

Estadística del ruido en los estimados de velocidad Doppler de radar meteorológico en presencia de interferencia wifi

Juan Pablo Pascual
CONICET
Instituto Balseiro
Universidad Nacional de Cuyo
S. C. Bariloche, Argentina
juanpablo.pascual@ib.edu.ar

Jorge Cogo
Universidad Nacional de Río Negro.
CITECCA
S. C. Bariloche, Argentina
jcogo@unrn.edu.ar

Alejandro Venere
CNEA
Instituto Balseiro
Universidad Nacional de Cuyo
S. C. Bariloche, Argentina
alejandro.venere@ib.edu.ar

Resumen—En este trabajo se presenta un análisis estadístico del término de ruido en los estimados de velocidad Doppler en aplicaciones de radar meteorológico, cuando la señal recibida se encuentra afectada por interferencia wifi. En primer lugar, se derivan analíticamente expresiones para el ruido de fase que afecta a los estimados, se presentan aproximaciones y se establecen las condiciones en las que es válido aplicar dichas aproximaciones. Luego, se estudian la densidad de probabilidad del ruido y sus momentos estadísticos. En segundo lugar, se llevan a cabo una serie de simulaciones numéricas que permiten validar y completar el estudio analítico. En ellas se evalúan histogramas y se estiman los momentos estadísticos del ruido. Los resultados muestran que la interferencia tiene un efecto significativo sobre la estadística del ruido aún cuando la potencia de la interferencia con respecto a la de señal no es lo suficientemente grande como para producir un salto en el estimado de la velocidad.

Palabras claves—radar meteorológico, interferencia wifi, velocidad Doppler

I. INTRODUCCIÓN

En el año 2009 en la Argentina se lanzó el Sistema Nacional de Radares Meteorológicos (SINARAME), con el objetivo principal de desplegar una red de radares meteorológicos, con un sistema de centralización de la información en tiempo real operado por el Servicio Meteorológico Nacional (SMN). La primera etapa del proyecto, que finalizó en 2015, involucró la integración de 8 radares existentes junto con 2 radares nuevos de la serie de Radares Meteorológicos Argentinos (RMA), diseñados y fabricados por la empresa INVAP, además de la implementación del Centro de Operaciones en instalaciones del SMN, equipado para monitorear los radares e instrumentos de sensado remoto presentes en la red. La segunda etapa, que se extendió hasta el año 2019, incorporó 10 nuevos RMA, también fabricados por INVAP. Recientemente, se inició la tercera etapa del proyecto con la que se prevé extender la red para que cuente con un total de 30 radares [1].

Uno de los efectos negativos que impacta sobre a las variables meteorológicas que se estiman con los radares meteo-

rológicos es la interferencia electromagnética debida a redes wifi que transmiten en la misma banda. En el año 2003 la Unión Internacional de Telecomunicaciones (ITU) tomó la decisión de asignar las bandas de 5,150 a 5,350 y de 5,470 a 5,725 GHz a sistemas de acceso inalámbrico, incluyendo las redes WLAN/RLAN (Wireless/Radio Local Area Networks). La idea era que coexistan con los radares meteorológicos, requiriendo a los sistemas de acceso inalámbrico una función de selección dinámica de frecuencia que verifique la presencia de señales de radar antes de transmitir en un determinado canal [2]. Sin embargo, aún en la actualidad la interferencia debida a redes WLAN/RLAN en radares meteorológicos de banda C, que pueden operar dentro del rango de frecuencia de 5,250 a 5,725 GHz, como es el caso de los RMA, continúa siendo un problema a nivel mundial y se encuentra entre los factores limitantes de su desempeño [3].

Uno de los desafíos del procesamiento de señales es minimizar las contribuciones de las señales contaminantes de modo de generar estimaciones insesgadas de los productos meteorológicos [4]. Para ello el primer paso es detectar la interferencia. En [5] se presenta un análisis del efecto de la interferencia wifi sobre la estimación de la velocidad Doppler en radar meteorológico, cuando éste opera con intervalo de repetición de pulso constante, y se verifica que el error que produce la interferencia sobre la velocidad estimada es un salto de velocidad del valor de la velocidad máxima no ambigua. Asimismo, se deja planteada la posibilidad de emplear este efecto para desarrollar un detector de interferencia. Sin embargo, en el estudio no se tiene en cuenta el término de ruido aditivo, el cual también se ve afectado por la interferencia.

En este trabajo se analiza la estadística del término de ruido en los estimados de velocidad Doppler de radar meteorológico cuando la señal se ve afectada por interferencia wifi. En las Secciones II y III se presenta un estudio analítico de la estadística del término de ruido. Luego, en la Sección IV se verifican y se completan los resultados analíticos por medio de simulaciones numéricas. Finalmente, en la Sección V se presentan conclusiones y líneas de trabajo a futuro.

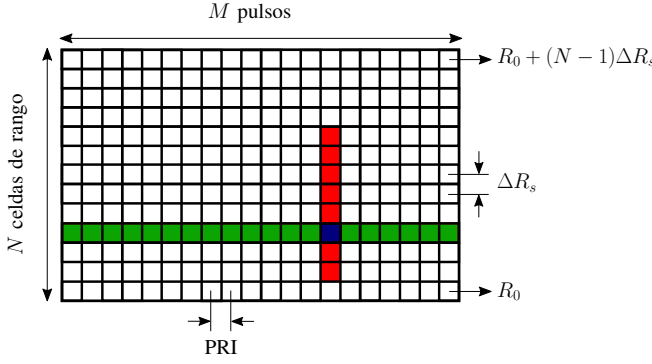


Figura 1. Matriz de datos. En verde se representan las muestras correspondientes del CPI en tiempo lento y en rojo la señal de interferencia.

II. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

En presencia de interferencia, la señal recibida por un radar meteorológico en la dimensión tiempo lento [6], $z[m]$, se puede modelar como

$$z[m] = p[m] + i[m] + n[m], \quad (1)$$

donde $p[m]$ representa el fenómeno meteorológico, $i[m]$ denota la existencia de interferencia wifi y $n[m]$ es la componente de ruido, modelado como blanco con distribución $\mathcal{CN}(0, \sigma_n^2)$. La separación temporal entre muestras en esta dimensión la determina el intervalo de repetición de pulso (PRI, por sus siglas en inglés), el que se denotará como T .

Para el análisis que se llevará a cabo en este trabajo se parte de una simplificación del modelo de la componente del fenómeno $p[m]$, que consiste en suponer

$$p[m] = Ae^{-j2\pi f_D mT - j\phi}, \quad (2)$$

donde A es una constante proporcional a la intensidad del fenómeno, $\phi = 4\pi r/\lambda$ es el término de fase asociada con la distancia r que recorrió la onda hasta alcanzar al objetivo, siendo λ la longitud de onda, y $-2\pi f_D mT$ es el término de fase correspondiente al desplazamiento Doppler, f_D , proporcional a la velocidad radial, v , del objetivo.

La interferencia wifi afecta la señal recibida por el radar en la dimensión tiempo rápido (o rango) [6] para algunos pulsos. Por este motivo, como se esquematiza en la Fig. 1, solo se ven afectadas unas pocas muestras dentro de cada intervalo de procesamiento coherente (CPI, por sus siglas en inglés) de M pulsos en tiempo lento. En ese marco, un modelo que representa la interferencia wifi es considerarla de la forma

$$i[m] = Ie^{j\theta}\delta[m - m_\ell], \quad (3)$$

donde I es un factor de amplitud y θ es la fase de la señal que se modela como aleatoria con distribución $\mathcal{U}[0, 2\pi]$, $\delta[\cdot]$ es la función delta de Kronecker y m_ℓ es un entero que toma valores entre 0 y $M - 1$, que indica qué pulso fue interferido.

El objetivo es estudiar el efecto de la interferencia sobre la estimación de la velocidad Doppler. Uno de los métodos más utilizados para estimar la velocidad es la técnica de

procesamiento de pares de pulsos (PPP, por sus siglas en inglés), cuyo estimador posee la expresión [7]

$$\hat{v} = \frac{\lambda}{4\pi T} \arg \hat{R}_{zz}[1], \quad (4)$$

donde $\hat{R}_{zz}[1]$ es un estimado de la autocorrelación de la señal $z(t)$, evaluada en el instante T . Cabe aclarar que $z[m] = z(mT)$.

III. ANÁLISIS DEL ESTIMADO DE VELOCIDAD

En el Apéndice A se realiza la deducción de la expresión del estimado de la autocorrelación, $\hat{R}_{zz}[1]$, y la definición de las variables utilizadas. A partir de (19), $\hat{R}_{zz}[1]$ se puede expresar como

$$\hat{R}_{zz}[1] = \gamma A^2 \sqrt{(1 + N_I)^2 + N_Q^2} e^{-j2\pi f_D T + j\arctan\left(\frac{N_Q}{1 + N_I}\right)}. \quad (5)$$

El factor γ , dado por (20), es real, y por tanto influye en $\arg \hat{R}_{zz}[1]$ sólo a través de su signo, que puede ser positivo o negativo dependiendo del resultado del coseno y de la constante a . Es el término que da cuenta del salto que se puede producir en el estimado de la velocidad por efecto de la interferencia [5].

En caso que γ tome un valor positivo, entonces

$$\begin{aligned} \arg \hat{R}_{zz}[1] &= -2\pi f_D T + \arctan\left(\frac{N_Q}{1 + N_I}\right) \mod 2\pi \\ \Rightarrow \hat{v} &= v + \frac{\lambda}{4\pi T} \arctan\left(\frac{N_Q}{1 + N_I}\right) \mod 2v_a, \end{aligned} \quad (6)$$

donde $v = -f_D \lambda/2$ y $v_a = \lambda/(4T)$, es la velocidad máxima no ambigua.

En cambio, si este factor γ toma un valor negativo, resulta

$$\begin{aligned} \arg \hat{R}_{zz}[1] &= -2\pi f_D T \pm \pi + \arctan\left(\frac{N_Q}{1 + N_I}\right) \mod 2\pi \\ \Rightarrow \hat{v} &= v \pm v_a + \frac{\lambda}{4\pi T} \arctan\left(\frac{N_Q}{1 + N_I}\right) \mod 2v_a. \end{aligned} \quad (7)$$

El efecto de la interferencia sobre el término del fenómeno puede producir el salto de velocidad mencionado. Para que exista la posibilidad de que el salto ocurra a debe ser mayor a 1, que es equivalente a que $ISR \geq \left(\frac{M-1}{2}\right)^2$. Cuando esto ocurre γ puede cambiar de signo, caso contrario será siempre positiva. En la Fig. 2 se presenta la probabilidad de salto en función de la ISR para $M = 54$ pulsos. Se observa que la probabilidad es cero hasta 28,5 dB, valor mínimo para el cual γ puede cambiar de signo.

Sin embargo, el objetivo de este trabajo consiste en analizar el efecto de la interferencia sobre el ruido en los estimados de velocidad, es decir los últimos términos de las expresiones (6) y (7). Cuando el argumento de la función arcotangente es próximo a cero, la misma puede ser aproximada por su argumento, a partir de truncar al primer término de su desarrollo en serie de Taylor alrededor de 0. En estas condiciones

$$\frac{\lambda}{4\pi T} \arctan\left(\frac{N_Q}{1 + N_I}\right) \approx \frac{\lambda}{4\pi T} \frac{N_Q}{1 + N_I}. \quad (8)$$

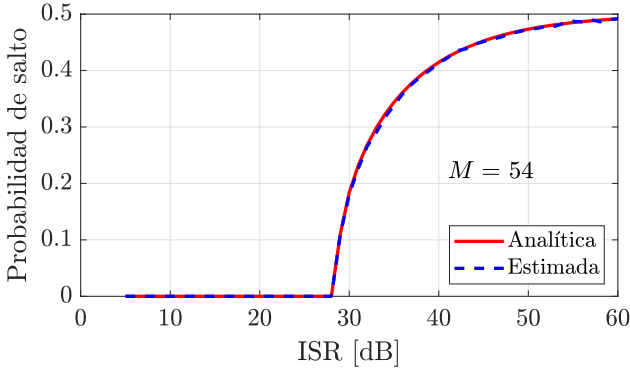


Figura 2. Probabilidad de salto en función de ISR .

Además, si se satisface que el valor cuadrático medio de N_I es pequeño en relación a 1, existe la posibilidad de despreciar N_I en el denominador, lo que lleva a una segunda aproximación

$$\frac{\lambda}{4\pi T} \arctan\left(\frac{N_Q}{1 + N_I}\right) \approx \frac{\lambda}{4\pi T} N_Q. \quad (9)$$

Cuando no existe interferencia presente, entonces $ISR = 0$ y $\gamma = 1$, por lo tanto de (28) y (29), resulta

$$\mathbb{V}\{N_Q\} = \frac{1}{SNR(M-1)^2}, \quad (10)$$

$$\mathbb{V}\{N_I\} = \frac{2M-3}{SNR(M-1)^2}. \quad (11)$$

En estas condiciones basta con que SNR sea alta para que sea válida la aproximación dada por (9), resultando el ruido de fase aproximadamente gaussiano, lo que simplifica el tratamiento matemático.

En cambio, cuando existe interferencia presente las varianzas de N_Q y N_I están dadas por (28) y (29), respectivamente, las cuales dependen no solo de SNR sino también del valor de ISR y de los momentos de primer y segundo orden de $1/\gamma$, que también son función de ISR .

Antes de proseguir es conveniente analizar qué valores toman K_1 y K_2 . De acuerdo con (30), es necesario conocer la función de densidad de probabilidad (fdp) de γ para su cálculo. A partir de (20) y sabiendo que $\alpha \sim \mathcal{U}[0, 2\pi]$ se obtiene que la fdp de γ es

$$f_\gamma(x) = \frac{1}{a\pi} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{x-1}{a}\right)^2}} \quad 1-a < x < 1+a. \quad (12)$$

En la Fig. 3 se muestra la fdp de γ para un caso genérico, superpuesto a la estimación de la misma mediante el histograma. Cuando $a < 1$, es decir $ISR < \left(\frac{M-1}{2}\right)^2$, el intervalo $(1-a, 1+a)$ no contiene al cero y los momentos K_1 y K_2 toman valores finitos. En esta situación cuando SNR es alta (o al menos del mismo orden) en relación a ISR las aproximaciones son válidas. En cambio, cuando $ISR \geq \left(\frac{M-1}{2}\right)^2$ el intervalo $(1-a, 1+a)$ contiene el valor 0 y los momentos de $1/\gamma$ divergen. Esto no quiere decir que

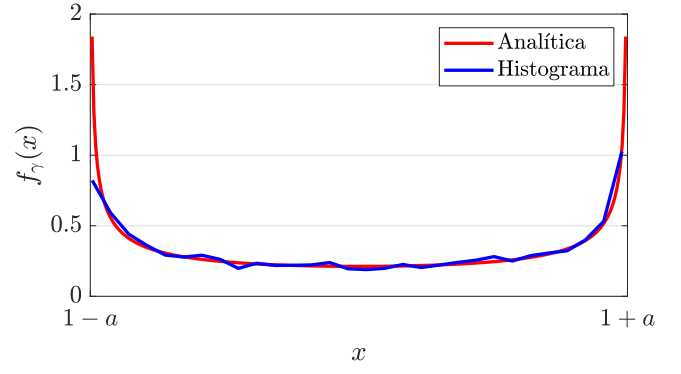


Figura 3. Función de densidad de probabilidad de γ .

la varianza de los estimados de velocidad sea infinita, debido a que la fase está contenida entre $-\pi$ y π , sino que no serán válidas las aproximaciones (8) y (9), y la estadística del ruido se apartará de la de una variable aleatoria gaussiana. Notar que la condición para que los momentos de $1/\gamma$ converjan, coincide con la condición de existencia de saltos. Por otro lado, cuando $a < 1$, la aproximación será mejor cuanto menor sea el valor de a .

IV. RESULTADOS

Se llevaron a cabo una serie de simulaciones numéricas con el fin de completar el análisis estadístico del término de ruido en los estimados de velocidad. Se generaron realizaciones de la señal siguiendo el modelo dado por (2), tomando $v = 2,7$ m/s, para una velocidad máxima no ambigua de $v_a = 13,4$ m/s, $M = 54$, para cada realización las variables θ y ϕ se obtuvieron como salidas de variables aleatorias uniformemente distribuidas entre 0 y 2π y m_l como salida de una variable aleatoria discreta uniformemente distribuida entre 0 y $M-1$.

En la primera experiencia se estimaron la media y la desviación estándar del término de ruido en función de la SNR para tres valores diferentes de ISR : 20 dB, 25 dB y 35 dB. Los resultados se presentan en la Fig. 4. En la Fig. 4(a) se observa que el valor medio para los tres valores de ISR es del mismo orden y, además, permite concluir que el valor medio es aproximadamente cero. Por otra parte, en la Fig. 4(b) se muestra la desviación estándar del término de ruido obtenido en la simulación y se incluyen los valores analíticos para $ISR = 20$ dB e $ISR = 25$ dB, que son resultado de evaluar la raíz cuadrada de (28). El valor analítico de la desviación estándar para $ISR = 35$ dB diverge, debido a que en este caso resulta $a > 1$. La desviación estándar presenta un comportamiento esperado, decae a medida que disminuyen tanto SNR como ISR . Asimismo, a partir de $SNR = 10$ dB los valores estimados se aproximan a los valores analíticos.

La segunda experiencia desarrollada consistió en evaluar histogramas del término de ruido con el objetivo de aproximar su fdp, fijando $SNR = 20$ dB y considerando nuevamente los valores de ISR : 20 dB, 25 dB y 35 dB. Los resultados se presentan en la Fig. 5. Para los tres valores de ISR , superpuesto al histograma correspondiente, se presenta una

función gaussiana cuya media y varianza se estimaron a partir de los valores de los términos de ruido en los estimados de velocidad. Además, para $ISR = 20$ dB e $ISR = 25$ dB también se incluye la fdp gaussiana analítica, de media nula y cuya varianza se obtiene de (28) evaluada con los valores de ISR y SNR correspondientes. En la Fig. 5(a) se muestra el resultado para $ISR = 20$ dB lo que implica $a = 0,38$. Para este valor de ISR cualitativamente se observa que el histograma está bien representado tanto por la función gaussiana ajustada como por la fdp analítica, siendo estas dos muy próximas entre sí. En este caso, la aproximación (9) es válida. La Fig. 5(b) contiene los resultados para $ISR = 20$ dB, con $a = 0,67$. En esta situación, la función gaussiana ajustada aproxima bien a la fdp analítica, pero el histograma se aparta de ellas. La densidad del término de ruido presenta colas pesadas que no pueden ser completamente representadas por una función gaussiana. Sin embargo, los momentos de primer y segundo orden (media y varianza) toman valores muy próximos a los analíticos obtenidos para la aproximación de gaussianidad. Este comportamiento se ve en la proximidad entre la función gaussiana ajustada y la fdp analítica, pero, además, quedó explícitamente de manifiesto en los resultados mostrados en la Fig. 4. Para esta situación comienza a dejar de ser válida la aproximación (9). Por último, en la Fig. 5(c) se presentan los resultados correspondientes a $ISR = 35$ dB, con $a = 2,21$. En este caso la función gaussiana ajustada a los datos se aparta significativamente del histograma obtenido. Como anticiparon los resultados analíticos, en esta situación la aproximación (9) no es válida.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se analizó la estadística que presenta el ruido en los estimados de velocidad en aplicaciones de radar meteorológico cuando existe interferencia wifi presente. Para llevar a cabo el desarrollo se consideraron modelos simplificados de las señales involucradas y el método de estimación empleado es PPP. Los cálculos analíticos fueron verificados por medio de simulaciones numéricas. Los resultados obtenidos muestran que para un número fijo de pulsos, cuando la SNR es alta y la ISR es baja, de modo tal que no se produzcan saltos en los estimados de velocidad, la componente en cuadratura del ruido aditivo que surge en el estimado de la autocorrelación es aproximadamente el ruido de fase que se manifiesta en los estimados. En estas condiciones la estadística del ruido es aproximadamente gaussiana. Por otro lado, cuando la ISR es lo suficientemente alta, de modo que se produzcan saltos de velocidad esa aproximación deja de ser válida y la estadística del ruido de fase se aparta de la una variable aleatoria gaussiana.

En [5] se deja abierta la posibilidad de utilizar el efecto de los saltos de velocidad para detectar la presencia de interferencia en los CPI procesados. Teniendo en cuenta que la probabilidad de salto es como máximo de 0.5, esa estrategia en el mejor de los casos permitiría detectar la interferencia wifi el 50 % de las veces que se encuentre presente. Los resultados obtenidos en este trabajo permiten definir una prueba de

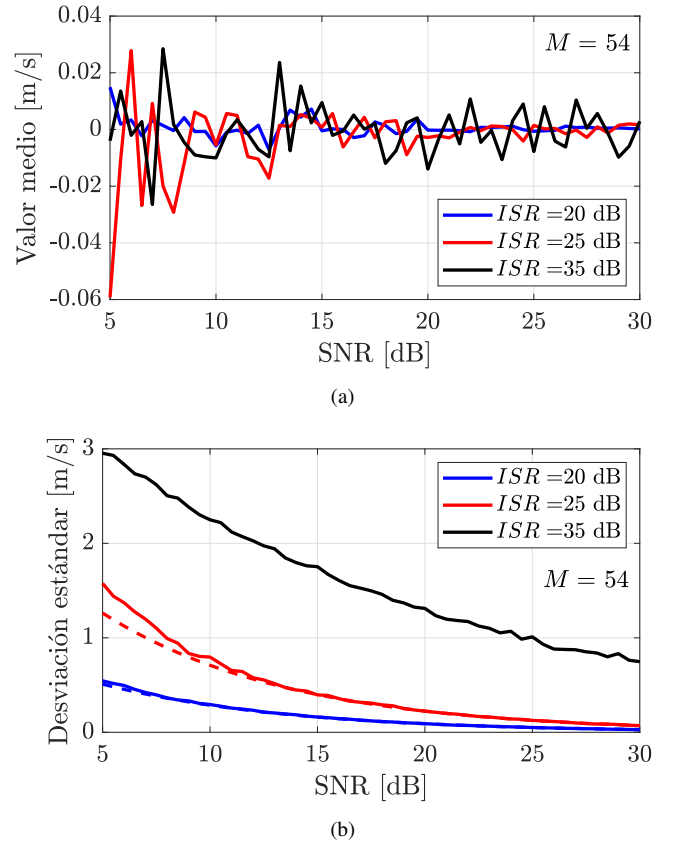


Figura 4. Momentos del término de ruido en los estimados de velocidad. (a) Valor medio. (b) Desviación estándar.

hipótesis más eficiente en el sentido de lograr detectar la presencia de interferencia aún cuando no se den saltos de velocidad. Esto se logra a partir de comparar la estadística de los estimados cuando no existe interferencia presente con respecto al caso en que la interferencia afecte a la señal. Notar que para una ISR alta con respecto a 1 (por ejemplo 20 dB como en los casos analizados), aún cuando no se produzcan saltos la gaussiana que represente la fdp del ruido de fase tendrá una varianza al menos ISR (100 para el ejemplo) veces mayor que cuando la interferencia no se encuentre presente.

Además de desarrollar la prueba de hipótesis mencionada, otra posible línea de trabajo futuro consiste en modelar la estadística del término de ruido cuando existen saltos de velocidad empleando distribuciones que poseen colas pesadas, como por ejemplo las distribuciones gaussianas compuestas [8].

APÉNDICE A

EVALUACIÓN DEL ESTIMADOR DE LA AUTOCORRELACIÓN

La manera habitual de obtener $\hat{R}_{zz}[1]$ consiste en

$$\hat{R}_{zz}[1] = \frac{1}{M-1} \sum_{m=0}^{M-2} z[m+1]z^*[m], \quad (13)$$

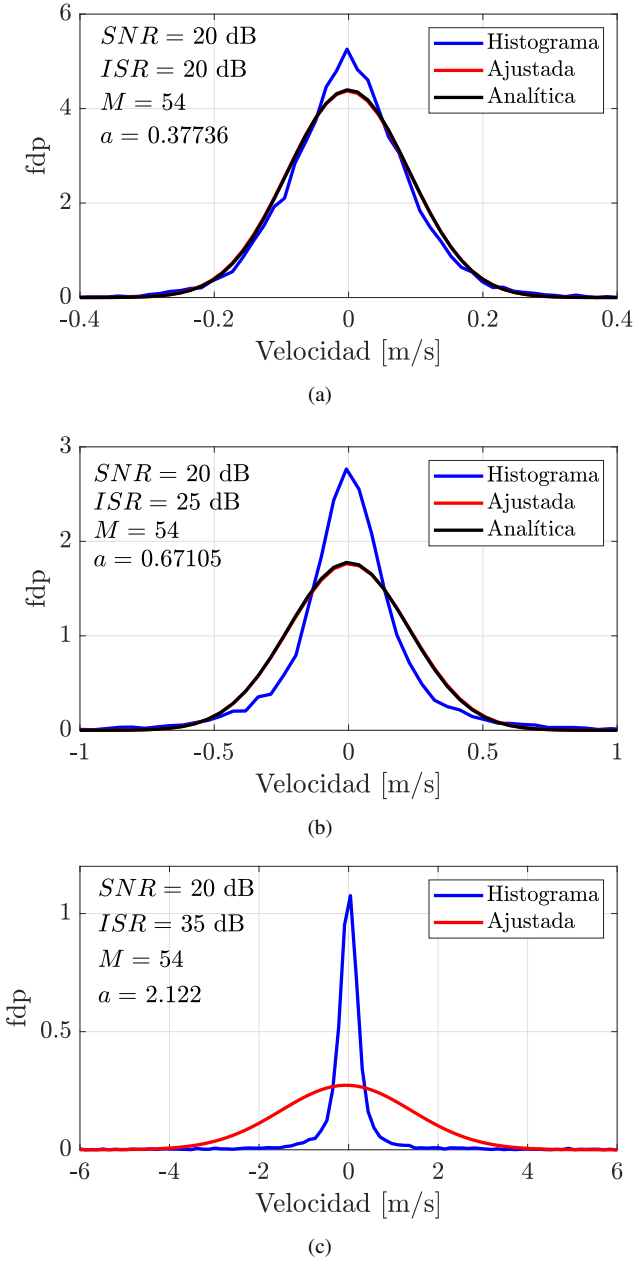


Figura 5. Histogramas del término de ruido en los estimados de velocidad. (a) $ISR = 20$ dB. (b) $ISR = 25$ dB. (c) $ISR = 35$ dB.

donde $*$ denota la operación conjugado. Reemplazando (1) en (13), y haciendo uso de (3), luego de distribuir los términos se obtiene

$$\hat{R}_{zz}[1] = \hat{R}_{pp}[1] + \hat{R}_{nn}[1] + \hat{R}_{ii}[1] + \hat{R}_{pn}[1] + \hat{R}_{np}[1] + \hat{R}_{pi}[1] + \hat{R}_{ip}[1] + \hat{R}_{in}[1] + \hat{R}_{ni}[1], \quad (14)$$

donde la convención adoptada es

$$\hat{R}_{xy}[1] = \frac{1}{M-1} \sum_{m=0}^{M-2} x[m+1]y^*[m], \quad (15)$$

siendo $x[m]$ e $y[m]$ dos secuencias genéricas definidas en $[0, M-1]$.

De la expresión para la componente del fenómeno (2) resulta $\hat{R}_{pp}[1] = A^2 e^{-j2\pi f_D T}$, además, a partir de (3) surge que $\hat{R}_{ii}[1] = 0$, y teniendo en cuenta que el ruido es blanco entonces $\hat{R}_{nn}[1] \approx 0$. Por otro lado, haciendo uso de (2) se obtiene que

$$\begin{aligned} \hat{R}_{pn}[1] + \hat{R}_{np}[1] = & \frac{A^2 e^{-j2\pi f_D T}}{\sqrt{SNR}(M-1)} \left[e^{-j\phi} b^*[0] + \right. \\ & + e^{j2\pi f_D (M-1)T + j\phi} b[M-1] + \\ & \left. + 2\mathcal{R} \left\{ \sum_{m=1}^{M-2} e^{j2\pi f_D mT + j\phi} b[m] \right\} \right], \end{aligned} \quad (16)$$

donde $n[m] = \sigma_n b[m]$, siendo $b[m] \sim \mathcal{CN}(0, 1)$, se definió $SNR = A^2/\sigma_n^2$ y $\mathcal{R}\{\cdot\}$ denota la parte real.

A partir de (2) y (3), para $m_\ell \neq 0$ y $m_\ell \neq M-1$ resulta

$$\hat{R}_{pi}[1] + \hat{R}_{ip}[1] = A^2 e^{-j2\pi f_D T} \frac{2\sqrt{ISR}}{M-1} \cos(\alpha), \quad (17)$$

donde se definió $\alpha = 2\pi f_D m_\ell T + \phi + \theta$ e $ISR = I^2/A^2$.

Finalmente, de (3), para $m_\ell \neq 0$ y $m_\ell \neq M-1$ se obtiene que

$$\begin{aligned} \hat{R}_{in}[1] + \hat{R}_{ni}[1] = & \frac{A^2 e^{-j2\pi f_D T} \sqrt{ISR}}{\sqrt{SNR}(M-1)} \left(e^{j\theta + j2\pi f_D T} b^*[m_i - 1] + \right. \\ & \left. + e^{-j\theta + j2\pi f_D T} b[m_i + 1] \right). \end{aligned} \quad (18)$$

A partir de (16), (17) y (18), es posible expresar $\hat{R}_{zz}[1]$ como

$$\hat{R}_{zz}[1] = \gamma A^2 e^{-j2\pi f_D T} (1 + N_I + jN_Q), \quad (19)$$

donde

$$\gamma = 1 + a \cos(\alpha), \quad (20)$$

siendo $a = \frac{2\sqrt{ISR}}{M-1}$, y los términos en fase y cuadratura N_I y N_Q están dados, respectivamente, por

$$\begin{aligned} N_I = & \frac{1}{\gamma \sqrt{SNR}(M-1)} \left(\cos(\phi) b_I[0] - \sin(\phi) b_Q[0] + \right. \\ & + \cos(2\pi f_D (M-1)T + \phi) b_I[M-1] + \\ & - \sin(2\pi f_D (M-1)T + \phi) b_Q[M-1] + \\ & + 2 \sum_{m=1}^{M-2} \cos(2\pi f_D mT + \phi) b_I[m] + \\ & - 2 \sum_{m=1}^{M-2} \sin(2\pi f_D mT + \phi) b_Q[m] + \\ & + \sqrt{ISR} \cos(2\pi f_D T + \theta) b_I[m_i - 1] + \\ & + \sqrt{ISR} \sin(2\pi f_D T + \theta) b_Q[m_i - 1] + \\ & + \sqrt{ISR} \cos(2\pi f_D T - \theta) b_I[m_i + 1] + \\ & \left. - \sqrt{ISR} \sin(2\pi f_D T - \theta) b_Q[m_i + 1] \right), \end{aligned} \quad (21)$$

$$N_Q = \frac{1}{\gamma\sqrt{SNR}(M-1)} (-\cos(\phi)b_Q[0] - \sin(\phi)b_I[0] + \cos(2\pi f_D(M-1)T + \phi)b_Q[M-1] + \sin(2\pi f_D(M-1)T + \phi)b_I[M-1] + \sqrt{ISR}\sin(2\pi f_D T + \theta)b_I[m_l - 1] - \sqrt{ISR}\cos(2\pi f_D T + \theta)b_Q[m_l - 1] + \sqrt{ISR}\sin(2\pi f_D T - \theta)b_I[m_l + 1] + \sqrt{ISR}\cos(2\pi f_D T - \theta)b_Q[m_l + 1]), \quad (22)$$

siendo $b[m] = b_I[m] + jb_Q[m]$, lo que implica que $b_I[m]$ y $b_Q[m]$ poseen distribución $\mathcal{N}(0, 1/2)$.

APÉNDICE B

CÁLCULO DE LOS MOMENTOS DEL TÉRMINO DE RUIDO

Para evaluar los momentos de N_I y N_Q se debe tener en cuenta que tanto $b_I[m]$ y $b_Q[m]$ como θ , ϕ y m_l son aleatorios e independientes. Por ese motivo, como primer paso para evaluar los momentos se calcularán momentos condicionados a que θ , ϕ y m_l están dados. Teniendo en cuenta que $\mathbb{E}\{b_I[m]\} = \mathbb{E}\{b_Q[m]\} = 0$, entonces es simple demostrar que $\mathbb{E}\{N_I[m]|\theta, \phi, m_l\} = \mathbb{E}\{N_Q[m]|\theta, \phi, m_l\} = 0$ lo que implica que $\mathbb{E}\{N_I\} = \mathbb{E}\{N_Q\} = 0$. Por lo tanto, las varianzas de N_I y N_Q son iguales a sus respectivos valores cuadráticos medios.

Cuando $m_l \neq 1$ y $m_l \neq M-2$, los términos cruzados que surgen en N_Q^2 son independientes y poseen media nula, con lo cual se anulan. Luego, teniendo en cuenta que $\mathbb{E}\{b_I^2[m]\} = \mathbb{E}\{b_Q^2[m]\} = 0,5$ la varianza condicional de N_Q resulta

$$\begin{aligned} \mathbb{V}\{N_Q|\theta, \phi, m_l\} &= \frac{0,5}{\gamma^2 SNR(M-1)^2} (\cos^2(\phi) + \sin^2(\phi) + \cos^2(2\pi f_D(M-1)T + \phi) + \sin^2(2\pi f_D(M-1)T + \phi) + ISR[\cos^2(2\pi f_D T + \theta) + \sin^2(2\pi f_D T + \theta)] + ISR[\cos^2(2\pi f_D T - \theta) + \sin^2(2\pi f_D T - \theta)]), \\ \Rightarrow \mathbb{V}\{N_Q|\theta, \phi, m_l\} &= \frac{1 + ISR}{\gamma^2 SNR(M-1)^2}. \end{aligned} \quad (23)$$

Cuando $m_l = 1$ o $m_l = M-2$, en N_Q^2 surgen términos cruzados que no se anulan. En particular, para $m_l = 1$ al resultado de (23) se le suma el siguiente término

$$\begin{aligned} \mathbb{V}\{N_Q|\theta, \phi, m_l = 1\} &= \frac{1}{\gamma^2 SNR(M-1)^2} (1 + ISR + 0,5\sqrt{ISR}[\cos(\phi)\cos(2\pi f_D T + \theta) - \sin(\phi)\sin(2\pi f_D T + \theta)]). \end{aligned} \quad (24)$$

Haciendo uso de identidades trigonométricas (24) se puede escribir como

$$\mathbb{V}\{N_Q|\theta, \phi, m_l = 1\} = \frac{1 + ISR + 0,5\sqrt{ISR}\cos(\alpha)}{\gamma^2 SNR(M-1)^2}, \quad (25)$$

que luego de una serie de pasos algebraicos resulta

$$\mathbb{V}\{N_Q|\theta, \phi, m_l = 1\} = \frac{ISR - (M-5)/4}{\gamma^2 SNR(M-1)^2} + \frac{1/4}{\gamma SNR(M-1)}. \quad (26)$$

Para el cálculo de la varianza condicional con $m_l = M-2$ se debe seguir un procedimiento análogo y se arriba al resultado dado por (26).

El cálculo de la varianza de N_I se realiza de manera análoga, sin embargo, en este caso para cualquier situación surgen términos cruzados. La misma resulta

$$\mathbb{V}\{N_I|\theta, \phi, m_l\} = \frac{M-2+ISR}{\gamma^2 SNR(M-1)^2} + \frac{1}{\gamma SNR(M-1)}. \quad (27)$$

Notar que en todas las varianzas condicionales obtenidas lo único aleatorio es γ . Para obtener $\mathbb{V}\{N_Q\}$ y $\mathbb{V}\{N_I\}$ basta con tomar esperanza sobre las varianzas condicionales con respecto a γ . Siguiendo este procedimiento se obtiene

$$\mathbb{V}\{N_Q\} = \frac{K_2(1 + ISR)}{SNR(M-1)^2}, \quad (28)$$

$$\mathbb{V}\{N_I\} = \frac{K_2(M-2+ISR)}{SNR(M-1)^2} + \frac{K_1}{SNR(M-1)}, \quad (29)$$

donde

$$K_i = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^i} f_\gamma(x) dx, \quad (30)$$

siendo $f_\gamma(x)$ la función de densidad de probabilidad de γ . Cabe destacar que para obtener (28) y (29) se partió de (23) y (27), respectivamente. No se distinguieron los casos de m_l debido a que los casos particulares no tienen un peso significativo sobre el resultado final.

REFERENCIAS

- [1] A. Rodríguez, C. Lacunza, J. Serra, C. Saulo, H. Ciappesoni, G. Caranti, J. Bertoni, and A. Martina, "SiNaRaMe: Integración de una red de radares hidro-meteorológicos en latinoamérica," *Rev. Fac. Ciencias Exac., Fís. y Nat.*, vol. 4, no. 1, pp. 41–48, Mar. 2017.
- [2] E. Saltikoff, J. Cho, P. Tristant, A. Huuskonen, L. Allmon, R. Cook, E. Becker, and P. Joe, "The threat to weather radars by wireless technology," *Bulletin of the American Meteorological Society*, vol. 97, no. 7, pp. 1159–1167, Aug. 2016.
- [3] J. Yin, P. Hoogeboom, C. Unal, and H. Russchenberg, "Radio frequency interference characterization and mitigation for polarimetric weather radar: A study case," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 60, pp. 1–16, 2022.
- [4] J. Cho, "A new radio frequency interference filter for weather radars," *J. Atmos. Oceanic Technol.*, vol. 34, pp. 1393–1406, Apr. 2017.
- [5] D. Benoit, J. Cogo, and J. Pascual, "Análisis del efecto de la interferencia wifi sobre la velocidad Doppler en radar meteorológico," in *ARGENCON 2022, Reunión Bianual de la Sección Argentina del IEEE*, San Juan, Argentina, 2022.
- [6] M. A. Richards, *Fundamentals of Radar Signal Processing*. New York: McGraw-Hill, 2005.
- [7] R. J. Doviak and D. S. Zrnić, *Doppler Radar and Weather Observations, 2nd Ed.* San Diego Cal.: Academic Press, 1993.
- [8] K. Sangston, F. Gini, and M. Greco, "Coherent radar target detection in heavy-tailed compound-Gaussian clutter," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 48, no. 1, pp. 64–77, Jan. 2012.