas. *Cooperativas, Buenos Aires*.
- Van Dijk, D. (2003). Forecasting emerging equity market volatility using nonlinear garch models. *IFAC Proceedings Volumes*, 36(16), 221-226.
- Van Horne, J., & Wachowicz, J. (2010). *FUNDAMENTOS DE ADMINISTRACION FINANCIERA*. ADDISON WESLEY.
- Villalobos, H. (2013). *Modelos Arma y método Box & Jenkins*. Universidad Técnica Federico Santa María. Departamento de Economía y Negocios.
- Villarreal, F. (2016). Introducción a los Modelos de Pronósticos. *Univ. Nac. del Sur*, 1-121.
- Wadhawan, D., & Singh, H. (2019). Estimating and forecasting volatility using ARIMA model: A study on NSE, India. *Indian Journal of Finance*, 13(5), 37-51.

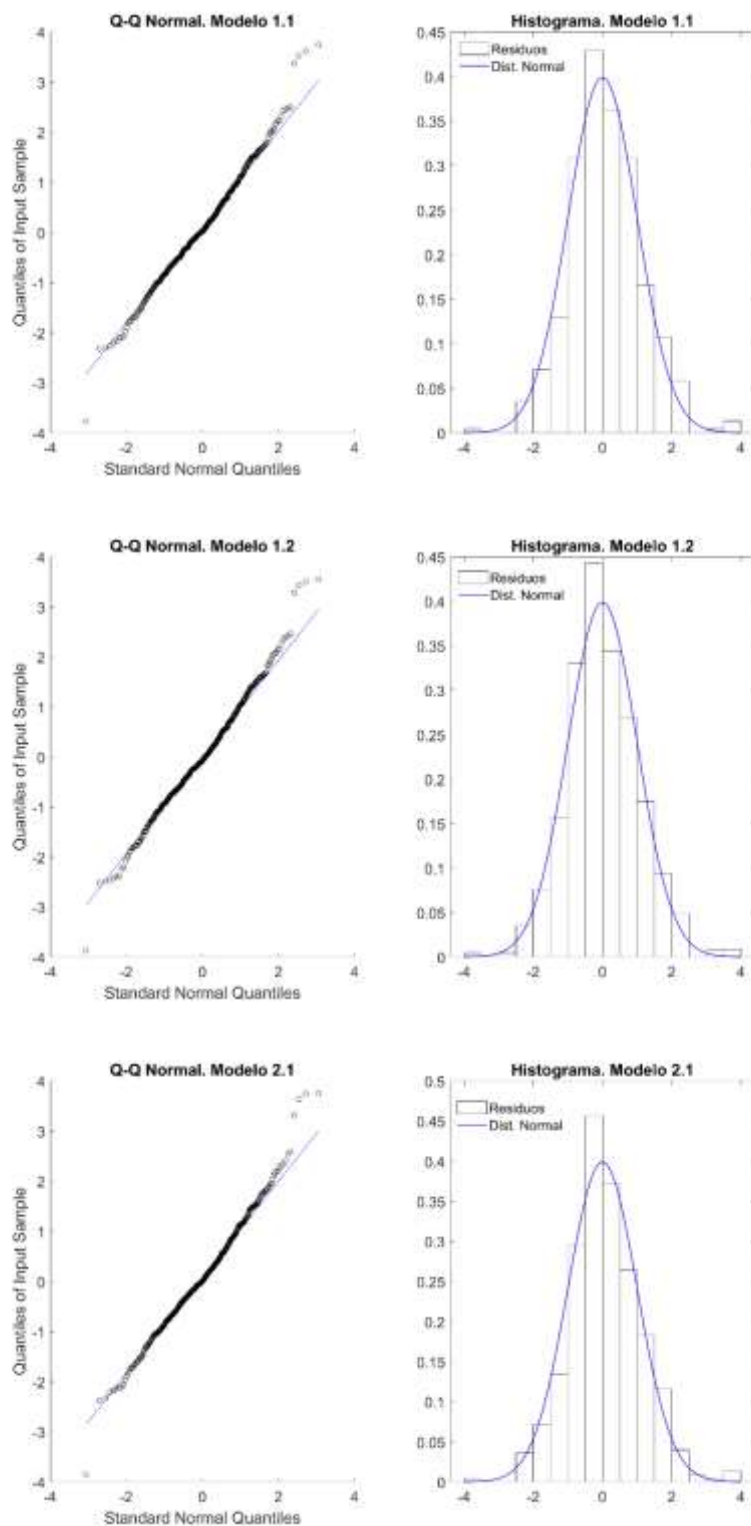
15/9/2017	78,10	78,18	-0,08	78,10	78,29	-0,19	78,10	78,14	-0,04	78,10	78,26	-0,16
18/9/2017	79,40	77,74	1,66	79,40	77,88	1,52	79,40	77,78	1,62	79,40	77,91	1,49
19/9/2017	81,85	79,15	2,70	81,85	79,31	2,54	81,85	79,25	2,60	81,85	79,35	2,50
20/9/2017	81,55	82,34	-0,79	81,55	82,48	-0,93	81,55	82,39	-0,84	81,55	82,49	-0,94
21/9/2017	82,60	82,03	0,57	82,60	82,13	0,47	82,60	82,04	0,56	82,60	82,14	0,46
22/9/2017	85,20	82,51	2,69	85,20	82,61	2,59	85,20	82,54	2,66	85,20	82,64	2,56
25/9/2017	86,15	85,05	1,10	86,15	85,22	0,93	86,15	85,15	1,00	86,15	85,25	0,90
26/9/2017	87,95	86,35	1,60	87,95	86,55	1,40	87,95	86,43	1,52	87,95	86,57	1,38
27/9/2017	86,50	88,37	-1,87	86,50	88,51	-2,01	86,50	88,46	-1,96	86,50	88,56	-2,06
28/9/2017	88,65	86,45	2,20	88,65	86,54	2,11	88,65	86,50	2,15	88,65	86,57	2,08
29/9/2017	89,20	88,44	0,76	89,20	88,57	0,63	89,20	88,45	0,75	89,20	88,56	0,64
2/10/2017	89,90	89,29	0,61	89,90	89,48	0,42	89,90	89,30	0,60	89,90	89,46	0,44
3/10/2017	90,85	90,20	0,65	90,85	90,37	0,48	90,85	90,22	0,63	90,85	90,39	0,46
4/10/2017	91,80	91,03	0,77	91,80	91,14	0,66	91,80	91,12	0,68	91,80	91,20	0,60
5/10/2017	93,45	91,76	1,69	93,45	91,88	1,57	93,45	91,82	1,63	93,45	91,89	1,56
6/10/2017	93,50	93,48	0,02	93,50	93,65	-0,15	93,50	93,50	0,00	93,50	93,64	-0,14
9/10/2017	91,80	93,61	-1,81	91,80	93,81	-2,01	91,80	93,64	-1,84	91,80	93,82	-2,02
10/10/2017	92,40	91,66	0,74	92,40	91,81	0,59	92,40	91,70	0,70	92,40	91,84	0,56
11/10/2017	92,15	92,25	-0,10	92,15	92,36	-0,21	92,15	92,27	-0,12	92,15	92,36	-0,21
12/10/2017	93,20	92,20	1,00	93,20	92,33	0,87	93,20	92,14	1,06	93,20	92,28	0,92
13/10/2017	94,85	93,44	1,41	94,85	93,61	1,24	94,85	93,38	1,47	94,85	93,57	1,28
17/10/2017	95,10	95,12	-0,02	95,10	95,29	-0,19	95,10	95,18	-0,08	95,10	95,32	-0,22
18/10/2017	92,75	95,11	-2,36	92,75	95,26	-2,51	92,75	95,22	-2,47	92,75	95,30	-2,55
19/10/2017	93,80	92,33	1,47	93,80	92,48	1,32	93,80	92,35	1,45	93,80	92,47	1,33
20/10/2017	94,40	93,62	0,78	94,40	93,78	0,62	94,40	93,58	0,82	94,40	93,75	0,65
23/10/2017	99,30	94,77	4,53	99,30	94,93	4,37	99,30	94,73	4,57	99,30	94,90	4,40
24/10/2017	100,10	100,14	-0,04	100,10	100,27	-0,17	100,10	100,18	-0,08	100,10	100,30	-0,20
25/10/2017	99,20	100,42	-1,22	99,20	100,57	-1,37	99,20	100,57	-1,37	99,20	100,63	-1,43
26/10/2017	98,75	98,62	0,13	98,75	98,80	-0,05	98,75	98,73	0,02	98,75	98,85	-0,10
27/10/2017	96,40	98,17	-1,77	96,40	98,37	-1,97	96,40	98,22	-1,82	96,40	98,39	-1,99
30/10/2017	96,75	96,37	0,38	96,75	96,54	0,21	96,75	96,30	0,45	96,75	96,50	0,25
31/10/2017	97,35	97,14	0,21	97,35	97,25	0,10	97,35	97,04	0,31	97,35	97,20	0,15
1/11/2017	95,55	97,62	-2,07	95,55	97,74	-2,19	95,55	97,58	-2,03	95,55	97,70	-2,15
2/11/2017	93,40	95,20	-1,80	93,40	95,38	-1,98	93,40	95,18	-1,78	93,40	95,36	-1,96
3/11/2017	93,20	92,77	0,43	93,20	92,98	0,22	93,20	92,77	0,43	93,20	92,97	0,23
7/11/2017	94,45	93,10	1,35	94,45	93,26	1,19	94,45	93,09	1,36	94,45	93,25	1,20
8/11/2017	93,65	95,03	-1,38	93,65	95,14	-1,49	93,65	94,98	-1,33	93,65	95,10	-1,45
9/11/2017	95,45	93,95	1,50	95,45	94,06	1,39	95,45	93,88	1,57	95,45	94,02	1,43
10/11/2017	92,40	95,26	-2,86	92,40	95,43	-3,03	92,40	95,28	-2,88	92,40	95,43	-3,03
13/11/2017	90,50	91,85	-1,35	90,50	92,07	-1,57	90,50	91,91	-1,41	90,50	92,09	-1,59
14/11/2017	87,00	90,12	-3,12	87,00	90,29	-3,29	87,00	90,10	-3,10	87,00	90,28	-3,28
15/11/2017	88,95	86,85	2,10	88,95	86,96	1,99	88,95	86,75	2,20	88,95	86,89	2,06
16/11/2017	95,90	89,25	6,65	95,90	89,34	6,56	95,90	89,09	6,81	95,90	89,25	6,65
17/11/2017	95,45	96,96	-1,51	95,45	97,10	-1,65	95,45	96,96	-1,51	95,45	97,09	-1,64
21/11/2017	99,95	95,87	4,08	99,95	96,08	3,87	99,95	96,01	3,94	99,95	96,14	3,81
22/11/2017	98,75	99,70	-0,95	98,75	99,88	-1,13	98,75	99,98	-1,23	98,75	100,04	-1,29

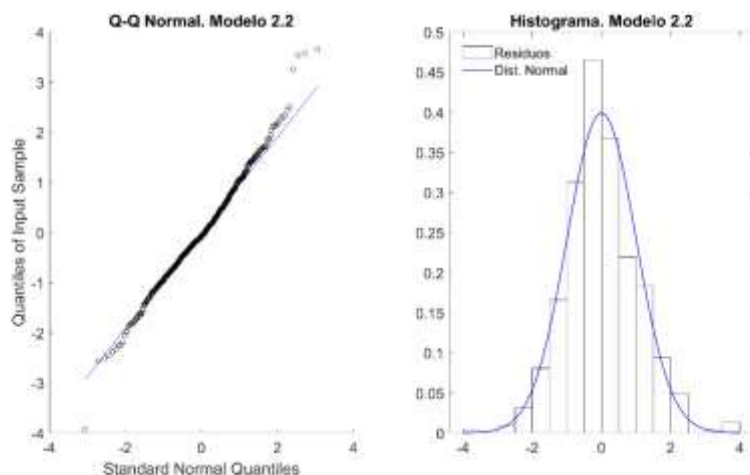
Fuente: Elaboración propia

Anexo II: QQ Normal e histogramas

Figura 17:

Distribución de los residuos para cada modelo





Fuente: Elaboración propia

Anexo III: Comparaciones entre la predicción y los datos reales

Tabla 8:

Comparaciones entre la predicción y los datos reales

t	Modelo 1.1			Modelo 1.2			Modelo 2.1			Modelo 2.2		
	P. Obs	P. Pronost	Error	P. Obs	P. Pronost	Error	P. Obs	P. Pronost	Error	P. Obs	P. Pronost	Error
23/11/2017	98,60	98,34	0,26	98,60	98,50	0,10	98,60	98,56	0,04	98,60	98,60	0,00
24/11/2017	98,55	98,55	0,00	98,55	98,71	-0,16	98,55	98,51	0,04	98,55	98,68	-0,13
27/11/2017	96,10	98,87	-2,77	96,10	99,00	-2,90	96,10	98,76	-2,66	96,10	98,95	-2,85
28/11/2017	97,30	96,01	1,29	97,30	96,15	1,15	97,30	95,96	1,34	97,30	96,14	1,16
29/11/2017	97,45	97,05	0,40	97,45	97,20	0,25	97,45	97,07	0,38	97,45	97,21	0,24
30/11/2017	99,40	97,46	1,94	99,40	97,64	1,76	99,40	97,48	1,92	99,40	97,63	1,77
1/12/2017	100,05	99,81	0,24	100,05	99,97	0,08	100,05	99,80	0,25	100,05	99,97	0,08
4/12/2017	101,30	100,35	0,95	101,30	100,49	0,81	101,30	100,40	0,90	101,30	100,53	0,77
5/12/2017	102,00	101,24	0,76	102,00	101,39	0,61	102,00	101,33	0,67	102,00	101,43	0,57
6/12/2017	102,75	101,84	0,91	102,75	102,03	0,72	102,75	101,93	0,82	102,75	102,05	0,70
7/12/2017	106,45	102,84	3,61	106,45	103,02	3,43	106,45	102,86	3,59	106,45	103,02	3,43
11/12/2017	111,45	107,00	4,45	111,45	107,16	4,29	111,45	107,06	4,39	111,45	107,20	4,25
12/12/2017	111,95	112,29	-0,34	111,95	112,42	-0,47	111,95	112,44	-0,49	111,95	112,50	-0,55
13/12/2017	111,20	112,08	-0,88	111,20	112,26	-1,06	111,20	112,23	-1,03	111,20	112,33	-1,13
14/12/2017	113,55	110,53	3,02	113,55	110,76	2,79	113,55	110,66	2,89	113,55	110,82	2,73
15/12/2017	113,15	113,34	-0,19	113,15	113,56	-0,41	113,15	113,45	-0,30	113,15	113,61	-0,46
18/12/2017	114,15	113,68	0,47	114,15	113,83	0,32	114,15	113,66	0,49	114,15	113,82	0,33
19/12/2017	117,65	114,61	3,04	117,65	114,74	2,91	117,65	114,56	3,09	117,65	114,72	2,93
20/12/2017	117,65	117,83	-0,18	117,65	117,98	-0,33	117,65	117,88	-0,23	117,65	118,01	-0,36
21/12/2017	116,15	117,44	-1,29	116,15	117,70	-1,55	116,15	117,58	-1,43	116,15	117,75	-1,60
22/12/2017	117,15	115,79	1,36	117,15	116,04	1,11	117,15	115,85	1,30	117,15	116,07	1,08
26/12/2017	119,10	117,19	1,91	119,10	117,35	1,75	119,10	117,24	1,86	119,10	117,38	1,72
27/12/2017	120,95	119,63	1,32	120,95	119,77	1,18	120,95	119,60	1,35	120,95	119,74	1,21
28/12/2017	124,40	121,43	2,97	124,40	121,61	2,79	124,40	121,39	3,01	124,40	121,57	2,83
29/12/2017	123,70	124,57	-0,87	123,70	124,81	-1,11	123,70	124,69	-0,99	123,70	124,87	-1,17

Fuente: Elaboración propia