



Enseñanza de la homotecia mediante el uso del pantógrafo. Análisis a priori de una unidad didáctica

Jenny Fuentealba Palavecino^{1,2,3}

jfuentealba@unrn.edu.ar

Claudia Garelik^{1,2}

cgarelik@unrn.edu.ar

Emiliana Llorens^{1,3}

ellorens@unrn.edu.ar

¹ Universidad Nacional de Río Negro (UNRN).

² Centro de Estudios e Investigación en Educación (CEIE), UNRN.

³ Instituto de Formación Docente Continua de General Roca, Río Negro.

Sobre el proyecto en el que nos enmarcamos

En el Proyecto de Investigación PI 40A1104, “Estudio de diseño sobre la enseñanza de la Matemática contextualizada en las carreras de Arquitectura y Diseño de Interiores y Mobiliario de la UNRN”, se busca desarrollar, implementar y evaluar unidades didácticas contextualizadas en problemas del ámbito profesional de cada carrera durante el periodo 2023. Tras el análisis de los resultados obtenidos, se procederá a rediseñar estas unidades didácticas para su implementación en el año 2024. El proyecto tiene como objetivos específicos relevar las representaciones y expectativas de los estudiantes ingresantes, diseñar, implementar y evaluar unidades didácticas contextualizadas en problemas del campo profesional, caracterizar las prácticas de enseñanza y rediseñar las unidades según las condiciones facilitadoras u obstaculizadoras identificadas.

El fundamento del proyecto radica en la importancia de la Matemática en todos los niveles educativos y en el propósito de la Universidad Nacional de Río Negro de aplicar los conceptos matemáticos en situaciones vinculadas con la práctica profesional. En este sentido, se destaca la contribución de la Matemática al razonamiento lógico y la criticidad de las personas. En el contexto específico de Arquitectura y Diseño de Interiores y Mobiliario, el proyecto busca identificar los conceptos matemáticos necesarios en la práctica profesional, reconociendo el momento en que en dicha profesión se enfrentan al uso y la comunicación de procedimientos matemáticos. Se sostiene la idea de que contextualizar la Matemática en estas



carreras puede generar aprendizajes significativos y motivar a los estudiantes, contribuyendo así a sus proyectos de diseño. La metodología del proyecto se alinea con enfoques cualitativos, enfocándose en el diseño, implementación y evaluación de propuestas didácticas.

Introducción

En el ámbito específico del Diseño de Interiores y Mobiliario, en la UNRN se ha implementado en Matemática Compositiva un enfoque pedagógico que busca desarrollar la creatividad de los estudiantes, combinando la enseñanza disciplinaria con propuestas didácticas contextualizadas en problemas aplicados al diseño. A pesar de algunos resultados positivos, como altas calificaciones y promociones, la tasa de abandono sigue siendo significativa. La implementación de unidades didácticas contextualizadas, centradas en la selección de forma, material y estructura, se destaca como una modificación relevante. Este enfoque busca vincular la matemática como un lenguaje útil y eficaz en la generación de criterios y pautas de diseño, promoviendo su aplicación práctica en proyectos profesionales y durante la carrera. El programa de contenidos de 2023 se estructuró en torno a cuatro unidades que abordan aspectos de la geometría y la aplicación de magnitudes en el diseño.

En esta ponencia presentamos el análisis a priori de una secuencia para la enseñanza de la homotecia, contenido de la tercera unidad “Proporcionalidad geométrica y condiciones de equilibrio”. En este caso, para el diseño de la unidad didáctica se utiliza como marco teórico la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau.

Marco teórico: Teoría de situaciones didácticas

Como plantea Sadovsky (2005), por producción de conocimientos debemos entender “establecer nuevas relaciones, transformar y organizar otras”. Brousseau (1986, 1988a, 1988b, 1995, 1998, 1999, citado en Sadovsky, 2005), piensa la enseñanza desde la producción de conocimientos en el aula. Propone dos tipos de interacciones elementales: sujeto/medio y estudiante/docente. Una es la interacción del estudiante con una problemática, la cual ofrece resistencias y retroacciones que operan sobre los conocimientos matemáticos puestos en juego. La otra interacción es la del docente con el estudiante en relación al sujeto/medio.

En la Teoría de Situaciones se concibe el sistema “Situación didáctica” como aquel que incluye las interacciones descriptas, las que no pueden concebirse una sin la otra. En el “medio”



se presenta la situación a-didáctica, donde se incluye la problemática matemática inicial que enfrenta el estudiante, los saberes previos, y las nuevas relaciones que establece el sujeto sin intervención del docente. A medida que transcurre la situación, el sujeto produce nuevas relaciones transformando en consecuencia la realidad con la que interactúa.

Diseño de la unidad didáctica y análisis a priori

Para comenzar a trabajar se aborda el concepto de figuras semejantes -aquellas que tienen la misma forma- en relación con la ampliación de figuras, poniendo especial énfasis en el concepto de proporcionalidad de segmentos. Considerando que es posible dar la noción informal de figuras semejantes utilizando la homotecia, se prosigue con el estudio de esta transformación del plano.

Sea OO un punto del plano y kk un número real positivo, una homotecia de centro OO y factor de escala kk es la transformación geométrica que transforma cada punto PP del plano, distinto de OO en el punto $P'P'$. Este último está situado en la semirrecta $OPOP$ de tal manera que $OP' = k \cdot OPOP' = k \cdot OP$, y deja invariante el punto OO .

Se puede definir la homotecia con factor negativo considerando que $OPOP$ y $OP'OP'$ son segmentos que se encuentran en semirrectas opuestas. Es decir, parafraseando a Schwartzman, 1994, citado en González, Y., Arias, I., & Picado, M. (2020) las figuras homotéticas están en la misma posición relativa y cumplen que las rectas que contienen a los vértices correspondientes se intersectan en un mismo punto, O , y al dividir los segmentos que se corresponden generan la constante k .

La unidad didáctica diseñada propone, a partir de fenómenos visuales relacionados con la semejanza de figuras y la razón de semejanza (conceptos ya enseñados), construir el concepto de homotecia, deducir propiedades y la forma de realizar esta transformación, en el plano, utilizando regla y compás.

Para introducir esta transformación se propone la construcción de un pantógrafo³ utilizando cartón, siguiendo la idea de la actividad planteada en Godino, J. D. y Ruiz, F. (2003, p. 543), especificando el uso de tiras de cartón, dando margen a la superposición de las mismas,

³ El pantógrafo es un instrumento de dibujo utilizado para copiar o reproducir en una escala diferente, un dibujo. Su funcionamiento está basado en varillas articuladas que conservan la condición de paralelismo.



y de manera que se mantenga la condición de paralelismo.

A partir de la copia de un triángulo (construido en una actividad previa), se espera que se familiaricen con el uso y los resultados que brinda el pantógrafo, que triplica el tamaño de la figura original. Luego, considerando las condiciones de construcción del pantógrafo, la figura original y la copiada, se espera que puedan justificar dicha ampliación. El objetivo de estas actividades es que, a través de la observación de las posiciones de los vértices de los triángulos y el punto fijo, los segmentos proporcionales, se pueda conjeturar sobre fenómenos relativos a la homotecia y propiedades que surgen de la definición de la misma. En este caso, las propiedades que deben surgir son:

- colinealidad: de acuerdo a la definición planteada de homotecia, los puntos del plano, OO , PP y $P'P'$ son colineales.
- paralelismo: la imagen de un segmento $ABAB$ es otro segmento $A'B'A'B'$ paralelo al anterior.

En otra situación de análisis, a partir de la medición de los segmentos observados anteriormente, y los saberes previos de semejanza, se pide la razón que se da entre el triángulo ampliado y el original. Luego, en otra actividad se pregunta cuáles deben ser las dimensiones del pantógrafo que permite duplicar o reducir a la mitad el tamaño de la figura original. Estas actividades habilitan definir la razón de homotecia (k) vinculada a la razón de semejanza, ya que las figuras homotéticas son semejantes.

Después se solicita invertir la posición del cursor y el lápiz para observar una “reducción” de la figura original analizando la razón de semejanza. De esa manera a través de las distintas ubicaciones de la figura original y la copiada, se observan algunas relaciones del valor de k :

- si $k > 1$ y $k > 1$, el resultado es una “ampliación” de la figura original.
- si $0 < k < 1$ y $0 < k < 1$, el resultado es una “reducción” de la figura original.

En la actividad posterior, la intención es transferir lo deducido a la construcción de la homotecia con regla y compás. Para ello se plantea un punto fijo, un cuadrilátero y se solicita obtener el cuadrilátero semejante de tamaño duplicado sin el uso del pantógrafo. Luego, se modifica la posición del punto O : se pide realizar el mismo procedimiento donde el punto fijo es parte de la figura original. Esta construcción no sería posible realizarla con el pantógrafo.



Luego, la secuencia continúa con la consigna de encontrar el punto fijo conociendo la figura original y su homotética. Esta actividad permite establecer diferencias con las realizadas anteriormente por las posiciones relativas de las figuras original y homotética con relación al punto fijo, para abordar otra propiedad de la razón de homotecia: si $k < 0$, el resultado es una figura rotada 180° con respecto al centro O .

Reflexiones finales

En las últimas décadas, los desafíos sociales y culturales han impactado en el colectivo docente de la educación superior, exigiendo un abordaje creativo y dinámico de los problemas pedagógicos y didácticos. En particular, la enseñanza de la Matemática en el Nivel Superior enfrenta desafíos debido a su reconocida importancia y a la percepción cultural de su dificultad. Podemos considerar diferentes alternativas vinculadas a pensar en la enseñanza de modo no tradicional.

En esta unidad didáctica nos hemos propuesto acercar el concepto de homotecia y sus propiedades a estudiantes de primer año de la universidad: mediante una forma diferente a la aplicación de una construcción teórica. En efecto, pensamos en la vivencia de la experiencia de reducir o ampliar una figura mediante un artefacto como el pantógrafo.

Entendiendo que sólo con los materiales concretos no se genera aprendizaje de las nociones matemáticas, resulta necesario que quien aprende interactúe con ellos en un ambiente organizado. En este sentido, el uso del pantógrafo en la clase universitaria lo transforma en instrumento (Montiel y Del Castillo, 2009). Esto es, la construcción y la interacción con él, creemos que puede producir nuevas relaciones que le permiten, a quien aprende, abordar la homotecia como un conocimiento conceptual y procedimental. Es decir, además de deducir propiedades, comprender el procedimiento implicado para realizar esta transformación con regla y compás.

Referencias Bibliográficas

- Godino, J. D. y Ruiz, F. (2003). *Geometría y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.
- González, Y., Arias, I., y Picado, M. (2020). La homotecia: análisis conceptual y análisis de contenido. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol. 30, pp- 283-294).



- Montiel, G. y Del Castillo, A. (2009). ¿Artefacto o instrumento? Esa es la pregunta. En P. Lestón. (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 459-467).
- Ortega Betancourt, J. E. (2017). *Complementariedad para la enseñanza del concepto de la Homotecia con artefactos como Cabri II Plus y Pantógrafo. Un acercamiento a las representaciones homotéticas cotidianas* [Tesis de Licenciatura. Universidad de Nariño] <https://sired.udenar.edu.co/9148/1/16888.pdf>
- Sadovsky, P. (2005). La teoría de las Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. En: H. Alagia, A. Bressan y P. Sadovsky (Eds.) *Reflexiones teóricas para la educación matemática* (pp.13-65). Libros del Zorzal.