

# Álgebra y Geometría analítica

## Ingenierías en Electrónica, Ambiental, Telecomunicaciones

Universidad Nacional de Río Negro - Sede Andina

Comisión 1, 2014 – 2024

# Comisiones de la misma materia

Compartimos: carga horaria y contenidos mínimos.

El material del curso ha evolucionado a lo largo de la década en que fue dictado.

Distintos equipos me acompañaron:

- JTP a cargo del dictado:  
Dra. Mariana Orellana



+ ayuda

Los materiales se enviaban por mail, o se difundían a través del campus bimodal. Compartirlo a través del Repositorio Institucional Digital de la UNRN dejará una versión de largo plazo en forma accesible.

## Programa analítico de esta comisión, curso de 16 semanas, carga de 10hs/semana

UNIDAD 1:	Sistemas de ecuaciones lineales. Identificación de incógnitas. Cantidad de soluciones de un sistema (clasificación). Parametrizaciones del conjunto solución (noción de lugar geométrico). Matrices con coeficientes reales. Aritmética de matrices. Matriz asociada a un sistema de ecuaciones. Matriz ampliada. Método de eliminación de Gauss. Especificación del método (Gauss-Jordan). Rango de una matriz a partir de su forma reducida y escalonada.
UNIDAD 2:	Matrices inversibles. Obtención de la inversa de una matriz por aplicación del método de reducción gaussiana. Soluciones de sistemas de ecuaciones multiplicando por la matriz inversa. Definición y cálculo de determinantes por desarrollo en determinantes menores (cofactores). Propiedades y aritmética de determinantes. Determinante e inversa de una matriz. Sistemas homogéneos de ecuaciones lineales. Sistemas donde se desconoce algún elemento de la matriz.
UNIDAD 3:	Definición de vectores en $R^2$ y $R^3$ , aritmética de vectores, producto por escalar, norma de un vector, distancia entre puntos, producto interno, producto vectorial. Proyección de un vector en la dirección de otro. Ecuación de la recta (distintas formas de expresar una recta en $R^2$ y $R^3$ ), ángulo entre dos rectas, ecuación del plano, distancia entre un punto y un plano.
UNIDAD 4:	Definición de espacio vectorial. Propiedades y ejemplos. $R^2$ y $R^3$ como casos particulares (espacios Euclídeos). Combinación lineal de vectores. Definición de subespacio. Teorema para reconocimiento de un subespacio. Conjunto de generadores. Dependencia e independencia lineal. Base de un espacio. Coordenadas. Dimensión de un espacio.
UNIDAD 5:	Definición. Transformaciones lineales definidas analíticamente o por aplicación a una base. Matriz de una transformación lineal. Núcleo e imagen de una transformación lineal. Monomorfismos, epimorfismos e isomorfismos. Inversa de una transformación lineal. Teorema de la dimensión.
UNIDAD 6:	Definición y propiedades de números complejos. Forma cartesiana y forma polar. Suma y producto. Conjugado de un número complejo. Operaciones combinadas. Representación en el plano. Repaso de polinomios. Algoritmo de la división. Factorización. Raíces.
UNIDAD 7:	Motivación desde el modelado lineal de problemas y el cálculo de potencias de matrices cuadradas. Autovalores de una matriz. Autovectores asociados a los autovalores. Polinomio característico. Transformaciones diagonalizables. Semejanza de matrices.
UNIDAD 8:	Secciones cónicas. Identificación geométrica. Ecuación general. Proceso de rototraslación para reducción de la ecuación.
_____	<a href="#">Examen final</a>

# Algunos detalles

## **Propuesta de evaluación que acompañaba al curso:**

Para aprobar la materia (regularizar) se deben aprobar 3 parciales prácticos y 1 examen final escrito donde se enfatiza en la justificación de los cálculos y razonamientos, siendo imprescindible para aprobar el responder correctamente más del 60 % del examen.

## **Referencias:**

la mayoría de las imágenes han sido tomadas de la bibliografía del curso o de página de internet. Algunas son de producción propia. No he guardado el detalle, pero no pretenden estos documentos ser material 100 % original.

## **Gracias:**

Agradezco a todas y todos los estudiantes que me acompañaron estos 10 años, muchas veces aprendí de Uds. Pero más que nunca, agradezco por todo a la Universidad Nacional de La Plata.

## **Disculpa:**

Cualquier error en estas notas de clase ha sido involuntario, pero si gusta me lo puede comentar.

# Algunas áreas dentro de la matemática

Operatoria y manipulación de los números : Aritmética.

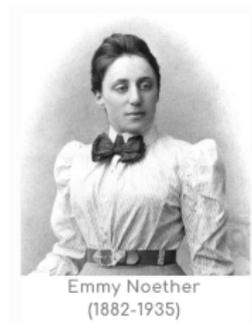
Notación, lenguaje , estructuras abstractas : **Álgebra**



( aprox. 780-850 )



Carl Friedrich Gauss  
(1777-1855)



Emmy Noether  
(1882-1935)

- *Axioma o postulado.*  
+ lógica
- *Teorema:* Proposición que afirma una verdad **demostrable**.  
Para ello se fija un contexto (ej. Pitágoras).



# Conceptos y técnicas para realizar ciertos cálculos → selección bibliográfica

Los libros dan además valiosas notas históricas.

- Ítems disponibles para préstamo en biblioteca Sede Andina UNRN, Bche

Complementarios, según unidad:

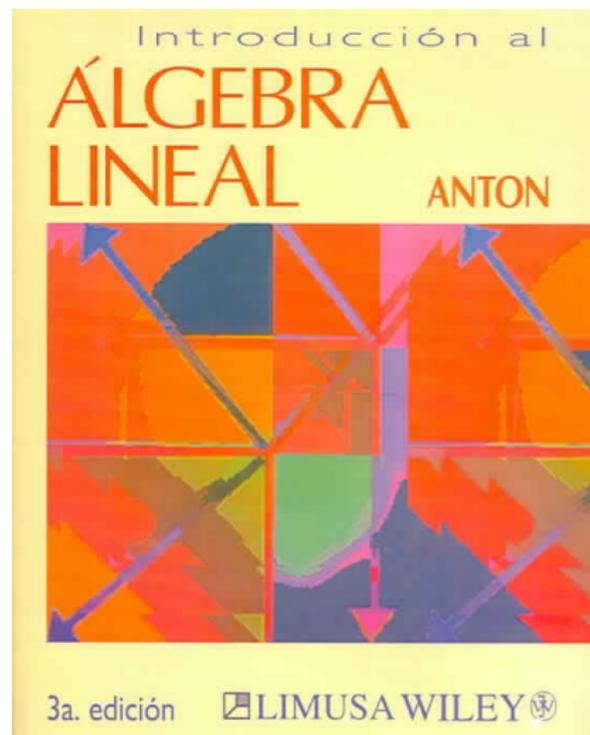
David Lay, Álgebra Lineal y sus Aplicaciones, Ed. Pearson

Álgebra CBC, apunte teórico-práctico para exactas e ingeniería

Stanley Grossman, Álgebra lineal, Grupo Editorial Iberoamérica

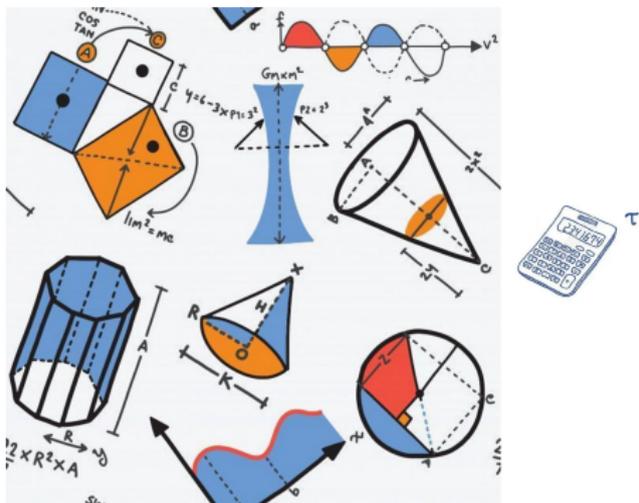
Ron Larson, Fundamentos de álgebra lineal, Cengage learning

David Poole, Álgebra lineal: Una introducción moderna, Cengage Learning Editores



# Geometría analítica

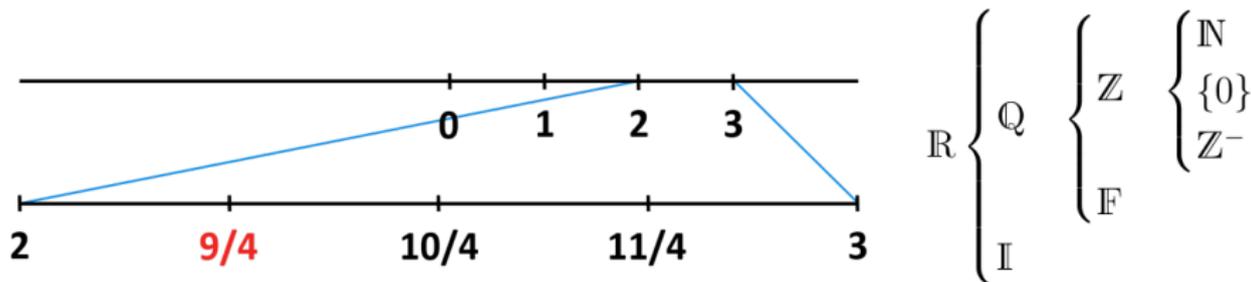
- Resuelve problemas de geometría aplicando métodos algebraicos.
- Utiliza sistema de coordenadas que representan **conjuntos numéricos**. Las figuras se pueden dar mediante ecuaciones.
- Para una transición suave a la abstracción: plano, espacio tridimensional.



Espacios más generales, transformaciones entre ellos.

# Nociones básicas de la teoría de conjuntos

En álgebra se usan **letras** para indicar variables, conjuntos.



Ejemplos:  $0 \notin \mathbb{N}$ ,  $\emptyset \subset A$

$$A \cap B = \{x/x \in A \text{ y } x \in B\}$$

$x$  es una variable: cualquier elemento del conjunto, "/" se lee "tal que".

Nos vamos a interesar también por las **propiedades de las operaciones** que se pueden realizar dentro de un conjunto.

## Pensemos en este ejemplo

Necesito comprar un teléfono celular. Una empresa me ofrece el siguiente servicio: Un costo fijo de \$ 20 por mes por el mantenimiento de la línea, más un costo de \$ 0,30 por cada minuto de uso. Otra empresa me ofrece: Un costo fijo de \$ 25 por el mantenimiento de la línea, más un costo de \$ 0,28 por cada minuto de uso. ¿Cuántos minutos tendría que hablar en cada caso para que el importe fuese igual en ambos? Si sé que mis llamadas siempre superan las 5 horas por mes, ¿qué empresa me resultará más conveniente? ¿y si sé que no superan las 4 horas por mes?

# Etapas: enfoque científico

- **Interpretar el problema**  
Leer el problema, determinar cuáles son la/s **incógnita/s** y cuáles son los datos del problema.
- **Construir un “modelo”**  
Elegir el concepto matemático que represente en forma adecuada la situación a analizar: ecuación, inecuación, sistema de ecuaciones, etc.
- **Hallar la solución matemática**  
Hallar la solución matemática del “modelo” del problema, **utilizando técnicas matemáticas** (métodos de resolución) apropiadas para el mismo.
- **Dar respuesta al problema original**  
Teniendo en cuenta la “solución matemática” determinar cuál es la que responde al problema original.

# Dentro de la curricula de las carreras: primer año

R.

- **Interpretar el problema** I.L.E.A.

Leer el problema, determinar cuáles son la/s **incógnita/s** y cuáles son los datos del problema.

R.

- **Construir un “modelo”**

Elegir el concepto matemático que represente en forma adecuada la situación a analizar: ecuación, inecuación, sistema de ecuaciones, etc.

P.

**Álgebra y geometría**

- **Hallar la solución matemática**

Hallar la solución matemática del “modelo” del problema, **utilizando técnicas matemáticas** (métodos de resolución) apropiadas para el mismo.

Análisis matem.  
I, II y II

Métodos numéricos

- **Dar respuesta al problema original**

Teniendo en cuenta la “solución matemática” determinar cuál es la que responde al problema original.

# Dentro de la curricula de las carreras: a futuro

Chequear con el plan de cada ingeniería

Materias de segundo año que álgebra y geometría analítica, como una de las correlativas, habilita a cursar:

- Física II
- Teoría de la probabilidad
- Métodos numéricos
- Matemática avanzada

Tomado del plan de **electrónica** 2021.