TESIS

JUICIO Y PROBABILIDAD: EL EPISODIO DE *A TREATISE ON PROBABILITY* EN LA HISTORIA DEL CONCEPTO DE PROBABILIDAD.

DOCTORADO DE LA UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES EN LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS CON ORIENTACIÓN EN ECONOMÍA

DOCTORANDO: FRANCISCO J. ARISTIMUÑO
DIRECTOR: DR. PABLO E. LEVIN

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES ECONÓMICAS, FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

RESUMEN

Esta tesis se propuso estudiar *A Treatise on Probability* (desde ahora *Treatise)* (1921) de J. M. Keynes en el contexto del concepto de probabilidad desde mediados del siglo XVII hasta principios del XX. El *Treatise* tuvo una repercusión importante en los primeros años tras su publicación, pero, un cuarto de siglo más tarde, había sido prácticamente olvidado. Recientemente el interés sobre la obra ha ido en incremento principalmente debido a su importancia para comprender la obra económica del mismo autor.

El *Treatise* es una obra extraña que, a primera vista, parece difícil de encuadrar dentro del campo de la probabilidad. De hecho, esta ha sido generalmente comprendida como una obra disruptiva respecto a la herencia del concepto de probabilidad y que sólo fue posible por la influencia sobre Keynes de figuras destacadas de Cambridge a principios de siglo XX, siendo los más eminentes, George Moore, Bertrand Russell y William Johnson.

Sin negar la influencia de estos autores sobre el pensamiento de Keynes, el objetivo de esta tesis es mostrar que el *Treatise* tiene una fuerte raíz en la historia del pensamiento probabilístico. De hecho, el episodio del *Treatise* nos permite re-pensar el concepto de probabilidad y encontrar tensiones sin resolver que rebrotan en la pluma de Keynes a principios de siglo XX. En especial, el episodio del *Treatise*, nos permite ver que en la historia del concepto de probabilidad se pueden encontrar, además de las escuelas generalmente reconocidas (clásica, frecuentista y subjetivista/personalista) una escuela previa que tuvo lugar en el mismo nacimiento del concepto y que no trato a la probabilidad como un problema matemático sino del juicio. Conocer esta tradición de pensamiento y el modo en que se planteó el problema de la probabilidad, nos permite clarificar significativamente el episodio del *Treatise* y, también, los desafíos y el alcance de la respuesta que otorgaron el resto de las escuelas de pensamiento probabilístico. Finalmente, esto nos permite entender en forma más acabada el rol de la probabilidad en la obra económica de Keynes y en la teoría económica en general.

Indice:

Introducción y Plan de Obra

Es un hecho relativamente poco conocido entre economistas que John Maynard Keynes, antes de volcarse al campo económico, dedicó casi dos décadas de su vida a trabajar casi exclusivamente en *A Treatise on probability* (desde ahora *Treatise*) (1921). El *Treatise* tuvo una repercusión importante en los primeros años tras su publicación, pero, un cuarto de siglo más tarde, había sido prácticamente olvidado. Recientemente, a partir, primero de los trabajos de Shackle (1970, 1976), pero más definitivamente tras las contribuciones de O´Donnell (1989, 1991) y Carabelli (1988), se revivió el interés sobre la concepción de la probabilidad que Keynes buscó formular en el mismo y *su relevancia para comprender su obra económica*.

La mayoría de los autores que se volcaron al estudio del *Treatise* lo hicieron con el objetivo de destacar las ideas allí trabajadas a los fines de la concepción económica de Keynes. Esta forma de abordar la obra permitió clarificar la relación entre las fluctuaciones de corto plazo en la demanda efectiva que Keynes trabaja en la *Teoría General de la ocupación, el interés y el dinero* (2003) y el estado de información y confianza de los agentes económicos. Varios autores han reparado en que el *Treatise* contiene un esquema para concebir la formación de expectativas racionales en función a la cantidad y calidad de la información disponible. Algo que en el esquema neo-clásico, fuertemente relacionado a la visión personalista[1] de la probabilidad, es difícil de asimilar y frecuentemente suplantado por reglas estáticas para la formación de dichas expectativas (Davidson, 2009; Dequech, 1997, 2011; O'Donnell, 1991).

Estas reflexiones llevaron a un amplio debate en el campo económico que buscó saldar hasta qué punto la visión que Keynes presentó en su *Treatise* es fundamentalmente distinta a la de los personalistas y hasta qué punto puede considerarse a una un caso particular de la otra (Carabelli, 1988; O'Donnell, 1989; Winslow, 1986, 1989). Algunos autores argumentaron que el mismo Keynes renunció a la visión de la probabilidad que volcó en su *Treatise* y la suplantó por la interpretación personalista (Bateman, 1987a, 1996; Good, 1950), mientras que otros argumentaron en el sentido contrario (Carabelli,

[1] Esta interpretación es también conocida como visión subjetiva de la probabilidad. Siguiendo a Savage (1972) y a de Finetti (1972) preferimos llamarla personalista ya que denota con más claridad el carácter distintivo de esta interpretación frente a otras como la de Keynes.

1988; O’Donnell, 1989, 1991). La cuestión sobre la continuidad de las ideas de Keynes sobre la probabilidad es particularmente delicada ya que Keynes, en su madurez, hizo muy pocas referencias directas al tema. Tras dedicar casi dos décadas al *Treatise,* una vez publicado en 1921, Keynes no volvió a editarlo, ni continuó trabajando sobre el tema. O´Donnell (1989) incluso relata que, a partir de 1921, Keynes evadió sistemáticamente trenzarse en discusiones sobre la probabilidad salvo brevísimas referencias al tema.

En esta tesis no buscamos abordar la relevancia del *Treatise* desde el mismo ángulo en que fue abordado en los trabajos antes mencionados. Consideramos que estas investigaciones son sumamente valiosas para nuestra investigación, pero creemos que las lecciones que se pueden extraer del estudio del *Treatise* no se agotan en aquellas que nos otorga para entender la obra económica de Keynes, sino que también cobra un significado importante en la historia del concepto de probabilidad. Entonces, a diferencia de los enfoques antes mencionados, en esta tesis se buscó poner a la teoría de probabilidades, y el rol que el *Treatise* ocupó en su historia, en el centro de la escena. Creemos que el *Treatise* es importante para entender la obra económica de Keynes así como lo es para reflexionar sobre el concepto de probabilidad y su historia. Esta reflexión no es para nosotros algo escindido o subsidiario a la teoría económica, sino un aspecto inseparable de la misma.

Tanto la teoría económica como la teoría de probabilidades, en tanto campos de reflexión autónomos, tuvieron su origen en el proyecto filosófico de la Ilustración. En nuestra opinión, ese vínculo inicial, lejos de desvanecerse, sigue siendo relevante en la actualidad. Cualquiera que haya reflexionado seriamente sobre los desafíos del desarrollo económico o los fundamentos de la teoría económica en su acotamiento cataláctico, reproductivo o, y especialmente, poiético, debería comprender la importancia del concepto de probabilidad en las reflexiones económicas (Levin, 2010). Basta con preguntarse qué restaría de nuestra herencia teórica si ignoráramos la noción de probabilidad. ¿Qué sentido tendría la teoría de la reproducción del capital o una recomendación de política económica si no pudiéramos hacer uso del concepto de probabilidad? Y si admitimos que el economista con frecuencia alude, y constantemente tiene en cuenta, la probabilidad; unas veces en la articulación de su concepción del problema económico y otras como un medio para la prueba de sus hipótesis ¿Acaso no vale la pena detenernos a analizarla? Valiéndonos del ejemplo de Keynes, y de tantos otros economistas que moldearon definitivamente el campo de nuestras reflexiones económicas, entre ellos Cournot, Jevons, Edgeworth, Keynes, Ramsey, Knight y

Morgenstern, creemos que si vale la pena y ese fue el cometido que perseguimos en esta tesis.

El desafío, entonces, fue tratar de comprender la relevancia del *Treatise*, en el contexto de la historia de la teoría de probabilidades. Este es un desafío importante y que aún no fue suficientemente estudiado. A cualquier lector familiarizado con la literatura sobre teoría de probabilidades, el *Treatise* se le aparece como una obra extraña que, a primera vista, parece difícil de encuadrar dentro del campo de la probabilidad. Esto se debe, esencialmente, a que no es una obra matemática y el sentido común de nuestra época nos ha enseñado que la probabilidad es una rama de la matemática y, por ende, si el *Treatise* no pertenece al género, entonces, tampoco puede pertenecer a la especie. Pareciera entonces que se trata de un tratado sobre otro tema camuflado bajo un título engañoso.

Esta rareza del *Treatise* ha llevado a que generalmente se comprenda al *Treatise* como una obra desvinculada de la herencia conceptual de la probabilidad que sólo puede ser entendida por la influencia en el pensamiento de Keynes de figuras destacadas de Cambridge a principios de siglo XX, siendo los más eminentes, George Moore, Bertrand Russell y William Johnson. Tanto O´Donnell (1989), como Carabelli (1988), Gillies (2000), Mc Cann (1994) y Landro (2010, 2014) exponen el *Treatise* como una derivación del contexto intelectual inmediato de Keynes y en absoluta discontinuidad con la historia del concepto de probabilidad.

Sin negar la influencia de "Cambridge" en la formulación de las categorías conceptuales a través de las cuales Keynes estructuró su pensamiento en el *Treatise*, creemos que es un error concebir esta obra en discontinuidad con la historia del concepto de probabilidad. De hecho, Keynes dedicó una parte sustancial del *Treatise* a revisar las ideas de sus antecesores y aclarar cuál es su posición respecto a estas y cómo él comprendía que se relacionaban con su concepción de la probabilidad. De hecho, la obra de Keynes es aún hoy una obra de consulta por la enorme síntesis de pensadores pretéritos que realizó. Entonces, el principal objetivo que nos planteamos en esta tesis es remediar esta falencia en la interpretación histórica de esta obra.

Pero no buscamos re-insertar el *Treatise* en la historia del concepto de probabilidad por que creamos que allí el concepto haya adquirido una riqueza sin precedente. El *Treatise* no está exento de contradicciones y de momentos pretende una generalidad que no le pertenece. Pero no por esto deja de ser una obra importante en la historia del pensamiento probabilístico. De hecho, toda obra que deviene un clásico en su campo lo hace por mérito de los problemas que planteó y no pudo resolver, y no por aquellos que resolvió en forma definitiva. Son esas dificultades que fueron planteadas y no pudieron ser resueltas, las que aún conservan vigencia y dan a la obra pretérita su condición de "clásica". Estas obras nos interpelan con problemas que lejos de ser una mera curiosidad histórica son el reflejo de los desafíos que nos seguimos planteando y que aún no logramos superar.

Creemos importante re-insertar el *Treatise* en la historia del concepto de probabilidad porque entendemos que esta obra tuvo el mérito de recuperar, a principios de siglo XX, el desafío que la teoría de probabilidades se había planteado en su nacimiento, el cual había quedado opacado por principios mecánicos y supuestos metafísicos. No nos interesa tanto las soluciones de Keynes, que no dejan de ser interesantes para la reflexión, sino el problema que buscó plantear. Creemos que dicho problema mantiene su vigencia y requiere ser clarificado si algún día esperamos superarlo. Entonces, esta tesis no pretende resolver los problemas planteados por el *Treatise* de Keynes, sino recuperarlos con el afán de re-insertar el concepto en su trayectoria transformativa, desviándolo del letargo doctrinario.

En este sentido nuestra tesis se estructura alrededor del episodio del *Treatise*, el cual nos sirve como excusa para reflexionar sobre los desafíos de la teoría de la probabilidad y el vínculo de esta con la teoría económica. La principal pregunta que nos planteamos al elaborar la tesis fue: ¿Cómo se puede comprender el episodio del *Treatise* en el contexto de la historia del concepto de probabilidad? Y, más importante, ¿Qué enseñanzas podemos extraer de este episodio a los fines de la teoría de probabilidades? Y ¿Qué importancia tienen estas enseñanzas a los fines de la teoría económica?

Parte del objetivo de esta tesis es, entonces, encontrar el contexto en el que se ha desarrollado la teoría de probabilidades hasta ahora. En este sentido, nos preguntamos sobre el contexto en el que se desarrollaron las distintas concepciones de lo probable que emergieron entre el siglo XVII y principios del XX. Especialmente nos preguntamos si ¿puede la historia del concepto de probabilidad, y el episodio del *Treatise* en particular, brindarnos alguna enseñanza sobre el sentido que tendría la probabilidad en la tercera teoría? (Levin, 2010).

Para poder comprender el episodio del *Treatise* en el contexto de la historia del concepto de probabilidad es necesario contar con una interpretación de dicha historia. Entonces, una parte importante de la tesis, la cual abordamos en la Parte I, consiste en investigar el surgimiento y desarrollo del concepto de probabilidad moderno entre mediados del siglo XVII y principios del XX. Esta primera investigación está dirigida a nutrirnos del contexto conceptual en el cuál, en la Parte II, se busca comprender el *Treatise* keynesiano. Sin embargo, estaríamos en un error si creyéramos que la investigación de la Parte I, es un esfuerzo previo e independiente a la investigación de la Parte II. Ambas son investigaciones simultáneas. Cuanto más entendemos la historia del concepto de probabilidad, más entendemos el episodio del *Treatise* y cuanto más entendemos dicho episodio, más entendemos la historia del concepto. El orden de prioridad que se les dio en esta tesis (Parte I y Parte II) sólo tiene fines expositivos y no busca indicar que una parte de la investigación se abrió y cerró antes de penetrar en la otra. En este sentido, buscamos entender el *Treatise* en relación a la herencia que lo hizo posible, pero, indefectiblemente, en ese esfuerzo, también repensamos esa herencia en función al *Treatise*.

La Parte I tiene como objetivo indagar en el surgimiento del concepto moderno de probabilidad, lo cual, siguiendo a la opinión general de expertos en el tema, ubicamos a mediados del siglo XVII, y estudiar sus transformaciones hasta principios de siglo XX. Esto implica un acotamiento del campo de estudio que creímos necesario y fructífero a los fines de entender el episodio del *Treatise*, pero, sin dudas, futuras investigaciones tendrán como objetivo expandir dichas fronteras temporales al resto del siglo XX y XXI y al pensamiento antiguo[2].

Los primeros dos capítulos, abordan el problema del surgimiento del concepto moderno de probabilidad. En este sentido se estudiaron algunos textos clásicos de Pascal y Huygens, junto al manual anónimo *La lógica o el arte de pensar* señalados en la literatura como los primeros indicios del concepto moderno de probabilidad. Lo principal a los fines de definir el campo moderno de la probabilidad es determinar cuáles son los problemas que se propuso enfrentar y estudiar qué relación guardan estos problemas con la mentalidad burguesa propia de la sociedad moderna (Romero, 1999).

En segundo término, en el Capítulo 2, nos abocamos al estudio de lo que, siguiendo a Kendall (1956), llamamos la *doctrina matemática de las posibilidades*. Esto es, efectivamente, el tratamiento matemático del concepto moderno de probabilidad e implica concebir a la probabilidad como una fracción de la certeza. En este punto nos

[2] Que en el siglo XX hubieron progresos importantes en técnicas estadísticas que podrían tener relevancia a los fines del concepto de probabilidad es algo que no escapa a nadie, pero también resulta interesante estudiar las concepciones antiguas sobre el azar y lo probable y su vinculación con el pensamiento moderno (por ejemplo ver: Ríos Gutiérrez, 2008).

interesó indagar sobre cuál fue la motivación y alcance original de estas discusiones, poniendo especial énfasis en su vínculo con la expansión de formas mercantiles de relación social. En este sentido buscamos preguntarnos si el concepto moderno de probabilidad puede reducirse efectivamente a su concepción numérica y al tratamiento matemático sugerido por la doctrina de las posibilidades. Esto equivale a preguntarnos si los desafíos que la probabilidad se planteó abordar se encuentran completamente contenidos, y acaso resueltos, en la doctrina de las posibilidades.

Una vez resuelto el carácter distintivo del concepto moderno de probabilidad y estudiada su diferencia con la doctrina de las posibilidades, en el Capítulo 3, nos abocamos al estudio del desarrollo y mutación del concepto de probabilidad en el período que va desde mediados del siglo XVII hasta principios del XX. La mayoría de los estudiosos de la historia de la probabilidad suele distinguir esencialmente dos escuelas de pensamiento en este período, a saber, la escuela clásica o de Laplace, que gobernó el pensamiento del siglo XVIII y la escuela frecuentista, estadística o de Quetelet, que tuvo prioridad en el siglo XIX (Daston, 1995; Gillies, 2000; Landro, 2010). Ambas escuelas conciben a la probabilidad como una entidad numérica y, por ende, siempre operable mediante la doctrina de las posibilidades, pero difieren respecto al entendimiento de su fundamento y alcance.

Para la escuela de Laplace, la probabilidad es un grado de creencia que siempre puede expresarse como una fracción de la certeza y, por ende, fructíferamente operable mediante la doctrina de las posibilidades. Laplace postula que la probabilidad no es otra cosa que la indecisión entre alternativas exhaustivas fruto de la ignorancia sobre sus causas. De modo tal que si todos los individuos fuesen capaces de reconocer hasta donde llega nuestro conocimiento, y a partir de donde reina la ignorancia, se podría llegar a un acuerdo respecto a las probabilidades de distintas alternativas. La escuela de Quetelet, reaccionó a las arbitrariedades del principio de indiferencia de la escuela de Laplace, y concibió a la probabilidad en estricta relación a la noción de frecuencia estable de una serie precisamente definida. Para esta escuela la probabilidad no es el resultado de nuestra ignorancia sino de la existencia de proporciones ciertas en conjuntos apropiadamente definidos.

Una parte importante de nuestra tesis consiste en afirmar que existió otra corriente de pensamiento que fue previa a estas dos escuelas y que no puede enmarcarse completamente en la tradición de ninguna de ellas. Esta fue la escuela de aquellos que pensaron la probabilidad hacia fines del siglo XVII y que proponemos llamar la escuela de Locke en referencia a una de sus principales figuras. Estos pensadores concebían a la probabilidad como un juicio que no necesariamente podía expresarse como una fracción de la certeza y su énfasis estaba puesto en las evidencias que sustentaban dicho juicio y no en la ignorancia o en la existencia de proporciones estables en poblaciones conceptualmente delimitadas. La hipótesis que guio nuestra investigación es que las ideas de estos pensadores, prácticamente olvidadas en la reconstrucción histórica del concepto de probabilidad, son fundamentales para comprender el episodio del *Treatise*, ya que traen a la luz tensiones inherentes al concepto de probabilidad que, sin ser solucionadas, permanecieron presentes en las sucesivas escuelas de Laplace y Quetelet opacadas por la precisión del cálculo matemático.

El Capítulo 3, entonces, se dedica a estudiar el pasaje desde las ideas de la escuela de Locke, a las de la escuela de Laplace y, finalmente, de Quetelet. En el pasaje entre la escuela de Locke y la de Laplace, la probabilidad devino una entidad numérica y se fundió con la doctrina de las posibilidades. Fue Jakob (o James) Bernoulli[3] quien, a pesar de haberse formado en las ideas de la escuela de Locke, propuso originalmente concebir a toda probabilidad como una fracción de la certeza. En su *Ars Conjectandi* (1966 [1713]) se puede encontrar el germen tanto de la escuela de Laplace como de la de Quetelet. La hipótesis que guio nuestra investigación es que esta obra no marcó el nacimiento de la teoría de probabilidades sino su fundición con la doctrina de las posibilidades. En dicho pasaje, la teoría de probabilidades dejó de ser un problema que atenía al juicio para ser un problema de cálculo preciso. Este quiebre sumo una tensión al concepto de probabilidad y el *Treatise* es un síntoma tardío de dicha tensión. En este sentido, algunas de las preguntas que nos hicimos en la elaboración del capítulo son ¿Todos los aspectos de la escuela de Locke fueron considerados por la escuela de Laplace? ¿Los problemas que contextualizaban el pensamiento de estos filósofos de la Ilustración temprana contuvieron su vigencia en la escuela de Laplace y/o Quetelet? ¿Alguna de estas doctrinas puede considerarse una expresión unificada del concepto de probabilidad? ¿Alguna da respuestas concluyentes a las inquietudes que dieron nacimiento al campo de la probabilidad?

El Capítulo 4 se aboca al estudio de la relación entre la concepción de la probabilidad y el método inductivo. Este es un tema especialmente importante y complejo

[3] El autor es conocido por ambos nombres: Jakob y James. A lo largo de la tesis nos referiremos a él como J. Bernoulli a los fines de diferenciarlo de otros miembros de la familia Bernoulli que hicieron aportes a la teoría de probabilidades. Entre ellos Daniel y Nikolaus, sobrinos de J.Bernoulli.

en la historia del concepto de probabilidad y al que Keynes prestó especial atención en su *Treatise*. A lo largo del siglo XVIII y XIX hubo momentos donde el método inductivo pareció dar sustento a la estimación de probabilidades numéricas y otros momentos donde fue el cálculo de probabilidades lo que pareció dar sustento al método inductivo. Esta tensión se expresa aún en el pensamiento contemporáneo en la diferencia entre frecuentistas y bayesianos. Pero también tiene especial relevancia en la explicación del episodio del *Treatise*, ya que Keynes dedica mucha atención al problema del método inductivo y al sentido probable de las inferencias inductivas. Dos de las cinco partes del *Treatise* están íntegramente dedicadas a este tema y el mismo Rusell, en 1914, cita a Keynes como la principal autoridad en lo que compete al razonamiento inductivo.

El Capítulo 4, entonces, viene a construir el contexto en el cuál Keynes desarrolla sus ideas sobre estos temas. En el mismo se reseñan los principales teoremas y discusiones que vincularon a la probabilidad con el método inductivo. Los teoremas de J. Bernoulli, Bayes, Laplace y Poisson, son destacados como los de mayor influencia y son estudiados en su alcance y significación. La demostración de los teoremas no fue incluida en el desarrollo para evitar desviar la atención sobre su significado, pero las mismas pueden ser consultadas en Landro (2010), Landro y González (2016) y Stigler (1986), además de los textos originales de cada caso.

Dado el contexto construido en la Parte I, la Parte II de la tesis se aboca al estudio del *Treatise* keynesiano en el contexto de la historia del concepto de probabilidad. En este sentido nuestra hipótesis es que Keynes restableció la concepción de la probabilidad que tenía la escuela de Locke, esto es, comprender a la probabilidad como un juicio basado en evidencias y no necesariamente susceptible de ser reducido a una expresión numérica. Claramente Keynes no se limita a repetir lo que los autores de la escuela de Locke dijeron, sino que busca, desde sus propias categorías conceptuales, desarrollar esta concepción de lo probable. Si la distinción entre la escuela de Locke y la escuela de Laplace es correcta, Keynes al recuperar exitosamente la herencia de la escuela de Locke está visibilizando una tensión dentro del concepto de probabilidad que no había sido resuelta y que ha sido pasada por alto en la reconstrucción de la historia del concepto de probabilidad. Entonces, el objetivo de la Parte II es precisar el sentido de esta tensión mediante el análisis del *Treatise* keynesiano.

El primer capítulo de la Parte II, el Capítulo 5, aborda la concepción general de la probabilidad que el *Treatise* se propuso adelantar. Su propósito es mostrar que la influencia de figuras salientes de Cambridge sobre Keynes acompaña la formación de sus ideas sobre probabilidad, pero no sustituye la referencia al contexto conceptual en el que Keynes busca desarrollar su obra. Es importante, pero no es lo único importante. Como ya advertimos más arriba, parte de nuestra tesis consiste en mostrar las similitudes en la concepción de la probabilidad de Keynes y lo que nosotros llamamos la escuela de Locke. La principal similitud se da como consecuencia de interpretar a la probabilidad como un juicio estrictamente basado en evidencias. La relación que la probabilidad guardaba con las evidencias disponibles se transformó y de momentos ocultó en la escuela de Laplace y Quetelet llevando a que se apresuren cálculos complejos en lugar de considerar la posibilidad de robustecer la evidencia disponible para el juicio. Esta tensión queda especialmente reflejada en la noción keynesiana de “peso de los argumentos”, cuya importancia es difícil de negar, pero que parece difícil de integrar conceptualmente en la estructura de las escuelas de Laplace o Quetelet.

Una similitud bastante obvia entre el *Treatise* y las ideas de la escuela de Locke es que ambos abordan a la probabilidad evitando suponer que es necesariamente una fracción numéricamente precisa de la certeza. Keynes dedicó el tercer capítulo del *Treatise* a defender la posición, sumamente polémica a principios de siglo XX y aún en la actualidad, de que no toda probabilidad puede considerarse como una fracción de la certeza. Para Keynes algunas probabilidades son inconmensurables entre sí y otras, a pesar de que podemos compararlas en términos de mayor, menor o igual, no podemos establecer relaciones que indiquen cuántas veces más probable es una que la otra. Keynes, al igual que los autores de la escuela de Locke, buscó que su concepción de la probabilidad se amolde a la práctica de los jueces en cortes judiciales y de los científicos que buscan sostener principios razonables a la luz de la evidencia disponible por más que la misma no sea conclusiva. Nadie duda que las conclusiones de un juez que no ha logrado demostrar con certeza algún incidente o de un científico que aplicó el método inductivo para generalizar un principio, son sólo probables, pero ¿quién podría otorgar a estas afirmaciones una probabilidad numérica que tenga pretensión de objetividad? En el Capítulo 6 buscamos abordar este aspecto y algunas de las preguntas que nos hicimos fueron ¿Por qué la probabilidad en la concepción de Keynes y de la escuela de Locke no es numérica? ¿Cómo puede ser que dos probabilidades no sean comparables? ¿Implica esto que somos indiferentes entre ellas como supuso Laplace? ¿Cómo sistematizó Keynes esta concepción en su *Treatise?*

El Capítulo 7 trata sobre la relación entre el *Treatise* y las escuelas de Laplace y Quetelet. Keynes pensó su teoría de probabilidades como una teoría general que abarcaba las ideas enmendadas sobre el principio de indiferencia de Laplace y a la teoría frecuentista como un caso particular que se concentraba sólo en un tipo especial de evidencia. El *Treatise* de Keynes, al concebir la probabilidad como un grado de creencia y su operación numérica como consecuencia de la aplicación del principio de indiferencia, es más asimilable a la escuela de Laplace que a la de Quetelet. Pero, al buscar qué grado de creencia es razonable sostener en base a la evidencia conocida, se aproxima más a la escuela de Quetelet que a la de Laplace. Entonces, a los fines de comprender el episodio del *Treatise* en el contexto de la historia del concepto algunas de las preguntas que nos hicimos fueron: ¿Cuáles son las críticas de Keynes al principio de indiferencia de Laplace? ¿Cómo reformuló Keynes el principio para contemplarlo dentro de su teoría y qué consecuencias tuvo respecto a la posibilidad de medir numéricamente los grados de creencia racionales? ¿Cómo concibe Keynes los juicios de preferencia que no son susceptibles de ser reducidos a una medida numérica? Y respecto a la teoría frecuentista, ¿Cuál es la crítica de Keynes a esta teoría? ¿Qué contradicciones observa en la aplicación de la misma? ¿Cómo la integra dentro de su esquema de juicios de relevancia y preferencia/indiferencia?

El Capítulo 8, último de la Parte II, está estrechamente vinculado a la discusión presentada en el Capítulo 4 de la Parte I. Como ya dijimos, Keynes prestó especial atención a la vinculación entre probabilidad e inducción y, particularmente, a las observaciones de Hume al respecto. A Keynes le parece evidente que toda afirmación que surja de un argumento inductivo es sólo probable, sin embargo, no puede ver cómo la escuela de Laplace, o la de Quetelet, pueden concebir esa probabilidad. Además, lejos de ser la excepción, las afirmaciones probables que surgen de aplicar el método inductivo son las más comunes en nuestra estructura de creencias racionales. En este sentido Keynes reconoce que, en la historia conceptual, la relación entre probabilidad y método inductivo se ha abordado esencialmente desde dos frentes. En la escuela de Quetelet se partió de suponer la existencia de una frecuencia estable en cualquier fenómeno conceptualmente delimitado y, utilizando los teoremas de J. Bernoulli y Poisson como fundamento, se utilizó el método inductivo para estimar dichas frecuencias que, a su vez, eran interpretadas como la probabilidad de los sucesos. La escuela de Laplace, basándose en el teorema de Bayes y en el principio de indiferencia, persiguió el camino inverso y buscó que la probabilidad se convierta en el fundamento de la inducción. Keynes, recuperando la comprensión de la probabilidad implícita en la escuela de Locke, reacciona al intento de mecanizar el proceso inductivo y remarca la importancia del juicio y el criterio del investigador en la fabricación de un argumento inductivo.

La Parte II de la tesis, como ya dijimos, tiene como objetivo enmarcar el episodio del *Treatise* en el contexto de la historia del concepto de probabilidad desde mediados del siglo XVII hasta su publicación a principios del siglo XX. Cada uno de los cuatro capítulos que componen dicha Parte está dirigido a fortalecer la hipótesis que guio nuestra investigación que busca comprender al *Treatise* como un síntoma de una tensión conceptual irresuelta desde el pasaje de la escuela de Locke a la escuela de Laplace.

La Parte III, compuesta únicamente por el Capítulo 9, se propone pensar el episodio del *Treatise* pero con la mirada hacia adelante, en el contexto de la crítica que Ramsey realizó al mismo y el posterior surgimiento y expansión de la teoría personalista de la probabilidad como una alternativa a la visión vertida por Keynes. Ramsey fue muy crítico del *Treatise* y observó su propuesta como una reparación de sus aspectos deficientes. De Finetti, que desarrolló y divulgó la concepción personalista de la probabilidad por más tiempo y con mayor profundidad que Ramsey, no tuvo una visión tan crítica del *Treatise* y, en cambio, lo consideró una obra valiosa, aunque, a su entender, sus aspectos más relevantes quedaban subsumidos en su propuesta personalista.

Dado este contexto, el principal objetivo del Capítulo 9 es estudiar hasta qué punto puede considerarse que la teoría personalista resolvió la tensión que el *Treatise* trajo a la luz al recuperar las ideas implícitas en la escuela de Locke. Nuestra hipótesis es que no las resolvió, sino que, al contrario, llevó a clarificar mucho más dicha tensión al distinguir las exigencias de consistencia, propias de la doctrina de las posibilidades, de las exigencias de verdad que la Ilustración temprana impregnó en el concepto de probabilidad. Para probar dicha hipótesis, nos preguntamos si puede la teoría personalista considerarse una alternativa a las visiones volcadas por Keynes en su *Treatise* o lidia más bien con exigencias distintas. ¿Cómo responde, si es que responde, la teoría personalista a las exigencias que la escuela de Locke impregnó en el concepto moderno de probabilidad? ¿Cuál es la diferencia entre la teoría personalista, la doctrina de las posibilidades y la escuela de Laplace?

Finalmente cerramos la investigación con algunas Reflexiones Finales, en las que buscamos sintetizar los principales hallazgos de la tesis, respondiendo las preguntas que nos planteamos en esta introducción y reflexionando sobre la relevancia de la interpretación del episodio del *Treatise* que se buscó sostener.

Parte I

Investigación sobre el desarrollo del concepto de probabilidad desde mediados del siglo XVII hasta principios del siglo XX

"Perhaps the reader feels that this general, philosophical disquisition… is somewhat remote from the economic theory... But I think not." (J. M. Keynes, 1937, p. 215)

Capítulo 1
Probabilidad, ética y lógica

1.1. Introducción

Se suele tomar una correspondencia entre Pascal y Fermat en 1654 como el origen de la noción matemática de probabilidad, aunque es a su vez admitido que dicho punto de partida es más bien arbitrario ya que estaba en el aire de la época desde bastante antes (Gillies, 2000; Hacking, 2006; Landro, 2010; Maistrov, 1974). Ejemplos de aproximaciones previas son el clásico *Liber de Ludo Aleae* (libro del juego de dados) de Gerolamo Cardano, escrito en algún punto del siglo XVI pero publicado en 1663, o incluso algunas páginas dedicadas al tema por Galileo en un escrito que se estima fue elaborado entre 1613 y 1623 pero publicado en 1718 (Hacking, 2006; Todhunter, 1865).

Más allá de la necesidad de fijar una fecha de inicio a la teoría matemática de la probabilidad, no caben dudas de que a lo largo del siglo XVII cobró densidad el tratamiento matemático de algunas problemáticas. Desde una perspectiva más general puede verse que esta fue una tendencia común en muchas áreas del conocimiento. Sólo por citar dos ejemplos emblemáticos, fue el siglo en que Descartes y Fermat desarrollaron la geometría analítica y Newton y Leibniz el cálculo infinitesimal. En el centro de Europa se dio un verdadero renacimiento del pensamiento matemático que, habiendo sido profundamente cultivado por los griegos, había permanecido en un estado de letargo hasta entonces[4].

Pero en esta tesis nos interesa indagar si el concepto moderno de probabilidad puede ser diferenciado de su operación matemática. No caben dudas de que ambos movimientos fueron simultáneos y, quizás, uno no hubiese tenido sentido sin el otro y viceversa. Pero un concepto novedoso no surge de la nada, sino que siempre implica la transformación del contexto en el que el mismo se venía desarrollando. Si dicho concepto, luego, es susceptible de ser tratado matemáticamente o si su descubrimiento fue gracias

[4] En su famosa correspondencia con Fermat, Pascal deja entrever que el pensamiento matemático es para él algo distintivo de sólo algunos hombres de su época. Pascal explica a Fermat que el Sr de Meré, quien planteó el problema que daría origen a la famosa correspondencia, "… es un 'bon esprit', pero no es 'geometre' (y esto, como usted sabe, es un gran defecto). Aun no comprende que una recta puede ser dividida 'ad infinitum' y cree que está compuesta por un número finito de puntos. Yo no he sido capaz de apartarlo de esta idea. Si usted pudiera lograrlo lo haría parecer perfecto" (Pascal extraído de Landro, 2010, p. 9)

a su formalización matemática, es otra cuestión. Entonces la primera pregunta que nos hacemos es ¿cuál es el carácter distintivo del concepto de probabilidad que surgió en el siglo XVII? Y ¿qué relación guarda con el tratamiento matemático de la probabilidad?

Para poder responder estas preguntas tenemos que comprender, primero, cuál fue el nuevo contexto que crecientemente se le dio a la probabilidad en el siglo XVII y, segundo, qué problemas buscaron abordar quienes desarrollaron los principales principios de la teoría matemática de la probabilidad. En este capítulo nos abocamos al primer objetivo y dejamos para el siguiente capítulo el tratamiento del segundo.

1.2. El concepto escolástico de probabilidad

Lo primero que hay que notar es que, en el marco de la escolástica[5], la probabilidad, al igual que la probabilidad moderna, era de primordial importancia en el direccionamiento de la conducta. Sólo que, dicho direccionamiento, no perseguía los mismos fines que los de la probabilidad moderna. La probabilidad escolástica implicaba el direccionamiento de la conducta de acuerdo a la doctrina moral de la Iglesia. Cuál es el curso de acción moralmente correcto en asuntos de la vida cotidiana era una problemática de las más presentes en las digresiones escolásticas. De hecho, como explica Schumpeter (1954, pp. 112–121), los teólogos escolásticos escribían primordialmente pensando en la labor del confesor, que debía condenar o recomendar cursos de acción a sus confesados. Los monjes y sacerdotes recomendaban el curso de acción "más probable", pero no para la consecución de un fin profano, sino para no desviarse del camino que Dios había dado a los hombres.

Entonces la probabilidad era una guía de la conducta, pero cuyo fin era no desviarse de la doctrina moral de la Iglesia. Las recomendaciones que se desprendían de la probabilidad escolástica no tenían que ver con la elección que maximice los beneficios finitos del mundo profano, sino con aquella que asegure el acceso al paraíso después de la muerte. No es que la probabilidad escolástica no tuviese lógica, la tenía, pero esta era inseparable de su cosmovisión religiosa y de su doctrina moral. La unidad de ambas queda perfectamente reflejada en la "apuesta de Pascal" donde se justifica por la vía lógica la elección entre creer o no creer en Dios. Para Pascal, fiel creyente, la apuesta es

[5] La escolástica fue la corriente teológico-filosófica dominante desde el siglo XI al Renacimiento. La misma, recuperando gran parte de la herencia filosófica grecolatina (principalmente aristotélica), se basó en la conciliación entre fe y razón para comprender la revelación del cristianismo.

obviamente conveniente ya que se arriesgan placeres terrenales que son nada en comparación a la promesa de vida eterna en el paraíso junto al Señor.

¿Cuál es la decisión moralmente correcta? ¿Cómo se debe actuar de acuerdo a las enseñanzas de la Iglesia en situaciones particulares? ¿Qué es pecado y qué no lo es? No son preguntas triviales, y los teólogos escolásticos discutían muy airadamente sobre estas cuestiones. Pero aquí debe notarse otra diferencia importante con la noción moderna de probabilidad, las discusiones escolásticas sobre la probabilidad del curso de acción a elegir, no consistían en digresiones sobre los efectos posibles de una actitud sino más bien en un estudio minucioso sobre las recomendaciones que habían dejado los padres de la Iglesia[6]. La discusión, durante la escolástica, se orientaba hacia atrás, el conocimiento era un conocimiento raíz, es decir, de las enseñanzas dejadas por los padres de la Iglesia y por "aquel gran filósofo" (que era Aristóteles) (Franklin, 2015; Romero, 1999).

Hacking (2006) muestra algunos ejemplos de cómo, en la escolástica, la probabilidad era utilizada en sentidos que son disruptivos a nuestro sentido común. De esta manera, se podía ver a la probabilidad aplicada como un adjetivo absolutamente desvinculado de la noción de posibilidad. Por ejemplo, la afirmación "es un doctor probable", hoy en día sería entendida en términos de que una persona aún no se ha recibido de doctor, pero es esperable que se reciba prontamente. Pero en el marco de la escolástica esta afirmación hubiese sido entendida como una certificación de la probidad de un doctor ya existente.

La asociación de la palabra probabilidad con la aprobación de una determinada autoridad, en realidad, es herencia aristotélica y deriva del término griego *endoxon* (ενδόξων)[7], el cual puede ser traducido como respetable o glorioso. Boecio, entre otros, es responsable de traducir *endoxon* al latín como *probabilia* o *opiniones probabiles* (Schüessler, 2016).

Un ejemplo bastante claro que rescata Hacking de la diferencia en el uso de la palabra probabilidad es el de Gibbon, escribiendo tan tarde como en 1763, acerca de las discrepancias con respecto a la ruta que habría tomado Anibal Barca a través de los Alpes. Gibbon dice: "Concluyamos, entonces... que aunque la narrativa de Livio tiene más

---

[6] Los padres de la Iglesia fueron los autores que divulgaron el cristianismo en sus orígenes. Generalmente se considera padres de la Iglesia a aquellos que escribieron entre los *Hechos de los apóstoles* (100 DC) y el Concilio de Calcedonia (451 DC). La patrística es el estudio de estos autores.

[7] "Son de buena reputación [endoxa] aquellas opiniones que son aceptadas por todos, por la mayoría o por los sabios, es decir, por todos, por la mayoría o por los más notables y respetables." (Aristóteles en Topics I extraído de Schüessler, 2016, p. 4)

probabilidad, la de Polibio tiene más de verdad" (Hacking, 2006, p. 19, traducción propia). El relato de Livio contaba con mayor aprobación por parte de los sabios de la época, sin embargo, para Gibbon, el de Polibio era más próximo a la verdad.

Schuessler (2016) señala que existen mayores complicaciones que las que capta Hacking (2006) en la identificación del sentido de la palabra probabilidad en la escolástica. Desde Aristóteles, y ciertamente a lo largo de la escolástica, se puede encontrar la palabra probabilidad utilizada para hacer referencia a aquello que sucede "la mayoría de las veces, aunque no todas las veces", es decir, aquello que sucede con mayor frecuencia (Brown, 1987; Garber & Zabell, 1979; Schüessler, 2016). Sin embargo, el sentido que Hacking (2006) enfatizó es el más común en el período escolástico y es, además, el que se perdió tras la consolidación del sentido moderno de la probabilidad.

Entonces, en la escolástica, el curso de acción más recomendado era el más probable. Pero esto quería decir que era el curso de acción apoyado por las autoridades del pasado, aquellas que se ubicaban más cerca de la palabra de Dios. El desarrollo del concepto moderno de probabilidad llevaría a direccionar este pensamiento hacia el futuro, en lugar del pasado. A discutir sobre cuáles son las consecuencias esperadas de una determinada acción, en lugar de discutir su respaldo en la autoridad. En la sociedad burguesa, aquella que según Romero (1999) tuvo sus primeros destellos en el seno de la sociedad feudal del siglo XI[8], el conocimiento se direcciona hacia adelante, es algo a conseguir, a perfeccionar, y el concepto de probabilidad que dicha sociedad aloja también. A continuación, desarrollamos las consecuencias que tuvo esta transformación conceptual al interior de la Iglesia valiéndonos del episodio del probabilismo y mostramos cómo, finalmente, tuvo solución en la pluma de los autores de *La lógica de Port Royal* que terminaron por demarcar el contexto del concepto de probabilidad moderno.

---

[8] "Europa occidental era, hacia el siglo X u XI, un mundo rural con un conjunto de recintos amurallados entre los cuales las ciudades habían perdido sus atributos funcionales específicos. El sigo XI constituye una cesura fundamental pues, sin perjuicio de que subsista el mundo rural, han empezado a surgir las ciudades… Por uno u otro camino, en dos siglos Europa Occidental volvió a ser, mucho más que en la época romana, un mundo de ciudades… Era también un mundo de burgueses. Pobló estas ciudades gente que adoptó un género de vida distinto al tradicional. Cada uno abandonó los campos, dejó la gleba, dejó de ser un colono y se acogió a la ciudad y se transformó de pronto en un hombre del burgo: un burgués. Desde que aceptó esa nueva situación… la alteración en las condiciones de su vida fue tan sustancial que merece ser designado con un nombre especial. Adquiere libertades – de movimiento, de matrimonio, de comercio – protegidas por estatutos que se dan los burgueses de cada ciudad… El régimen de libertades crea las condiciones para que hagan uso de su capacidad para desarrollar la riqueza, una riqueza dineraria y no raíz, como era característico de los señores. Todo eso aparece muy rápidamente en las ciudades y cualquiera de ellas, hacia el siglo XII…" (Romero, 1999, pp. 18–19)

1.3. Ética y probabilidad en el marco de la escolástica

La recuperación de las ideas de Aristóteles y la formación del pensamiento escolástico, como intento de comunión entre las ideas del filósofo griego y la revelación cristiana, se dio a partir del siglo XI, en parte, como consecuencia de la Reforma Gregoriana (Franklin, 2015). La misma fue un intento de devolver al cristianismo a sus raíces y elevar a la Iglesia por encima del "poder temporal" y "regional" que tenían los emperadores y señores feudales del territorio de influencia católico. Como resultado de este proceso el clero adquirió una condición "supra nacional", que fue la plataforma en la que se desenvolvió el pensamiento escolástico (Franklin, 2015). Pero la reforma también buscó elevar el estatus moral de los miembros del clero retornando a las enseñanzas de los padres de la Iglesia. En este sentido se abolieron prácticas como la simonía (compra y venta de cargos eclesiásticos) y el nicolaísmo (matrimonio o ruptura del celibato de los clérigos) que, a pesar de ser condenadas por las principales figuras de la Iglesia, como San Agustín, se habían vuelto comunes.

Este "retorno a las bases" fue de vital importancia para revivir la probabilidad en el sentido de *endoxon*. Tanto Aristóteles, cómo los padres fundadores de la Iglesia, se convirtieron durante la escolástica en faros que guiaban el pensamiento y la conducta debido a su "probabilidad". Así, tras la Reforma Gregoriana, lo que fundamentaba una opinión o comportamiento era el testimonio de su aprobación por parte de Aristóteles o los padres de la Iglesia (Hacking, 2006).

Sin embargo, a lo largo de la Baja Edad Media se puede ver el proceso, lento pero continuo, de liberación de la conducta de las máximas morales de la Iglesia. Este proceso no fue repentino ni inmediato y comenzó bastante antes del siglo XV, bisagra que comúnmente se identifica con el Renacimiento (Franklin, 2015; Romero, 1999). Con el crecimiento de las formas de vida burguesas a partir del siglo XI comienzan a surgir cada vez más actividades que entran en conflicto con la doctrina moral de la Iglesia. El ascenso de las formas de vida burguesas trajo aparejados problemas en todo el campo de la moral cristiano feudal. Como explica Romero, para ese entonces, la ética no era aún un campo de reflexión separado de otros asuntos (económicos, políticos, etc). La moralidad de una decisión no era algo distinto de su razonabilidad.

> "(…) la ética adquiere en el pensamiento filosófico moderno una autonomía que no tenía en la concepción cristiano feudal, y esto ya constituye una

ruptura. En la concepción tradicional, los problemas están totalmente incluidos dentro de la creencia religiosa… El sólo hecho de que a la larga haya aparecido una disciplina destinada a tratar este problema significa una crisis: el problema de la moral se ha secularizado, y por eso aparece una disciplina especial, la ética." (Romero, 1999, pp. 110–111)

A lo largo del período de auge del pensamiento escolástico, se puede encontrar el proceso de secularización de la conducta y el pensamiento (Franklin, 2015; Romero, 1999). El concepto moderno de probabilidad está íntimamente vinculado a ese proceso y sólo hacia el final del camino podemos a encontrar a J. Bernoulli hablando de la probabilidad como el medio para "(…) poder elegir siempre lo que será mejor, más satisfactorio, sereno y razonable para nuestros juicios y acciones…" (Bernoulli, 2005, p. 10). En la concepción de J. Bernoulli la moral cristiana ha sido completamente separada de la probabilidad. Ya no se trata de cuál es la buena forma de actuar de acuerdo a las enseñanzas de la Iglesia, sino de cuál es la mejor forma de actuar de acuerdo a los intereses del individuo.

1.3.1. El episodio del probabilismo

Si bien los detalles del proceso por el cual la naciente sociedad burguesa se deshizo de la doctrina moral de la Iglesia para forjar sus conceptos propios exceden los alcances que aquí se persiguen, conviene detenerse, aunque sea brevemente, en uno de sus episodios más salientes, a saber, la controversia de Pascal con la doctrina del probabilismo jesuita[9]. Este incidente es de particular interés ya que permite ver cuán familiarizado estaba Pascal con la probabilidad en el sentido de *endoxon* (ενδόξων), es decir, como aquello que es sostenido por la mayoría o por los sabios, y también porque permite ver hasta qué punto las formas de vida burguesas habían penetrado y tergiversado la doctrina moral de la Iglesia (al menos en su versión jesuita).

El probabilismo jesuita consistió, a grandes rasgos, en justificar cualquier acción siempre que pueda encontrar sustento en algún doctor de la Iglesia, es decir, siempre que

[9] Max Weber en su famosa tesis: *La ética protestante y el espíritu del capitalismo* estudio otro episodio de vital importancia en el proceso de secularización de la conducta individual. A saber, la reforma luterana. Weber identifica ese episodio como una condición de posibilidad para la expansión de la mentalidad burguesa o, como él lo pone, en la "formación de una "mentalidad económica", de un *ethos* económico…" (2006, p. 15)

tenga algún nivel de probabilidad en el sentido de *endoxon*. Aun cuando la opinión de ese doctor sea contradicha por muchos otros e incluso por la opinión de las principales autoridades de la Iglesia sobre el tema, es decir, incluso cuando se sepa que su probabilidad es mucho menor que la de la afirmación contraria[10]. Pascal, en sus cartas provinciales observó que los jesuitas, aprovechando esa máxima, ofrecían un amplio rango de principios morales a sus confesores permitiéndoles optar por aquellos que les sean más cómodos. Un doctor jesuita defendiendo la posición probabilista ante Pascal (según él mismo cuenta en sus cartas provinciales) describe el método mediante el cual los doctores jesuitas formulaban sus máximas morales de la siguiente manera:

> "Primeramente el doctor grave inventa una opinión, la expone al mundo y la arroja como una semilla para que eche raíces. Entonces está la pobre muy débil; más es menester que el tiempo la vaya madurando poco a poco… Y así en pocos años vemos que va tomando vigor, y después de cierto tiempo se halla autorizada con la aprobación tácita de la Iglesia… cuando el tiempo ha madurado así una opinión, entonces viene a ser probable y del todo segura para la conciencia." (Pascal, 1846, pp. 78–79)

Las formas de vida burguesas y su creciente importancia en la estructura social del siglo XVII conmovieron la doctrina moral de la Iglesia hasta el punto de reducirla, en su expresión jesuita, al rol de oferente de máximas que los burgueses y señores compraban para tranquilidad de sus conciencias. De hecho, la doctrina jesuita, a través de argumentos probables, restablecía la simonía (compra y venta de sacramentos y beneficios espirituales) tajantemente prohibida por la Iglesia desde la Reforma Gregoriana.

Pascal, un convertido jansenita, reacciona en forma virulenta a esta doctrina por las consecuencias que esperaba de la misma. En este sentido critica la levedad de los doctores jesuitas y clama por un mayor rigor y respeto por las opiniones de los padres de la Iglesia. Es interesante notar que Pascal reacciona y pide mayor respeto por las autoridades de la Iglesia, pero su argumento ya no reside únicamente en un recurso a la autoridad, sino que implica una visión prospectiva sobre las consecuencias de dicha

[10] "Se puede hacer, lo que se piense, sea lícito según una opinión probable; aunque la contraria sea más segura; pues la opinión de un solo doctor grave basta" (Doctor jesuita Manuel de Sá extraído de Pascal, 1846, p. 66). "Es lícito seguir la opinión menos probable, aunque menos segura. Esta es la doctrina de todos los autores modernos." (Doctor jesuita Filucio extraído de Pascal, 1846, pp. 66–67).

desviación. Es decir, Pascal se ubica en un extraño punto intermedio entre la nueva y la vieja probabilidad. Pero el doctor jesuita con el que Pascal dialoga tiene claro que los tiempos habían cambiado y el probabilismo era una forma de adaptarse a eso.

> "Están los hombres en el día tan corrompidos, que no pudiéndoles atraer a nosotros, es necesario que vayamos a ellos; porque si no, nos dejarían, serían peores y se abandonarían totalmente." (Doctor jesuita extraído de Pascal, 1846, pp. 79–80)
>
> "(…) las leyes de la Iglesia pierden su fuerza cuando no se observan; cuando entran en desuso…" (Doctor jesuita extraído de Pascal, 1846, p. 83)

El probabilismo fue una estrategia adoptada por una orden religiosa para adaptarse a los cambios de época surgidos como producto del crecimiento de las formas de vida burguesas y su creciente poder económico (Romero, 1999; Rubin, 1979; Weber, 2006). El poder económico de los burgueses también apareció en contraposición al poder político de emperadores y señores feudales y, en este sentido, se irguió como un actor novedoso que sacudió el equilibrio de poderes que la Iglesia había conseguido durante la Baja Edad Media. Sin embargo, la Iglesia Católica es una de las instituciones vivas más antiguas de la historia humana gracias a su capacidad para adaptarse a los contextos políticos y económicos[11]. El probabilismo fue una expresión de esta capacidad y la reforma de Lutero, si bien generó un sisma hacia adentro del cristianismo, fue otra. Sin embargo, a los fines del desarrollo de la probabilidad en su sentido moderno a nosotros nos interesa la respuesta a estos dilemas que surgió del convento jansenita que alojaba, entre otros, al mismo Pascal.

1.3.2 La solución jansenita al problema ético que planteó el probabilismo

En el probabilismo jesuita se puede advertir el creciente conflicto entre las máximas morales de la Iglesia y la mentalidad burguesa. El probabilismo fue una expresión, entre muchas, de ese trance histórico. Pascal era contrario a la casuística jesuita, pero, sin embargo, como veremos en el próximo capítulo, era un defensor de la

[11] Sólo por citar un ejemplo, en el siglo V, la Iglesia subsistió a la caída del Imperio Romano de Occidente, su principal socio político, y tras varios siglos de trabajo minucioso transformó a los bárbaros que poblaron Europa al catolicismo, para, en la Baja Edad Media, extender su poderío como nunca antes.

rectitud moral de los juegos de azar y adelantó modos de pensamiento que estaban en todo de acuerdo con la mentalidad burguesa. La “apuesta de Pascal”, como ya advertimos, es un claro ejemplo de esto último. Es la justificación de la fé por la vía del razonamiento individual de sopesar los resultados posibles de una elección. Esta dualidad del matemático ha confundido a intérpretes posteriores, pero también confundía a sus contemporáneos. Por ejemplo, en 1671, el abate Villars envió una misiva a Pascal en la que planteaba lo siguiente:

> “He oído decir, en efecto, que usted es un gran enemigo del casuismo laxista: cómo es entonces que usted no sólo no condena el juego, sino que quiere incluso hacer depender la Religión y la Divinidad del juego de cara y cruz.” (Abate Villars extraído de Coumet, 2000, p. 215)

Para entender a Pascal conviene reparar sobre la delimitación que los autores de *La lógica o el arte de pensar* hacen del objeto de sus reflexiones sobre la probabilidad. Este último es también conocido como como *La lógica de Port Royal*, en clara referencia al convento jansenita que, entre otros, alojó a Pascal en ese período[12]. Los jansenitas, a diferencia de los jesuitas, eran partidarios de una doctrina moral estricta según las enseñanzas de los padres de la Iglesia. Sin embargo, el intento de salvaguardar la autoridad de la Iglesia en el ámbito de la moral los llevó a delimitar con claridad su alcance. Al comenzar el primero de los cuatro capítulos dedicados a la probabilidad, titulado “Algunas reglas para el uso adecuado de la razón al determinar cuándo creer en cosas que dependen del Testimonio Humano”, establecen los límites del objeto de sus reflexiones de la siguiente manera:

> “No hablo del juicio que formamos acerca de si una acción es buena o mala, digna de alabanza o de culpa, ya que corresponde a la moralidad regular esto, sino simplemente a lo que hacemos en relación a la verdad o falsedad de los eventos humanos, lo cual es considerado sólo por la lógica…” (Arnauld & Nicole, 1662, p. 344 traducción propia)

[12] Si bien existe cierta controversia sobre la identidad de sus autores, la mayoría de los especialistas coinciden en señalar que fueron Antoine Arnauld y Pierre Nicole (Daston, 1995; Hacking, 2006; Landro, 2010), ambos colegas de Pascal. A pesar de que no existen pruebas fehacientes se cree que Pascal pudo haber colaborado en la redacción de los capítulos vinculados a la teoría de probabilidades. En sus *Cartas Provinciales*, Pascal, comienza haciendo una defensa de Arnauld quien había sido injuriado por los jesuitas.

Para los autores de Port Royal, la acción del individuo no sólo es susceptible de ser juzgada en términos morales sino también en términos lógicos y, de hecho, estas dos son dimensiones independientes. Un acto inmoral puede ser lógico y un acto ilógico puede tener buenas intenciones. Los autores de *La lógica de Port Royal* delimitan con precisión el contexto del nuevo concepto de probabilidad al dejar por fuera de sus reflexiones toda consideración sobre la moral. A partir de entonces la moral ya no invadiría el campo de reflexión de la probabilidad, sino que quedaría circunscripta a un campo específico, separado e independiente.

Al mismo tiempo que defendían la hegemonía moral de la Iglesia, estos autores señalaron un nuevo campo donde el concepto de probabilidad tendría un sentido renovado. Tanto Locke a fines del siglo XVII, como Laplace a fines del XVIII o Venn a fines del XIX, escriben sobre probabilidad íntegramente dentro de este campo, donde sólo interesa lo que la lógica tenga para decir al respecto. La nueva probabilidad surge como una reflexión sobre aquello que es racional esperar o conjeturar, a pesar de que no se tenga certeza de que de hecho sucederá o sucedió. La nueva probabilidad es, en definitiva, el juicio racional sobre la mayor posibilidad de una afirmación entre varias alternativas. Los autores de *La lógica o el arte de pensar* se dan cuenta que sus reflexiones carecerían de sentido si no fuese por la posibilidad de aplicarlas en este sentido.

> “Estas reflexiones pueden parecer insignificantes, y lo son, de hecho, si se detienen aquí, pero podemos convertirlas en una explicación muy importante; y el uso principal que debería derivarse de ellas es el de hacernos más razonables en nuestras esperanzas y temores.” (Arnauld & Nicole, 1662, p. 361, traducción propia)

Entonces, el gran paso que dieron los autores de Port Royal, fue señalar el contexto y relevancia de la probabilidad moderna. En su pluma la probabilidad se independizó de la moral y fue concebida sólo en relación a la lógica. El nuevo concepto de probabilidad venía a garantizarnos un medio por el cuál ser más razonables respecto a lo que esperamos. Por más que, en algunos asuntos, sea imposible estar seguros de lo que sucederá, es más razonable esperar algún desenlace que otro. Dicha esperanza o expectativa de lo que sucederá, para los autores de Port Royal, debía ser el objeto de la teoría de probabilidades de modo que permita un acuerdo común sobre qué es lo esperable dada una determinada evidencia. Hacernos más razonables en ese sentido fue el objetivo original de la teoría de probabilidades.

En simultaneo a la formación de este nuevo concepto de probabilidad, Pascal y Huygens desarrollaron los pilares de la teoría matemática de la probabilidad. Aplicando el naciente concepto de probabilidad a los juegos de azar, observaron que era posible diferenciar entre la situación de distintos jugadores al punto de determinar con exactitud cuanto más posible es que uno gane o el otro. Esta situación, donde se parte de un acuerdo sobre las posibilidades iniciales de los jugadores, sirvió de plataforma para el desarrollo de la teoría matemática de la probabilidad o lo que Kendall (1956) llamó doctrina de las posibilidades.

Capítulo 2
La doctrina de las posibilidades en el contexto del debate sobre la licitud de los contratos aleatorios

2.1. Introducción

Lo que surgió de la pluma de Pascal y Fermat a mediados del siglo XVII fue la doctrina de las posibilidades, la cual fue el fruto de combinar el dominio de la combinatoria con el concepto moderno de probabilidad. Existió un antecendente importante en el desarrollo de estas ideas por parte de Galileo, Pacioli, Cardano y Tartaglia en los siglos XV y XVI, sin embargo, estas ideas no tuvieron continuidad y sólo fueron recuperadas tras la influencia de los tratado de Pascal, Fermat y Huygens (Daston, 1995; Hacking, 2006; Todhunter, 1865) ¿Por qué las ideas de unos tuvieron continuidad mientras que los de otros no? La respuesta ensayada por Coumet (2000), Maistrov (1974) y Daston (1995), entre otros, está en el contexto del desarrollo de la sociedad mercantil.

Lo primero que tenemos que preguntarnos es qué problemas acuciaban a estos pensadores cuando desarrollaron la doctrina de las posibilidades y precisamente qué implicaba esta. Suele decirse que se ocuparon exclusivamente de juegos de azar (Gillies, 2000; Kendall, 1956). Efectivamente, el problema que motivo la correspondencia entre Pascal y Fermat se da en el contexto de un juego de azar y el primer tratado sistemático sobre el tema: *De ratiociniis in ludo aleae* (El razonamiento en el juego de dados[13]) escrito por Christian Huygens en 1657, lidia enteramente, como su nombre bien lo indica, con juegos de azar. Pero, si se presta atención a la forma en que se plantean estos problemas, se puede ver una preocupación que excede la comprensión de las reglas combinatorias. Ambos autores están preocupados por establecer las condiciones bajo las cuales estos juegos pueden ser considerados contratos equitativos en el marco de la doctrina moral de la iglesia (Coumet, 2000; Daston, 1995).

Tanto Pascal como Huygens escriben en el ocaso del dominio del cristianismo sobre la moral y la justicia. Los juegos de azar son una especie dentro de un género más amplio de contratos aleatorios. Los cuales también son una especie dentro de un género más amplio de contratos mercantiles, que surgen del mutuo acuerdo entre individuos

[13] En 1692 se publicó una primera traducción al inglés debida a J. Arbuthnott con el título: "*Of the laws of chance, or a method of calculations of the hazards of game, plainly demonstrated, and applied to games as present most in use*" (Landro, 2010, p. 14). En 1714 se realizó una nueva traducción (cuya autoría es desconocida) que propone el título: "*The value of all chances in games of fortune; cards, dice, wagers, lotteries, etc, mathematically demonstrated*". A lo largo de la tesis se utilizó esta traducción.

independientes entre sí (Levin, 2003, 2008, 2010; Mauss, 1971). Todos estos acuerdos, en el marco del pensamiento escolástico eran regulados por los preceptos de la justicia conmutativa. Nociones como la de “precio justo” o “usura” estaban íntimamente ligadas a la justicia conmutativa y, por ende, a la condena moral de todo intercambio que resulte en detrimento de una de las partes por medio del engaño o el fraude[14] (Coumet, 2000; Noonan Jr, 1957; Schumpeter, 1954).

Hacia mediados del siglo XVII la licitud de los contratos aleatorios, y de los juegos de azar, como especie dentro del género, era tema de amplio debate entre los teólogos y juristas escolásticos. Estas discusiones otorgaron el contexto, lo que Coumet (2000) llama el campo nocional, que permitió a estos matemáticos apreciar la relevancia de sus reflexiones y participar de las discusiones jurídicas de la época en una forma indirecta, aunque no por ello menos influyente.

2.2. Los problemas de división de la naciente sociedad mercantil

Como ya se dijo, existieron anticipaciones importantes a la doctrina de las posibilidades, principalmente de la pluma de autores del renacimiento italiano como Cardano, Pacioli, Tartaglia o Galileo. Hacking (2006) explica que:

> “Hay dos aspectos bastante distintos en estas anticipaciones a la teoría de la probabilidad: problemas combinatorios, y problemas sobre juegos repetidos. Estos últimos se refieren a la división del botín en un juego incompleto y forman parte de un gran corpus de "problemas de división" que surgen en el comercio, la mayoría de los cuales, no tienen una base aleatoria… una serie de problemas de "equidad" que acosaron a la nueva clase mercantil...” (p. 49, traducción propia)

Por ejemplo, el escrito recuperado de Galileo se dedica a abordar la diferencia en la posibilidad de obtener un nueve o un diez tirando tres dados, ese es un problema estrictamente de combinatoria. Pacioli, Tartaglia y Cardano, además de abordar problemas de este tipo, se dedicaron significativamente a analizar “problemas de división”, los cuales implicaban interesarse en nociones de justicia y equidad. Entre ellos

[14] “Utilizar el fraude para vender algo en más del precio justo es absolutamente un pecado, por cuanto se engaña al prójimo en prejuicio suyo” (De Aquino, 1990, p. 593).

destaca el “problema de los puntos” o la “regla de los repartos” que es el problema que motivó la correspondencia entre Pascal y Fermat (Daston, 1995; Hacking, 2006). El mismo surge de preguntarse ¿cómo debe repartirse el premio de un juego azar que consiste en la adquisición de “n” puntos, donde en cada partida cada jugador tiene las mismas posibilidades de ganar, pero que ha sido interrumpido de mutuo acuerdo con el marcador a favor de uno de los jugadores?

Tartaglia, a pesar de ofrecer una solución al problema, manifiesta su insatisfacción diciendo: “(…) la resolución de tal pregunta debe ser judicial en lugar de matemática, de modo que de cualquier forma que se haga la división habrá causas de litigio.” (Tartaglia extraído de Hacking, 2006, p. 51, traducción propia). En la primera carta que se conservó de la correspondencia entre Pascal y Fermat, Pascal manifiesta su admiración por su compañero por “haber encontrado la solución a ambos problemas, el de los dados y el de los repartos, con una justicia (*justesse*) perfecta[15]” (Pascal extraído de Todhunter, 1865, p. 8, traducción propia). Pero, inmediatamente después aclara que

> “(…) admiro mucho más el método de los repartos que aquel de los dados; he visto varias personas encontrar la solución al problema de los dados, como el Sr caballero de Meré, quien me propuso esa cuestión… pero el Sr de Meré no pudo jamás encontrar el valor justo de los repartos, ni el medio para llegar a él: de modo que, hasta ahora, yo era el único que conocía dicha proporción.” (Pascal extraído de Todhunter, 1865, p. 8 traducción propia)

El “problema de los puntos” en el planteamiento de la correspondencia de Pascal y Fermat, consiste en una serie de juegos en el que ambos jugadores tienen las mismas posibilidades (*chances*) de ganar y que se repite hasta que alguno de los jugadores alcanza tres puntos. Sin embargo, el problema de división emerge cuando el juego se detiene de mutuo acuerdo con uno de los jugadores llevando ventaja. Adicionalmente se sabe que cada uno de los jugadores apostó 32 pistolas, siendo el botín total para el ganador de 64 pistolas. El problema consiste en establecer cuanto corresponde a cada uno de los jugadores. Cuando el juego no ha empezado o se encuentra en equidad (1 a 1 o 2 a 2) el reparto no representa complejidad para estos pensadores ya que entienden que

[15] “Je n´ai pas le loisir de m´entendre; mais en un mot vous avez trouvé les deux parties des dés et des parties dans la parfaite justesse” (Todhunter, 1865, p. 8)

corresponde a cada uno llevarse lo que aporto. El problema es cuando esa equidad inicial se ha roto. ¿Cómo se establecen los repartos de modo justo?

Para encontrar la solución Pascal comienza por concebir la situación en la que el juego se detiene con el marcador 2 a 1. Para Pascal las 32 pistolas del jugador que va ganando no están en juego en la próxima ronda, esa parte del premio "debe considerarla íntegramente asegurada" (Pascal extraído de Coumet, 2000, p. 16) . Sólo la propiedad de las 32 pistolas del jugador que está perdiendo es incierta al estar sujeta a la aleatoriedad del próximo juego. Pero como ambos tienen las mismas posibilidades de ganar, lo justo es que se distribuyan de acuerdo a esa proporción. Es decir, mitad para uno y mitad para el otro. Por ende, su forma de establecer el reparto para el jugador que va ganando es la siguiente:

$$(1)\ 32 + (0,5)\ 32 = 48 \text{ pistolas}$$

Tratemos de recuperar el razonamiento de Pascal en esta solución. Antes de comenzar el juego la situación es de equidad ya que ambos aportaron lo mismo y tienen las mismas posibilidades de ganar. Pero una vez transcurrido el juego, y siendo que un jugador gano dos puntos y el otro sólo uno, esa equidad se ha roto y, a pesar de que el resultado definitivo es aún incierto, es razonable esperar que el primer jugador gane. Su posición es más valiosa que la del otro y, para preservar la justicia del intercambio, es necesario reconocérselo. Lo justo, razona Pascal, siendo que ambos tienen las mismas posibilidades de ganar la próxima ronda, es que las 32 pistolas del jugador que va perdiendo sean repartidas equitativamente (Daston, 1995). Pascal toma a las probabilidades, que para él son idénticas a las posibilidades, como dadas y, desde allí, razona sobre lo que es esperable que suceda. Esto es la doctrina de las posibilidades, partir de un cierto acuerdo sobre las posibilidades y desde allí razonar sobre lo que es esperable que suceda en ese caso o en casos más complejos que surjan de esas probabilidades originales.

Partiendo de la solución del marcador 2 a 1, Pascal continúa razonando hacia atrás sobre otras posibilidades de reparto más complejas. Cuando el juego está 2 a 0, si el que va ganando pierde, llegará a la misma situación analizada previamente, entonces le corresponden con seguridad 48 pistolas y el resto (16) deben ser repartidas equitativamente. Le corresponderían entonces 56 a quien va ganando y 8 a quien va perdiendo. Finalmente, si el partido se detuviera con el marcador 1 a 0, el jugador que va ganando tiene aseguradas sus 32 pistolas, pero el que va perdiendo, siendo que en caso que pierda un punto más el juego igualaría la situación antes analizada, tiene aseguradas 8 pistolas. Por lo tanto, en la próxima partida sólo estarían en juego 24 pistolas del jugador que va perdiendo. Lo justo, nuevamente, sería dividirlas equitativamente, de acuerdo con las posibilidades (*chances*) de ganar de cada uno, es decir, 44 pistolas para quien va ganando y 20 para quien va perdiendo (Todhunter, 1865).

2.3. El debate sobre la justicia de los juegos de azar en el marco de la escolástica

Antes de continuar conviene reparar en el vínculo entre el "problema de los puntos" y la discusión jurídica sobre la legalidad de los contratos aleatorios en el contexto de la escolástica. Como ya dijimos, los contratos aleatorios, dentro de los cuales los juegos de azar son una sub-especie, fueron materia de controversia a lo largo de la Baja Edad Media y el Renacimiento. Un contrato aleatorio implica el intercambio de una suma cierta por el derecho a participar de beneficios futuros pero inciertos. En el marco de la escolástica, la discusión de su legalidad dependía, en gran medida, de la posibilidad de establecer un precio justo que se correspondiese unívocamente con la promesa de un beneficio aún incierto (Coumet, 2000; Daston, 1995). La cuestión era, puesta en palabras de un contemporáneo de Pascal, la siguiente:

> "¿Cuál es el precio que uno debería ofrecer a quienes sufren los peligros y otros eventos fortuitos a los que todo está sujeto en el comercio, y especialmente en el dinero? ¿Cuál es la suma proporcional a la ganancia indefinida e incierta que se compromete como respaldo de una sociedad de mercaderes?" (Bauny en "Somme des pechez qui se commettent en tous les etats" de 1646 extraído de Daston, 1995, p. 21)

La legitimidad de los contratos aleatorios y, como especie dentro del género, de los juegos de azar, era tema de amplio debate entre los juristas y teólogos de la escolástica. El debate, al igual que con la usura, se extendió durante siglos. Como afirma Noonan Jr (1993) no puede hablarse de una posición clara y estable por parte de los escolásticos sobre estos temas, sino que conviene pensar en una evolución lenta y no siempre ausente de contradicciones en sus posturas. Como en el caso de la usura, se avanzó desde la prohibición casi total de este tipo de contratos, a mediados del siglo XII, a una postura cada vez más permisiva (Poitras, 2000).

Esta evolución, Romero (1999) la enmarca en el contexto del desarrollo y encumbramiento de la mentalidad burguesa que, habiendo creado nuevos modos de vida al margen del sistema feudal, pugnaba por dictar sus normas de convivencia en forma independiente a la doctrina moral de la Iglesia. Desde entonces, y hasta su culminación en las revoluciones de fines de siglo XVIII, los mercaderes y hombres de ciudad, fueron desarrollando su propio derecho consuetudinario y, poco a poco, fueron carcomiendo los designios y prohibiciones de la Iglesia.

Coumet (2000) lo pone de la siguiente manera:

> "Fue necesaria una profunda modificación de la Lógica aristotélica para que se desarrollase el análisis combinatorio, pero no menos profunda fue la mutación mental (*mutation mental*) sin la que no hubiese surgido la posibilidad de matematizar los juegos de azar. No son necesarios estudios etnográficos muy eruditos para imaginar los obstáculos con los que podía haber topado esta matematización. Las palabras oportunidad (*chance*), suerte (*sort*), azar (*hasard*)... tienen, aún en nuestros días, una resonancia peculiar que hace innecesario insistir en este aspecto… Para poder especular matemáticamente sobre los juegos de azar era necesario que abandonasen antes el ámbito de lo sagrado por el círculo de los asuntos puramente humanos. No por ello dejaron de padecer otro género de condena que nos interesa directamente, en la medida en que Pascal habla de los juegos en términos de convenciones. Los juegos de azar, dirán numerosos teólogos y juristas, son convenciones ilícitas, pues en el juego el dinero ganado lo es sin ninguna causa legítima…" (Coumet, 2000, pp. 215–216)

Entonces, pueden distinguirse esencialmente dos procesos simultáneos sin los cuales hubiese sido imposible la formulación de la doctrina de las posibilidades y su posterior evolución en teoría matemática de la probabilidad. En primer término, la desacralización del azar. El espíritu práctico de la naciente burguesía condujo, mediante lo que Romero (1999) llama el "enmascaramiento", a recluir la voluntad divina al principio de los tiempos o al Diseño Original. Dios dejó de ser un caprichoso interventor de la vida cotidiana y fue recluido al rol del arquitecto que se esconde detrás de escena.

Este es el germen del pensamiento determinista que engendró al "monstruo de Laplace" pero que puede encontrarse antes en Descartes, Newton, Leibniz o el mismísimo J. Bernoulli[16]. Este movimiento fue central a los fines del desarrollo de la doctrina de las posibilidades ya que implicaba que el capricho divino no intervenía en los juegos de azar más que mediante la creación de las leyes que gobernaban la mecánica de los objetos. Los eventos contingentes pasaron a ser concebidos, no como el producto caprichoso de la voluntad de Dios, sino como consecuencia de la ignorancia de los hombres sobre las causas ocultas que gobernaban los sucesos. En ausencia de esta demarcación hubiese sido imposible reducir lo contingente a relaciones matemáticas (Coumet, 2000; Ríos Gutiérrez, 2008).

La segunda cuestión giraba en torno a la justicia de los contratos aleatorios. Muchos juristas y teólogos, escribiendo entre el siglo XI y XVII, desaprobaron este tipo de acuerdos por la misma razón que condenaban la usura (Poitras, 2000). En sintonía con Aristóteles[17], los escolásticos entendían que la función natural del dinero era la de servir de facilitador de intercambios de bienes útiles. Es decir, medio de cambio y unidad de medida. Toda transacción que transgrediera este principio y constituyera la búsqueda del dinero en su fin último, era vista como amoral y contraria a la justicia conmutativa (Schumpeter, 1954). Así, tanto los préstamos a interés, como los intercambios mercantiles que se desviasen del precio justo, eran condenables.

Desde este punto de vista, los juegos de azar, y los contratos aleatorios en general, siendo que involucraban transacciones dinerarias y que muchas veces llevaban a la riqueza o pobreza de sus participantes sin que mediara industria alguna, eran vistos con sospecha por muchos escolásticos:

> "¿Me diréis: 'lo hemos convenido así'? Eso valdrá para mostrar que el ganador no engaña a los demás, pero de ello no se sigue que la convención y el juego sean razonables: pues la ganancia, que debe ser el premio de la industria, se convierte en premio de la suerte, que no merece ningún premio, puesto que

---

[16] Nos ocuparemos en detalle del pensamiento determinista y las influencias sobre el curso de desarrollo de la teoría de probabilidades en el Capítulo 4

[17] Aristóteles también condenó enfáticamente la usura: "(…) con mayor razón se odia la práctica del préstamo con interés, a raíz de que la ganancia depende del dinero mismo y no de aquello para lo cual este precisamente fue inventado. En efecto el dinero se originó para facilitar el intercambio, pero el interés lo hace mayor… de modo que, entre los modos de adquisición, el préstamo a interés es el más contrario a la naturaleza." (Aristóteles, 2015, pp. 148–149)

no depende en modo alguno de nosotros." (San Francisco de Sales en "Introducción a la vida devota" de 1628 extraído de Coumet, 2000, p. 216)

O aún más tajante:

"De tal manera que cualquiera que toma y retiene dinero de otro por haberlo ganado en el juego, lo retiene sin ninguna causa legítima, y lo tiene, por tanto, con mala conciencia y, a decir verdad, es un simple ladrón." (Lambert Daneau en "Breve resumen de los juegos de suerte o azar, y principalmente de los dados y las cartas" de 1591 en Coumet, 2000, p. 216)

Pero, la posición de los teólogos y juristas escolásticos en este punto no era unánime, sino que se trataba de una cuestión más bien controvertida. Tanto San Agustin, como Tomás de Aquino, podían ser citados a favor de la licitud de los juegos de azar bajo el argumento de que en los mismos no hay fraude, sino un intercambio a plena conciencia. Tomás de Aquino, principal sintetizador del pensamiento escolástico, marcó los límites morales del intercambio mercantil precisamente en referencia al fraude y el engaño y, en los juegos de azar, no parecía haber ninguno de estos. Sin embargo, la cuestión estaba en definir con claridad qué mercancía se estaba intercambiando y cuál era su precio justo. Huygens y Pascal, creían que la doctrina de las posibilidades podía ser de ayuda en estas cuestiones.

2.4. La expectativa, una mercancía que debe precio justo.

El tratado de Huygens fue el primer abordaje sistemático y la principal introducción a la doctrina de las posibilidades hasta la publicación póstuma del *Ars Conjectandi* de J. Bernoulli en 1713. Lo primero que llama la atención del tratado de Huygens es que es sorprendentemente breve. Consiste de 14 proposiciones con sus respectivas demostraciones y cinco problemas para que el lector ejercite[18]. Lo segundo que sorprende del tratado de Huygens es la forma en la que comienza, señalándolo que a sus ojos es relevante de su obra.

[18] Dos de estos problemas fueron sugeridos por Fermat, uno por Pascal y los otros dos son de Huygens. Al parecer, antes de publicar su tratado, Huygens, quien aún era un joven matemático sin reconocimiento, lo envió a estos dos para que lo revisaran. Ambos respondieron con entusiasmo y aportaron problemas adicionales para su cierre.

> "Aunque en los juegos que dependen completamente de la fortuna, el éxito siempre es incierto; sin embargo, puede determinarse exactamente cuánto más probable es ganar que perder... Del mismo modo, si estoy de acuerdo con otro en jugar al primero que gana tres por un premio determinado, y he ganado uno de mis tres, aún no está claro cuál de nosotros alcanzará las tres victorias primero, pero, el valor de mi expectativa y el de la suya pueden descubrirse exactamente; y consecuentemente, puede determinarse, si ambos acordamos dejar el juego inconcluso, cuánto del premio corresponde a mi parte y cuánto a la suya; o, si otro desea comprar mi lugar y oportunidad, a cuánto podría venderlo." (Huygens, 1714, p. 1, traducción propia)

A Huygens no le interesa exponer un método para la estimación de la probabilidad de ciertos eventos, de hecho, parte de suponer la equi-probabilidad entre resultados posibles (Daston, 1995; Gillies, 2000; Landro, 2010)[19]. Lo que a Huygens le interesa es el precio justo de la oportunidad de participar en un juego con una determinada expectativa. La expectativa en un juego de azar donde se parte del conocimiento de las posibilidades es, para Huygens, una mercancía que debe tener un "precio justo" como todas las demás.

Pascal también enfatiza la comprensión de los juegos de azar como transacciones mercantiles lícitas en contraposición a prácticas usureras como el préstamo a interés. Poitras (2000) explica que la línea de demarcación que los juristas escolásticos marcaron entre contratos lícitos y usureros estaba relacionada a la posibilidad de pérdida del bien sujeto a préstamo. Si el prestamista asumía el riesgo de que el bien prestado sea perdido o dañado, entonces se admitía la posibilidad de cobrar un estipendio por el préstamo. Pero si el riesgo de daño o perdida debía ser asumido por el prestatario, entonces, la exigencia de cargos adicionales era usura. En esta línea, Pascal remarca que, al participar en un juego de azar, uno esta renunciado al derecho de propiedad. No es que lo presta y se asegura recuperarlo. Lo que uno hace al apostar es cambiar una propiedad actual por la

[19] Schüssler (2016) señala que la noción de equi-probabilidad, necesaria para desarrollar una noción matemática de la probabilidad, comenzó a ser común recién a partir del siglo XVI. Como se verá en el próximo capítulo, durante el auge del pensamiento escolástico era frecuente la mención de la mayor o menor probabilidad de una opinión, no así de su igualdad. Para Schüssler el desarrollo de esta noción precedió y fue de hecho un paso fundamental para el desarrollo de la doctrina de las posibilidades.

promesa de una propiedad potencial y, por ende, no es lo mismo que un préstamo a interés.

> "Para comprender la regla de los repartos, la primera cosa que hay que considerar es que el dinero que los jugadores han puesto en juego ya no les pertenece, porque han renunciado a su propiedad; pero han recibido en revancha el derecho a esperar (*droit d'attendre*) lo que el azar les puede dar, de acuerdo con las condiciones que han convenido antes. Pero como es una ley voluntaria, pueden romperla de común acuerdo; y así, en cualquier fase que se encuentre el juego, pueden salirse de él; y, al revés de lo que han hecho al entrar, renunciar a la esperanza del azar (*attente du hasard*), y entrar cada cual en la propiedad de algo" (Pascal extraído de Coumet, 2000, p. 219)

Pascal enfatiza precisamente que los jugadores, al admitir participar, están renunciado a sus derechos de propiedad a cambio de una oportunidad que les puede traer más o menos propiedad que la que originalmente tenían. En el esquema de Pascal y Huygens, la expectativa, el derecho a esperar (*droit d'attendre*), es una mercancía más que es intercambiada, vendida, por el valor de la apuesta. La transacción mercantil se lleva a cabo antes de que se defina el juego porque lo que se intercambia es un monto cierto por una determinada expectativa, que también es cierta y el jugador la obtiene inmediatamente, pero el resultado del juego, el desenlace de la expectativa, en cambio, es incierto. Nicholas Bernoulli, escribiendo a principios del siglo XVIII y buscando popularizar las aplicaciones de la naciente teoría matemática de la probabilidad también lo tiene muy claro cuando dice:

> "Aunque en el contrato de compra-venta necesariamente una mercancía debe intervenir por un lado y el precio por el otro, existe una clase de compra peculiar que se contrata sin propiedad, y que se denomina compra de expectativa o posibilidad. Concretamente esto sucede cuando se compra el futuro resultado del lanzamiento de la red por parte de un pescador, o el producto que se encontrará en las redes colocadas por el cazador ... o la expectativa de una herencia." (N. Bernoulli, 1709, p. 14, traducción propia)

El carácter revolucionario de incluir a la expectativa como una mercancía más con "precio justo", aparece muy bien formulada en las reflexiones de Pascal, específicamente en la conocida "apuesta de Pascal", donde el célebre matemático defiende la razonabilidad de creer en dios por el infinito bienestar que promete. Pascal argumenta:

> "(…) Todo jugador arriesga con certeza para ganar con incertidumbre y, sin embargo, sin pecar por ello contra la razón, arriesga con certeza lo finito para ganar con incertidumbre lo finito. No hay una distancia infinita entre esa certeza de lo que arriesga y la incertidumbre del triunfo (…) Hay, en verdad, una distancia infinita entre la certeza de ganar y la certeza de perder. Pero la incertidumbre de ganar es proporcional a la certeza de lo que se arriesga, según la proporción de las probabilidades de ganar y perder. Y de esto resulta que, si hay probabilidades iguales de un lado y del otro, la partida consiste en jugar igual contra igual y, entonces, la certeza de lo que se arriesga es igual a la incertidumbre de la ganancia." (Pascal en sus Pensamientos extraído de Landro, 2010, pp. 11–12)

Lo que plantea Pascal es que la expectativa del bien incierto no yace a una distancia infinita, inconmensurable, del bien cierto. Existe una proporción que iguala las bondades de ese bien cierto con las bondades mayores de un bien que no es seguro, pero tampoco imposible, es probable. Para Pascal, no es irracional arriesgar un valor cierto en pos de conseguir en forma probable un valor mayor. Nadie está siendo engañado al participar de un contrato de este tipo, siempre que se respete la proporción que las probabilidades de ganar y perder determinan. Y esto es muy importante porque Pascal está utilizando el concepto moderno de probabilidad al razonar de este modo. Para que el intercambio sea razonable, el monto incierto no debe ser ni imposible, ni necesario. Tenemos que tener razones para creer que es posible, a pesar de que no estemos seguros de que sucederá.

Sin embargo, está desarrollando el nuevo concepto de probabilidad dentro de un conjunto de contratos donde la representación numérica de la probabilidad de los resultados se supone conocida conocida. La doctrina de las posibilidades siempre parte del conocimiento sobre el valor numérico de la probabilidad y razona desde ahí. ¿Cómo se llegó a dicho valor numérico y cómo se puede llegar a nuevas probabilidades numéricas? No es un problema que ataña a la doctrina de las posibilidades.

En este sentido, la doctrina de Pascal y Huygens, no otorga un método por el cuál descubrir el valor numérico que representa la probabilidad de que una empresa particular sea exitosa. Si estamos a punto de comprar las acciones de esa empresa, la doctrina de Huygens y Pascal no viene a nuestro auxilio en la consideración de las posibilidades de que dicha empresa sea exitosa. Sólo nos sirve para tomar decisiones en caso de que conozcamos con certeza y precisión numérica la probabilidad de que la empresa sea exitosa. En ese caso, siendo que conocemos tanto la probabilidad de que sea exitosa como el beneficio que nos espera si el éxito se llega a confirmar, la doctrina de las posibilidades nos indica cuál es el precio que tanto comprador como vendedor deberían, necesariamente, observar como el precio justo. También nos puede ser útil para calcular la probabilidad de que nuestra empresa sea exitosa si partimos de conocer con certeza y precisión numérica la probabilidad de dos eventos que necesitamos que sucedan si o si para garantizar el éxito de nuestra empresa. La doctrina de las posibilidades construye sobre probabilidades numéricas conocidas o supuestas, pero no viene a responder la exigencia que los autores de Port Royal pusieron a la teoría de probabilidades, a saber, qué es razonable creer a la luz de evidencia parcial o inconcluyente con la que contamos.

Entonces, el servicio que presta la doctrina de las posibilidades de Huygens y Pascal es mucho más humilde que aquel que se había encomendado a la naciente teoría de probabilidades. Como se vio, tanto para Huygens como para Pascal, el principal servicio que podía prestar esta doctrina es el de establecer el precio justo de un juego de azar. El precio que se corresponde proporcionalmente a la apuesta dada la probabilidad de ganar. La pregunta que se hacen es ¿Cuál es esa proporción que define el precio justo de un juego de azar? Huygens resuelve esto con la postulación de lo que considera una "verdad evidente" y que resulta necesaria para las demonstraciones subsiguientes:

> "Que cualquier oportunidad o expectativa de ganar algo vale solo una suma tal como la que se podría procurar con la misma oportunidad o expectativa en un juego justo" (Huygens, 1714, p. 1, traducción propia)[20]

[20] "That any one Chance or Expectation to win anything is worth just such a Sum, as would procure in the same Chance and Expectation at a fair play" ("The value of all chances…" de 1714). Daston (1995), que parece haber traducido el texto de una versión en holandés, lo traduce de la siguiente manera: "(…) In a game the chance one has to win something has a value such that if one possessed this value, one could procure the same chance in an equitable game [rechtmatigh spel], that is in a game which works to no one´s disadvantage" (p. 24). Se optó por tomar la versión más antigua entre las disponibles, de cualquier modo, las diferencias en las traducciones no modifican el sentido ni dañan el argumento que se busca sostener.

Pero ¿Qué quiere decir Huygens con esto? Huygens está definiendo el precio justo de la "oportunidad o expectativa de ganar algo" haciendo referencia a otra noción que es la de juego justo. Pero ¿Qué es un juego justo? ¿Cómo puede diferenciarse un juego justo de un juego injusto? La definición de la regla que delimita un juego justo queda especialmente clara en *La lógica o el arte de pensar*.

> "Hay ciertos juegos en los que diez personas apuestan una corona cada uno, y donde uno solo gana todo el pozo, y todos los demás pierden: así cada jugador solo tiene la posibilidad de perder una corona y ganar nueve ... cada uno tiene nueve coronas que esperar, una que perder, nueve grados de probabilidad de perder una corona, y solo uno de ganar las nueve, lo que coloca el asunto en una igualdad perfecta ... Todos los juegos de este tipo son equitativos, hasta donde pueden serlo los juegos, y aquellos que están más allá de esta proporción son injustos; y, por lo tanto, podemos ver que hay una injusticia manifiesta en ese tipo de juegos que se llaman loterías, porque el dueño de la lotería, tomando generalmente una décima parte del todo como su prerrogativa, engaña a todo el cuerpo de los jugadores, de la misma manera que si un hombre jugara en un juego… en el que hay tanta probabilidad de ganar como de perder, diez pistolas contra nueve." (Arnauld & Nicole, 1662, p. 360, traducción propia)

Para los autores jansenitas, la equidad de estos juegos, y con ella su justicia, sólo se alcanza cuando se respeta la igualdad de proporción entre lo que se arriesga y lo que se espera ganar y la inversa de sus respectivas probabilidades.

$$\frac{G}{A} = \frac{P(A)}{P(G)} \quad \text{ó} \quad G\ x\ P(G) - A\ x\ P(A) = 0$$

Donde:

G= Ganancia esperada (valor incierto);

A= Apuesta o perdida posible (valor cierto);

P() = Probabilidad de

En el ejemplo de la *Lógica de Port Royal* se esperan ganar nueve monedas y perder una, mientras que la probabilidad de perder es de 0,9 y la de ganar de 0,1. Es decir, en ambos casos se mantiene una proporción de nueve a uno. Lo que equivale a decir que lo que hay para ganar multiplicado por su probabilidad es igual a lo que hay para perder multiplicado por su probabilidad, o que su diferencia es nula. Para estos autores no mantener esa proporción es incurrir en una injusticia manifiesta ya que necesariamente, se estaría perjudicando a uno, o varios de los jugadores. En esta proporción que expresa la equidad de un juego está, en germen, la noción de esperanza matemática.

Huygens razona de esta manera cuando afirma que, para él (y se usa como ejemplo de un sujeto razonable), es lo mismo que le ofrezcan la posibilidad de ganar, con las mismas chances, tres o siete monedas o que le ofrezcan directamente cinco monedas[21]. Es decir, es indiferente entre un monto cierto (cinco monedas) y la expectativa de una recompensa incierta (siete o tres monedas). ¿Por qué cinco es equivalente a tres o siete igualmente probables? Porque tres y siete igualmente probables mantienen la proporcionalidad de un juego justo. El juego que se auto-propone Huygens implica la posibilidad de ganar o perder dos monedas. Y dos es a dos como la probabilidad de perder (0,5) es a la probabilidad de ganar (0,5). Es decir, se mantiene una proporcionalidad de uno entre lo que se apuesta y se puede ganar y la inversa de sus respectivas probabilidades.

Huygens y Pascal desarrollaron la doctrina de las posibilidades en el contexto del "problema de los puntos", pero, la solución que dieron estaba aún empapada de las nociones éticas y de justicia de la escolástica. La ética burguesa no pone límites a los acuerdos entre individuos independientes. Basta con que ambos estén de acuerdo sobre un precio para que el acuerdo sea considerado lícito. La teoría personalista de la probabilidad[22] que habría de desarrollarse a principios de siglo XX, razona precisamente al modo inverso de como lo hacen Huygens y Pascal. Mientras que estos dos autores parten de suponer las probabilidades para determinar el precio o apuesta justa, los personalistas del siglo XX parten del precio acordado para determinar los grados de creencia personales de los agentes.

En este sentido existe una tensión en la propuesta de Pascal y Huygens que resulta interesante resaltar. Estos autores desarrollan sus ideas en el contexto de la noción de precio justo de la escolástica, pero, al mismo tiempo, están adelantando modos de pensamiento acordes a la naciente sociedad burguesa más que al agonizante orden feudal.

[21] "As for Example, if any one shou'd put 3 Shillings in one Hand, without letting me know which, and 7 in the other, and give me Choice of either of them; I say, it is the same thing as if he shou'd give me 5 Shillings; because with 5 Shillings I can, at a fair play, procure the same even Chance or Expectation to win 3 or 7 Shillings." (Huygens, 1714, p. 1)

[22] En el Capítulo X de la Parte III, nos abocamos a estudiar en detalle la teoría personalista de la probabilidad.

Lo que sucede es que Pascal y Huygens sostienen ideológicamente al viejo régimen, pero conceptualmente ya son burgueses. Su concepto de probabilidad está íntegramente contenido en el contexto de la Lógica, lo han separado de la doctrina moral de la Iglesia, a la cual siguen adhiriendo y defendiendo, pero cuando escriben sobre probabilidad ya lo hacen en un campo escindido. Es un campo que la nueva sociedad burguesa ganó para sí, y que habría de continuar desarrollándose en los siguientes siglos. Pasemos a estudiar las distintas escuelas de pensamiento probabilístico que se sucedieron a lo largo de los siglos XVIII y XIX.

Capítulo 3
Tres escuelas de pensamiento probabilístico desde el siglo XVII hasta principios del XX

3.1. Introducción

En los capítulos anteriores se estudió, por un lado, el proceso por el cual la probabilidad se separó de la moral cristiana para encontrar en la lógica un campo propio donde desarrollarse y, por otro lado, el surgimiento de la doctrina de las posibilidades en el contexto del debate sobre la licitud de los contratos aleatorios en la escolástica. En el Capítulo 2, vimos que la doctrina de las posibilidades no resolvía las preguntas que el campo de la probabilidad moderna planteó, a saber, qué es razonable creer cuando no contamos con evidencias demostrativas, sino que se reducía a operar sobre probabilidades numéricas que se suponían como conocidas sin brindar ningún método mediante el cual llegar a esas probabilidades en primer término. En la segunda mitad del siglo XVII, como advierte Kendall (1956), el concepto de probabilidad era diferenciado de la doctrina de las posibilidades o, como la llamó De Moivre, la medición de las suertes. Eran dos cosas distintas que claramente no abordaban la misma problemática. Una se preguntaba sobre qué es razonable creer dada una cierta evidencia y la otra, mucho más limitada, indicaba qué es razonable esperar dada la probabilidad numérica de ciertos sucesos.

J. Bernoulli fue el primero en sugerir que el campo completo al que aplicaba el concepto de probabilidad podía ser tratado por la doctrina de las posibilidades y sugerir dos métodos distintos por los cuales se podían aproximar las probabilidades numéricas necesarias. Estos dos métodos divergentes de estimación de las probabilidades numéricas dieron nacimiento respectivamente a la escuela de Laplace y a la escuela de Quetelet.

Pero antes de estudiar este proceso, a nosotros nos interesa detenernos en el breve período contenido entre el surgimiento del concepto moderno de probabilidad y su fusión con la doctrina de las posibilidades. A grandes rasgos, dicho período se extiende desde la publicación de *La lógica o el arte de pensar* en 1662, hasta la publicación póstuma del *Ars Conjectandi* de J. Bernoulli en 1713. Dicha concepción de la probabilidad es la que nos interesa especialmente rescatar porque creemos que es fundamental para comprender el episodio de *Treatise* a principio de siglo XX.

Esta concepción de la probabilidad la podemos ver en la pluma de los autores de la *Lógica de Port Royal*, pero también en Locke, Leibniz y el mismo J. Bernoulli. Para ellos la probabilidad era una guía de la creencia y la conducta en ausencia de evidencias concluyentes. El objetivo de la teoría de probabilidades, desde su perspectiva, era desentrañar el modo razonable de prestar el asentimiento en asuntos sobre los cuales no es posible alcanzar el mismo nivel de seguridad que acompaña al conocimiento. De este modo, perseguían describir las reglas que gobiernan el pensamiento recto en ausencia de certezas, o dentro de lo que Locke dio a llamar el crepúsculo de la probabilidad.

> " (…) así como Dios ha colocado algunas cosas en plena luz del día, así como nos ha proporcionado algún conocimiento seguro, aunque limitado a pocas cosas… probablemente como una cata de lo que son capaces de conocer las criaturas intelectuales, a fin de excitar en nosotros un anhelo y el esfuerzo por lograr un estado mayor, así, también en la mayor parte de nuestros intereses, Dios nos ha proporcionado el crepúsculo, permítaseme la expresión, de la probabilidad, el adecuado, supongo, a ese estado de mediocridad y de prueba en que se ha servido ponernos aquí en este mundo, con el fin de reprimir de ese modo nuestra excesiva confianza y presunción, al hacernos ver sensiblemente, por una diaria experiencia, nuestra miopía y la facilidad con que podemos caer en error." (Locke, 1999, p. 656)

Locke, que no ignoraba la doctrina de las posibilidades con epicentro en París[23], analiza la cuestión admitiendo la posibilidad de tener distintos grados de certeza, pero evitando asociarles un valor numérico. J. Bernoulli, por otro lado, escribiendo en la misma década que Locke, abordó la cuestión desde el mismo prisma, pero comprendió que la gradación de las creencias necesariamente debía tener un correlato numérico en la escala del 0 al 1 y propuso aplicar la doctrina de las posibilidades de Huygens para operar sobre estas. Antes de pasar al planteamiento de J. Bernoulli concentrémonos en lo que hay de común en estos dos autores y que representa el pensamiento de la escuela de Locke sobre estos temas.

3.2. La escuela de Locke y el juicio racional ante evidencias no demostrativas

[23] Daston (1995, p. 45) menciona que Locke no sólo estaba familiarizado con *La lógica de Port Royal*, sino que existen indicios de que puede haber participado en su traducción al inglés. Por lo cual, parece poco probable que Locke ignorara la doctrina de las posibilidades.

Para Locke la mente tiene dos facultades que se aplican de distinta forma a la asociación de ideas según sea posible obtener evidencias demostrativas de la veracidad o falsedad de dicha asociación. Por un lado, está el conocimiento, claro y seguro, que percibe la asociación entre dos ideas en forma inmediata tras la presentación ante la mente de pruebas demostrativas, y, por otro lado, existe el juicio, mediante el cual la mente presume o supone la existencia de una asociación en función a evidencias no demostrativas, es decir, insuficientes para garantizar la seguridad que es característica del conocimiento.

> "La facultad que Dios le ha concedido al hombre para suplir la falta de un conocimiento claro y seguro, en los casos en que éste no puede obtenerse, es el juicio; mediante el cual la mente supone que sus ideas guardan un acuerdo o un desacuerdo, o lo que es lo mismo, supone que alguna proposición es verdadera o falsa, sin haber percibido una evidencia demostrativa en la prueba." (Locke, 1999, p. 657)

Sobre esta base Locke define a la probabilidad como la apariencia de acuerdo entre ideas sobre la base de argumentos o pruebas falibles.

> "La probabilidad es la verosimilitud de que una cosa sea verdadera; el término mismo denota una proposición para la cual existen argumentos o pruebas que la permiten pasar o ser recibida como verdadera" (Locke, 1999, p. 659)

Entonces para Locke, la probabilidad emana del juicio, el cual presume la asociación entre dos ideas en ausencia de pruebas o argumentos concluyentes. Locke da un ejemplo bastante claro sobre la diferencia entre el conocimiento y la probabilidad. En la demostración de que los tres ángulos de un triángulo son iguales a dos rectos, uno puede percibir la conexión segura en cada uno de los pasos del razonamiento hasta llegar a la conclusión, también segura, de que los tres ángulos de un triángulo son efectivamente idénticos a dos rectos. De ese modo uno *conoce* que esto es efectivamente así. Pero otro hombre que no quiere molestarse en seguir los pasos de la demostración, puede tomar la palabra de un matemático y asentir ante la misma proposición y creer firmemente en ella a pesar de que no observó pruebas infalibles de que esto es efectivamente así. En ese caso, el hombre juzga que la palabra de un matemático es prueba suficiente para tomar como verdad algo, al hacer esto, el fundamento de su creencia es la probabilidad, no el conocimiento.

En realidad, esta forma de concebir la probabilidad ya estaba presente en el clásico manual de Port Royal. Arnauld y Nicole también presentan el tema con el cuidado de diferenciarlo del conocimiento cierto que es alcanzable en otros asuntos. Para ellos la diferencia se da entre verdades sobre la naturaleza, que son de carácter necesario e inmutable, y verdades contingentes, en general relacionadas a eventos o accidentes humanos, que “pueden ser o no ser, cuando nos preguntamos acerca del futuro, pero que no pueden ser de otra manera, cuando nos preguntamos por el pasado” (Arnauld & Nicole, 1662, p. 345). En el primer caso, “siendo que todo es necesario, nada es verdad que no sea universalmente verdadero” (Arnauld & Nicole, 1662, p. 345). En el segundo, en cambio, esta forma necesaria del razonamiento no es adecuada, ya que, siendo estos eventos contingentes, sería ridículo no creer en algo hasta que se demuestre que es absolutamente necesario o, a la inversa, creer que algo sucederá por el mero hecho de que es posible que suceda. Como explican Arnauld y Nicole, el tipo de asuntos que incumben a la probabilidad son aquellos que cumplen con la siguiente máxima: “Que la simple posibilidad de un evento no es razón suficiente para creerlo, y que podemos tener razones para creerlo, aunque no juzguemos que su contrario sea imposible.” (Arnauld & Nicole, 1662, p. 345, traducción propia).

Entonces, si ambos eventos son posibles, qué puede llevar a que se crea en uno sobre otro. La respuesta de los autores de *La lógica de Port Royal* está en sintonía con la que más tarde darían Locke y J. Bernoulli, a saber, aquello que lleva a creer en uno sobre otro es la evidencia con la que se cuenta. Y aquí introducen una diferencia de suma importancia a lo largo del siglo XVII y XVIII que, sin embargo, cayó en desuso a partir del auge de la probabilidad matemática de fines de siglo XVIII, esto es, la diferencia entre evidencia *interna* y evidencia *externa*. Los autores de “La lógica de Port Royal” las definen del siguiente modo: “Llamo circunstancias internas a aquellas que pertenecen al hecho en sí, y externas, aquellas que pertenecen a las personas por cuyo testimonio somos llevados a creerlo.” (Arnauld & Nicole, 1662, p. 346, traducción propia).

Locke, que mantiene la distinción con referencia directa a la experiencia[24], da un ejemplo ilustrativo de cómo la evidencia interna puede chocar con la evidencia externa generando incredulidad en un testimonio:

---

[24] “Los fundamentos de la probabilidad son dos: la conformidad con nuestra propia experiencia, o el testimonio de la experiencia de los otros” (Locke, 1999, p. 659)

> “Por ejemplo, si yo mismo veo a un hombre caminando sobre el hielo, eso excede la probabilidad: se trata de un conocimiento. Pero si otro hombre me dice que en Inglaterra, durante un invierno crudo, vio a un hombre caminando sobre el agua endurecida por el frío, es algo tan conforme con lo que habitualmente se observa que estoy dispuesto… a concederle mi asentimiento… Pero si se dice lo mismo a alguien nacido entre los trópicos, que nunca haya visto ni oído semejante cosa, en ese caso toda la probabilidad recae en el valor del testimonio… así le aconteció a un embajador holandés, quien, informando al rey de Siam acerca de las particularidades de Holanda… le dijo… que algunas veces en su país el agua se endurecía tanto durante la estación fría del año, que los hombres caminaban encima, y que soportaría hasta el peso de un elefante, si estuviera allí. A eso replicó el rey: “Hasta este momento he creído las cosas extrañas que me has relatado, porque vi en ti un hombre sensato y de honor; pero ahora estoy seguro que mientes”.” (Locke, 1999, p. 660)

J. Bernoulli, quien es reconocido por algunos autores como el verdadero padre de la probabilidad[25] (Landro & González, 2016), prefirió hablar del arte de la conjetura en relación a estos asuntos. El *Ars conjectandi* de J. Bernoulli, que fue publicado por su sobrino Nicholas en 1713, es una síntesis temprana de la naciente literatura de la doctrina de las posibilidades. J. Bernoulli consideraba a su tratado un acompañamiento para la lectura de *La lógica o el arte de pensar* de Port Royal[26] y su primera parte reproduce textualmente *De ratiociniis in ludo alae* de Hyugens sumando notas valiosas y proponiendo soluciones a los problemas planteados al final del mismo. La segunda parte trata sobre el análisis combinatorio y la tercera presenta nuevos problemas vinculados a los juegos de azar. Su Parte cuarta, subtitulada “El uso y aplicación de la doctrina previa en asuntos civiles, morales y económicos”, contiene sus aportes de mayor originalidad. Allí explica que conjeturar, para él, es algo distinto de conocer o entender. En sus palabras:

[25] En esta tesis se comparte dicha apreciación con la única aclaración de que es el padre de la teoría *matemática* de la probabilidad.
[26] J. Bernoulli incluso elogia al autor de *La lógica o el arte de pensar* en su tratado: “(…) el celebrado autor de “El arte de pensar”, un hombre de gran intelecto y perspicacia…” (Bernoulli, 2005, p. 19 traducción propia)

> "En cuanto a lo que es conocido más allá de toda duda, decimos que conocemos o entendemos; sobre todo lo demás, solo conjeturamos u opinamos... el arte de conjeturar ... se define como el arte de medir la probabilidad de las cosas de la manera más exacta posible, para poder elegir siempre lo que será mejor, más satisfactorio, sereno y razonable para nuestros juicios y acciones. Sólo esto sostiene toda la sabiduría del filósofo y la prudencia del político." (Bernoulli, 2005, p. 10, traducción propia)[27]

J. Bernoulli coincide con Locke y los autores de Port Royal en que la probabilidad consiste esencialmente en la consideración de pruebas que, a pesar de no ser demostrativas, invitan a presumir cierta conexión entre las ideas. A ese proceso de presentación de evidencias falibles lo llama argumentación. Para J. Bernoulli "las probabilidades se estiman tanto por el número como por el peso de los argumentos (*weight of the arguments)* que de alguna manera prueban o indican que cierta cosa es, fue, o será." (Bernoulli, 2005, p. 10, traducción propia). J. Bernoulli también continua con la distinción de la *Lógica de Port Royal* y distingue entre argumentos intrínsecos y extrínsecos. Los primeros surgen del conocimiento de alguna "circunstancia que parece mantener cierta relación con la cosa bajo prueba", y los segundos dependen de "la autoridad de las personas y sus testimonios" (Bernoulli, 2005, p. 10).

Todos estos autores describen a la probabilidad como el ejercicio de sopesar evidencias y tomar posición respecto a la verdad o falsedad de una cuestión a pesar de que la misma no esté completamente saldada. Este ejercicio, si bien no permite alcanzar la certeza que acompaña al conocimiento, puede ser llevado adelante correcta o incorrectamente. Es importante captar esta distinción para no confundir el punto de vista de estos filósofos con la posterior corriente personalista del siglo XX. Tanto Locke como J. Bernoulli hablan de la probabilidad como un grado de certeza, pero este no es personal, no está librado a los caprichos de cada individuo, sino que debe estar fundado en la evidencia disponible y, en este sentido, pretende ser objetivo. El capítulo II de la cuarta parte del *Ars Conjectandi* de J. Bernoulli y el capítulo XV del cuarto libro del *Ensayo sobre el entendimiento humano* de Locke se dedican especialmente a enunciar reglas para

[27] Debe notarse que para trabajar la obra de J. Bernoulli se utilizaron dos traducciones distintas del latín al inglés. Una realizada por Bing Sung en 1966 y otra por Oscar Sheynin en 2005. Nuestras traducciones son del inglés referenciando en cada caso de cuál de las dos versiones extrajimos el texto.

guiar a los hombres en el arte de conjeturar o en el ejercicio de su facultad de juicio ante distintos tipos de evidencia.

Para Locke, a los fines del juicio, es muy importante la capacidad de discernimiento, la cual se ocupa de diferenciar minuciosamente las ideas y de dar a cada una de ellas su peso justo. Esta capacidad, es, desde su perspectiva, incluso más importante que el intelecto y la vivacidad, los cuales permiten asociar las distintas ideas disponibles con gran velocidad y variedad. En el juicio lo más importante es el análisis cauteloso y criterioso de la situación. La contemplación de la misma a la luz de todas las dimensiones que seamos capaces de concebir.

> "Si en tener a mano las ideas que están en la memoria consiste la vivacidad, en esto de tenerlas sin confusión, y en ser capaz de distinguir bien una cosa de otra allí donde existe la menor diferencia, consiste, en mucha parte, esa exactitud de juicio y esa claridad de raciocinio que distingue a algunos hombres y los sitúa por encima de otros. Así, quizá, pueda darse alguna razón de aquella observación común de que los hombres muy ingeniosos y de pronta memoria no son los que siempre tienen el juicio más claro, ni la razón más profunda. Porque el ingenio consiste principalmente en reunir varias ideas, poniendo juntas con prontitud y variedad aquellas en que pueda hallarse alguna semejando o relación… pero el juicio, por lo contrario, es lo opuesto, porque consiste en separar cuidadosamente, unas de otras, aquellas ideas en que pueda hallarse la menor diferencia, a fin de evitar de ese modo el engaño de la similitud, tomando, por afinidad, una cosa por otra" (Locke, 1999, pp. 135–136).

Leibniz apunta en el mismo sentido en correspondencia ni más ni menos que con J. Bernoulli. Tras recibir noticias de los avances del último en la redacción de la Parte cuarta de su *Ars Conjectandi*, que recordemos que su objetivo era expandir la doctrina de las posibilidades a "asuntos civiles, morales y económicos", Leibniz responde con algunas objeciones aclarando que:

> "La estimación de probabilidades es extremadamente útil, aunque en varias situaciones políticas y legales, no hay tanta necesidad de cálculos exactos

> como la hay de una recapitulación precisa de todas las circunstancias...” (Leibniz, 1855, pp. 83, traducción propia)

Tanto Locke como Leibniz están apuntando a que, a los fines de la probabilidad, es más importante diferenciar las evidencias disponibles y darles su justo peso que avanzar en la contabilización de alguna de sus dimensiones. Como se verá en la Parte II de esta tesis, recuperar y resaltar esta advertencia es uno de los principales objetivos del *Treatise* de Keynes. También veremos que Keynes busca disociar la probabilidad de su tratamiento numérico.

Pero pasemos a estudiar cómo fue que J. Bernoulli propuso, por primera vez, que toda probabilidad es reducible a un número entre 0 y 1 y, por ende, manipulable mediante la doctrina de las posibilidades.

3.3. J. Bernoulli y la aplicación de la doctrina de las posibilidades al arte de la conjetura

Las ideas de Huygens y Pascal sobre la posibilidad de determinar la equidad de contratos aleatorios enmarcados en juegos de azar, encontraron aplicaciones originales casi inmediatamente en contratos aleatorios diferentes a los juegos de azar, a saber, en seguros y anualidades[28]. Pero, en la pluma de J. Bernoulli, estas ideas rebasaron claramente los límites de los contratos aleatorios para cuantificar la probabilidad de eventos que nada tenían que ver con transacciones mercantiles.

Tanto Locke como J. Bernoulli, escribiendo en las últimas décadas del siglo XVII, comparten la comprensión de la probabilidad como juicio razonable dada una determinada evidencia. Sin embargo, J. Bernoulli avanza en su medición mientras que Locke no. Para J. Bernoulli, la probabilidad es “el grado de certeza, y difiere de la anterior (de la certeza) como una parte difiere del todo”(Bernoulli, 2005, p. 8). En este sentido, la probabilidad, para J. Bernoulli, siempre va a poder ser expresado mediante una fracción donde la certeza sea el denominador (la unidad) y la parte de la certeza que se tenga el numerador. Para Kendall (1956) este fue el primer paso en una confusión que se arrastró hasta la actualidad entre la doctrina de las posibilidades y la probabilidad. En sus palabras:

[28] Las principales son debidas a Graunt, Petty, Hudde, De Witt Y Huygens (Hacking, 2006; Landro, 2010).

> "A lo largo de este artículo he estado hablando de la doctrina de las posibilidades (que De Moivre tradujo como: medición de la suerte), no de la probabilidad en el sentido más amplio. Los primeros escritores usaban la palabra *probabilitas* con un significado diferente, en relación al grado de duda que se tenía en una proposición. Al principio de nuestra ciencia, las dos cosas eran distintas y es una pena que no hayan quedado así y que nuestro lenguaje haya tendido a confundirlas. Parece haber sido James Bernoulli quien primero pensó en aplicar la doctrina de las posibilidades al arte de la conjetura; y aunque encontramos aplicaciones para la evaluación de la credibilidad de los testigos ya en 1697, no fue hasta la época de Bayes (1763) que también se aplicó a la aceptabilidad de las hipótesis. La confusión resultante, como es bien sabido, ha existido desde entonces y en este momento parece, en todo caso, estar empeorando." (Kendall, 1956, p. 11, traducción propia)

Kendall (1956) advierte sobre la confusión entre probabilidad, que hacia fines de siglo XVII y principios del XVIII hacía referencia al grado de duda en una proposición, y medición de la suerte o doctrina de las posibilidades, donde partiendo de la probabilidad de ciertos eventos se puede calcular con precisión numérica la probabilidad de eventos más complejos o estimar que es lo esperable. A lo largo del siglo XVIII, y cada vez más definitivamente desde entonces, estas dos nociones se confundieron cada vez más al punto de ser casi indistinguibles entre sí. A un entendimiento previo de la probabilidad, como aquello que merece el asentimiento en pos de la evidencia disponible, se le adhirió la doctrina del cálculo de posibilidades dando origen a la teoría matemática de la probabilidad. J. Bernoulli es bastante claro respecto a su objetivo de transferir la doctrina de Huygens al ejercicio de conjeturar sobre argumentos:

> "Por lo tanto, el grado de certeza, o la probabilidad engendrada por un argumento, puede deducirse considerando estos casos de acuerdo con la doctrina dada en la Parte I[29], exactamente de la misma manera en que usualmente se investiga el destino de los jugadores en los juegos de azar." (Bernoulli, 2005, p. 14, traducción propia)

[29] Recordemos que la Parte I del *Ars Conjectandi* reproduce textualmente el tratado de Huygens con notas adicionales de J. Bernoulli.

J. Bernoulli propuso algo que era completamente novedoso en la época al sugerir que el grado de creencia sustentado en las evidencias disponibles podía ser medido con precisión numérica en la escala de 0 a 1. De ser así, las diferencias entre los hombres que el conocimiento no puede erradicar podrían ser resueltas mediante la medición y el cálculo. El arte de la conjetura de J. Bernoulli ya no se limitaba a los objetivos de la doctrina de las posibilidades, sino que buscaba otorgar un método por el cual reconocer qué era razonable creer y, además, medir numéricamente la relación de dicho grado de creencia con la certeza.

Lo que prometía el *Ars Conjectandi* de J. Bernoulli era sin dudas tentador y tuvo un impacto inmediato e indudable sobre la mayoría de los pensadores de la época. La diferencia puede notarse lúcidamente entre el abordaje de Locke y Hume o, con más claridad respecto a la utilización del instrumental del cálculo de probabilidades, Hartley (Daston, 1995, pp. 203–205). Mientras que Locke evitó otorgar una dimensión numérica a los juicios de probabilidad, los dos últimos ya lo toman como una característica inseparable de la probabilidad.

Pero veamos el método que propone J. Bernoulli para reducir a una medida numérica cualquier probabilidad, entendida como el grado de creencia justificado en una serie de argumentos. El primer paso es diferenciar los argumentos según su carácter probatorio. De este modo, J. Bernoulli advierte que algunos argumentos existen necesariamente y proveen evidencia en forma contingente, otros existen contingentemente y proveen evidencia necesariamente y, finalmente, algunos existen y proveen evidencia en forma contingente. El mismo J. Bernoulli se explica con el siguiente ejemplo:

> “Hace mucho tiempo que mi hermano no me escribe. Dudo si culpar a su pereza, a sus negocios e incluso temo que haya muerto. Aquí, hay tres argumentos para explicar el cese de la correspondencia: la pereza, la muerte o sus negocios. El primero de ellos existe con certeza (ya que yo sé que mi hermano es perezoso), pero se demuestra verdadero sólo de forma contingente ya que mi hermano puede escribirme a pesar de su pereza. El segundo [que haya muerto, FA] existe sólo en forma contingente (ya que mi hermano puede seguir con vida), pero se demuestra verdadero sin lugar a dudas ya que un hombre muerto no puede escribir. El tercero existe y provee evidencia en forma contingente ya que mi hermano puede tener negocios o

no, y aun teniéndolos, no tienen por qué ser tales que le impidan escribirme." (Bernoulli, 2005, p. 13 traducción propia)

Hecha esta distinción pasa a aplicar la doctrina de las posibilidades a cada uno de estos tipos de argumento. Pero, para poder aplicarla, sin embargo, hace la siguiente suposición:

> "Supongo que todos los casos son igualmente posibles y pueden tener lugar con la misma facilidad. De lo contrario, deberían ser moderados suponiendo tantos casos como más fácil sea que suceda ese caso. Por ejemplo, en lugar de considerar un caso que es un tercio más sencillo que suceda, voy a contar tres casos que puedan ocurrir con la misma sencillez que el resto." (Bernoulli, 2005, p. 14, traducción propia)

En esta solución se encuentra en germen el principio de indiferencia que luego habría de popularizar Laplace. Lo que dice J. Bernoulli es que debemos primero considerar todos los casos que el argumento avizora como posibles. El conjunto de todos los casos posibles es, para J. Bernoulli, la certeza, y los subconjuntos de casos en los que el argumento prueba ser conducente, son una parte de dicha certeza. Para poder tratar matemáticamente la probabilidad lo que tenemos que hacer es distribuir dicha certeza entre las partes, y aquí entra el principio de indiferencia, en caso de que carezcamos de razones para creer que un caso es más posible que otro debemos distribuir la probabilidad equitativamente. Ahora bien, si hay razones para creer que un caso es más posible que otro, entonces debemos ponderarlo tantas veces como sea necesario hasta que seamos indiferentes con el resto.

La cuestión entonces se reduce a contar la cantidad de casos en que el hecho mencionado en el argumento existe efectivamente y, además, prueba ser la razón por la cual sucedió el hecho de interés (ej: mi hermano no me escribe). J. Bernoulli presenta las ecuaciones generales de los tres tipos de argumentación mencionadas del siguiente modo:

Existencia segura prueba contingente	Existencia contingente prueba segura	Existencia y prueba contingente
$\frac{\beta.1+\alpha.0}{\beta+\alpha}=\frac{\beta}{\beta+\alpha}$	$\frac{1.b+0.a}{a+b}=\frac{b}{b+a}$	$\frac{\left(\beta/_{\beta+\alpha}\right).b+0.a}{b+a}=\frac{\beta.b}{(\beta+\alpha).(b+a)}$

Donde:

β = Cantidad de casos donde la prueba es la razón del hecho en cuestión

α = Cantidad de casos donde la prueba no es la razón del hecho en cuestión

b = Cantidad de casos donde la prueba sugerida existe

a = Cantidad de casos donde la prueba sugerida no existe

Esta forma de concebir la probabilidad, si bien guarda la relación necesaria que la escuela de Locke planteaba entre la probabilidad y la evidencia, desestima las advertencias sobre la importancia de considerar cada caso a la luz de todos sus detalles y pretende reducir el juicio a una contabilización de casos homogéneos que sólo se diferencian en relación a una de sus dimensiones.

Es el argumento el que, para J. Bernoulli, establece la relación entre las evidencias y la conclusión cuya probabilidad se está evaluando. Esta forma de concebir la probabilidad conduce a J. Bernoulli a considerar la posibilidad de que existan argumentos a favor de un determinado hecho (ej: Graco es el asesino) y otros argumentos a favor de algo que niega lo anterior (Timo es el asesino):

> "Si, además de los argumentos que llevan a probar una cosa, existen otros argumentos puros que favorecen lo opuesto, ambos argumentos, de acuerdo con las reglas antes expuestas, deben ser sopesados separadamente para así derivar la razón en la cual la probabilidad de la cosa esta con respecto a la de su opuesto… debemos señalar aquí que, si los argumentos a favor y en contra son suficientemente fuertes, las probabilidades absolutas de cada uno pueden exceder apreciablemente la mitad de la certeza; es decir, cualquiera de las dos respuestas opuestas es probable, aunque una de las dos sea comparativamente menor que la otra. Por lo tanto, puede suceder que algo tenga 2/3 de certeza, mientras que su opuesto tiene 3/4 ..." (Bernoulli, 2005, p. 17, traducción propia)

Esta afirmación muestra cuán importante era la relación entre la probabilidad y la argumentación para J. Bernoulli. La probabilidad, en su concepción, es consecuencia unívoca de los argumentos presentados. Si existen buenos argumentos tanto de un lado como en el otro, uno puede verse empujado a creer que tanto una proposición, como su contrario, tienen una alta probabilidad de ser verdaderos. Incluso, a la luz de los argumentos respectivos, ambos pueden tener más probabilidad de ser verdaderos que falsos. Las probabilidades que estima J. Bernoulli son probabilidades condicionales. Probabilidades sujetas a las evidencias y argumentos presentados y, siendo que tanto la proposición como su contrario son condicionados por argumentos distintos, la suma de ambos no tiene por qué totalizar la unidad.

Pero ¿Por qué J. Bernoulli no considera conjuntamente toda la evidencia y argumentos presentados a la hora de conjeturar sobre la probabilidad de la proposición y su contrario? Esto se debe a una segunda distinción, un tanto borrosa, que hace entre los distintos tipos de argumentos. Para J. Bernoulli hay argumentos puros y mixtos. Un *argumento puro* implica una relación inequívoca entre un hecho y otro. Si un argumento puro hace referencia a un hecho que en realidad no existe o que demuestra no ser la prueba efectiva del hecho sobre consideración, no implica su contrario. En cambio, un *argumento mixto* en algunos casos implica el hecho bajo consideración, pero, en el resto, implica su contrario.

> "Un ejemplo. Alguien en una turba multitudinaria fue apuñalado con una espada; y según la testificación de personas de confianza que vieron el incidente a distancia, el perpetrador estaba vestido con una capa negra. Si Graco estaba entre los que estaban peleando junto con otros tres, todos ellos vestidos de negro, su túnica sería un argumento a favor de que Graco fue el asesino. Sin embargo, este argumento es mixto, ya que en un caso demuestra su culpabilidad y, en otros tres casos, demuestra su inocencia. Pero si Graco se pone pálido en la siguiente audiencia, esta palidez es una prueba pura. Ya que demuestra la culpabilidad de Graco en el caso de que la palidez sea producto de una conciencia culpable, pero, en el caso de que la palidez se deba a otras razones, no por eso prueba su inocencia." (Bernoulli, 2005, p. 13, traducción propia)

Cuando J. Bernoulli habla de la posibilidad de que existan argumentos a favor y en contra de una proposición al punto que ambos superen la mitad de la certeza considerados individualmente, está pensando en argumentos puros. En estos casos, para J. Bernoulli, no es posible sopesar ambos argumentos simultáneamente de modo de construir probabilidades complementarias entre una proposición y alguna de sus alternativas. Casi dos siglos más tarde veremos a Keynes defender esta misma concepción de la probabilidad, aunque, a diferencia de J. Bernoulli, renunciando a la aspiración de reducirla a relaciones cuantitativas.

3.4. La escuela de Laplace y el principio de indiferencia basado en la ignorancia

Poco más de un siglo más tarde, la visión de J. Bernoulli de que la probabilidad debía asociarse a una fracción que contabilice los resultados favorables sobre resultados totales que son esperables en un fenómeno cualquiera, se había vuelto, en la pluma de Laplace, la definición autorizada de probabilidad.

> "La teoría del azar consiste en reducir todos los eventos del mismo tipo a un número de casos igualmente posible, es decir, en los que estemos igualmente indecisos con respecto a su existencia y al número de casos favorables del evento cuya probabilidad se busca establecer. La relación de este número a la de todos los casos posibles es la medida de esta probabilidad, que es entonces simplemente una fracción cuyo numerador es el número de casos favorables y cuyo denominador es el número de todos los casos posibles" (Laplace, 1902, p. 6 y 7, traducción propia)

Laplace, al igual que J. Bernoulli, está trasladando la doctrina de las posibilidades al campo completo del concepto de probabilidad. Esto requiere que, primero se reduzca una secuencia de eventos a un conjunto homogéneo de "eventos del mismo tipo". Lo cual implica olvidar las recomendaciones de los primeros filósofos sobre la importancia de considerar cada evento a la luz de toda la información disponible.

Laplace también siguió a J. Bernoulli en su método para repartir la certeza entre las alternativas disponibles.

> "El primero de estos principios es la definición de probabilidad en sí misma, que, como se ha visto, es el cociente entre el número de casos favorables y el de todos los casos posibles ... Pero eso supone que los diversos casos son igualmente posibles. Si no lo son, determinaremos primero sus posibilidades respectivas, cuya apreciación exacta es uno de los puntos más delicados de la teoría del azar. Entonces la probabilidad será la suma de las posibilidades de cada caso favorable." (Laplace, 1902, p. 11, traducción propia)

El método de Laplace consiste en, primero, establecer las alternativas posibles y preguntarnos si tenemos alguna razón para creer que alguna de ellas es más posible que la otra. En caso de que no tengamos ninguna, pasamos a aplicar el principio de indiferencia y distribuimos la certeza entre las alternativas disponibles. Laplace afirma que para aplicar "la teoría del azar" debemos reducir toda situación a un conjunto de alternativas sobre las que estemos "igualmente indecisos". Pero, en realidad, lo que propone es reducirlo a una situación sobre la que seamos igualmente ignorantes, y supone que dicha ignorancia implica indecisión y puede representarse correctamente mediante una distribución uniforme. Laplace, de este modo, reemplazó el viejo criterio de la evidencia positiva de los primeros filósofos de la Ilustración por su contrario, la ausencia total de evidencias. De este modo, llegó a la sorprendente afirmación de que la ignorancia es la condición necesaria para la aplicación segura de la teoría de probabilidades.

En Laplace sigue presente un elemento de juicio en la aplicación del principio de indiferencia, ya que no siempre se puede suponer que las alternativas que se nos presentan son igualmente posibles. Pero, "Si no lo son, determinaremos primero sus posibilidades respectivas, cuya apreciación exacta es uno de los puntos más delicados de la teoría del azar. Entonces la probabilidad será la suma de las posibilidades de cada caso favorable" (Laplace, 1902, p. 11, traducción propia). Esta apreciación "es relativa, en parte a nuestra ignorancia, en parte a nuestro conocimiento" (Laplace, 1902, p. 6, traducción propia).

3.5. La escuela de Quetelet y la frecuencia estadística

Hacia mediados de siglo XIX, la escuela de Laplace fue fuertemente descreditada. Desde el punto de vista de autores como J. S. Mill, Boole y Comte, la escuela de Laplace, se había extralimitado en el alcance de sus deducciones haciendo uso de suposiciones que eran "una aberración del intelecto" (J.S. Mill extraído de Daston, 1995, p. 372, traducción propia). Boole se quejó del intento de los matemáticos franceses de extender el imperio de los números "incluso más allá de su antiguo reclamo de gobernar el mundo" (Boole extraído de Daston, 1995, p. 374 traducción propia). Bertrand, un reconocido matemático de mediados de siglo XIX, habló del "escándalo de la matemática" en relación a estos asuntos. Comte también denunció el abuso que los matemáticos franceses habían hecho del "crédito que justamente pertenece al verdadero espíritu matemático" al haber fantaseado "en un lenguaje algebraico pesado, sin agregar nada nuevo" (Comte extraído de Daston, 1995, p. 378 traducción propia). J. S. Mill ridiculizó el principio de indiferencia de Laplace, al reírse de aquellos que "prefieren emplear esas fórmulas para calcular cuáles son las probabilidades para una persona medio informada que buscar medios para estar mejor informado." (J.S. Mill extraído de Daston, 1995, p. 373, traducción propia).

Al rechazar los postulados de la escuela de Laplace, los probabilistas del siglo XIX no retornaron a las ideas de los primeros filósofos de la Ilustración, sino que se inclinaron hacia otra propuesta contenida en el *Ars Conjectandi*. J. Bernoulli advirtió que no siempre era razonable aplicar el principio de indiferencia y propuso otro método para estimar probabilidades. Cuando no es razonable suponer que conocemos los distintos resultados que pueden acontecer y cuánto más fácil es que suceda uno que el otro, J. Bernoulli sugirió que podemos estimarlos mediante la observación de la frecuencia con la que suceden.

> "Aquí, sin embargo, otra forma de lograr lo deseado se nos abre ... lo que no podemos derivar *a priori*, al menos podemos obtenerlo *a posteriori*, es decir, podemos extraerlo de la observación repetida de los resultados de ejemplos similares". (Bernoulli, 2005, p. 19, traducción propia)

Lo que J. Bernoulli propuso es que, en el caso que desconozcamos la probabilidad de un evento, por ejemplo, si es más posible que nazcan varones o mujeres, lo podemos estimar estudiando la frecuencia con que dicho fenómeno se repitió en el pasado. Esto implica concebir a toda una serie de acontecimientos como parte de un mismo conjunto homogéneo de instancias y entablar una relación contingente entre cada instancia individual y las características del conjunto. Esto es, esencialmente, la noción frecuentista que habría de volverse patente en el siglo XIX en lo que aquí llamamos la escuela de Quetelet. Del mismo autor, J. Bernoulli, surgieron las ideas fundamentales tanto de la escuela de Laplace, con su énfasis en el principio de indiferencia[30], como de la escuela de Quetelet con su predilección por concebir la probabilidad como una frecuencia.

En el momento en el que escribió J. Bernoulli los registros estadísticos no eran abundantes[31], sin embargo, hacia fines del siglo XVIII y principios del XIX, la

[30] La escuela de Laplace también se vio fuertemente influenciada por el bayesianismo o la inversión del teorema de J. Bernoulli. Siendo que este aspecto de la escuela de Laplace está íntimamente ligado a su relación con la inducción lo analizamos en detalle en el Capítulo 4.

[31] Existen antecedentes importantes a la vinculación entre probabilidad y estadística. Entre los más importantes está el libro *Natural and Political Observations upon the bills of mortality* publicado por John

recopilación de estadísticas por parte de los nacientes Estados modernos comenzaron a ser comunes y la regularidad que mostraban en distintas regiones y momentos fue un hecho que sorprendió a todos (Landro & González, 2016; Porter, 1986; Stigler, 1986). Esto llevó crecientemente a la idea de que la probabilidad no debía ser vinculada con el juicio sino con la existencia de proporciones estables en los fenómenos naturales y sociales. Para la escuela de Quetelet, que habría de surgir entonces, la probabilidad es concebida como la proporción presente en una serie que posee determinadas características.

Esto implicaba una ruptura con la concepción lockeana y laplaceana de que la probabilidad era el grado de creencia que surgía de un juicio razonable. Uno de los primeros en marcar esta diferencia fue Cournot, que llamaría "posibilidad objetiva" a "la existencia de una relación que subsiste entre las cosas en sí mismas" y "probabilidades subjetivas" a "nuestra manera de juzgar o sentirnos, variando de un individuo a otro" (Cournot, 1843, p. 82, traducción propia). Hecha esta distinción y siendo que el objetivo de la teoría de probabilidades, tal como lo habían formulado los lógicos de Port Royal, era indicarnos qué debíamos creer, los pensadores del siglo XIX concluyeron que sólo el estudio de la "posibilidad objetiva" podía ser útil para resolver las exigencias de la probabilidad. En este contexto, la probabilidad se convirtió prácticamente en un problema de las ciencias naturales, que Quetelet transfirió casi inmediatamente a las nacientes ciencias sociales, mediante su *phisique sociale*.

> "(…) cualquier fenómeno que concierne a la especie humana, considerado en masa, pertenece al dominio de los hechos físicos; cuanto mayor es el número de individuos, más se sumerge la voluntad individual bajo la serie de hechos generales que dependen de las causas generales según las cuales existe y se conserva la sociedad ".(Quetelet extraído de Porter, 1986, p. 52, traducción propia).[32]

Graunt el mismo año que se publicó *La lógica o el arte de pensar*. Otros pensadores que dedicaron sus esfuerzos a encontrar un hilo conductor entre los registros estadísticos y la probabilidad durante los siglos XVII y XVIII fueron William Petty, Johannes Hudde, Johan De Witt, Huygens, los sobrinos de J. Bernoulli, Nicholas Bernoulli y Daniel Bernoulli y Abraham De Moivre (Hacking, 2006; Landro, 2010).

[32] Kant, observando la regularidad existente en las recopilaciones de datos de Süssmilch, muestra que su comprensión de la historia humana está igualmente capturada por factores extrínsecos, solo que, en su caso, aún con factores teológicos. "Cualquiera sea el concepto que se pueda tener de la voluntad libre desde un punto de vista metafísico, ciertamente sus apariencias, que son acciones humanas, como cualquier otro evento natural, están determinadas por leyes universales. Por más oscuras que sean sus causas, la historia, que trata de narrar estas apariencias, nos permite esperar que, si prestamos atención al juego de voluntad libre de los hombres en general, podremos discernir un movimiento regular en él, y lo que parece complejo

En esencia Quetelet postuló la sujeción de la voluntad individual a leyes que gobiernan el curso social de un modo pre-establecido para el conjunto. Para Quetelet, las instancias individuales son indeterminadas cuando se las considera individualmente, pero si se observa el conjunto se puede ver que su heterogeneidad aparente es en realidad gobernada por una ley del conjunto.

Quetelet sintetizó estas ideas alrededor de la noción del *hombre medio*. El cual era el hombre perfectamente promedial en todas las dimensiones en las que se lo estudiara. Para Quetelet, el hombre medio era una categoría que funcionaba como centro gravitacional alrededor del cual giraban todos los individuos que componían el colectivo bajo análisis. De este modo, las desviaciones de hombres particulares con respecto al *hombre medio* eran asimilables a los errores en la observación de un cuerpo celeste[33]. Así Quetelet construyó un *hombre medio* francés, otro inglés, otro belga, etc. Cada uno de ellos denotaba características específicas de la nación de la que provenía. Cada uno poseía una altura media y un peso medio, pero también poseía ciertas dimensiones de su carácter moral como por ejemplo una "inclinación al crimen" promedio. Una nación cuyo *hombre medio* tenía una mayor inclinación al crimen era, para Quetelet, una nación con un mayor nivel de perversión moral.

En este punto el contraste entre las visiones de la probabilidad de la escuela de Locke y las de la escuela de Quetelet llegaron a su límite. Mientras que Locke y Leibniz enfatizan la importancia de considerar cada instancia con el mayor detalle posible, Quetelet sugiere pensar la probabilidad de una instancia individual en referencia a la proporción existente en algún conjunto que integre esa instancia. La visión de Quetelet es consecuencia de aceptar la subordinación estocástica de los casos particulares a las

---

y caótico en la dimensión individual, puede verse desde el punto de vista de la raza humana en su conjunto como una evolución constante y progresiva, aunque lenta de su condición original. Dado que el libre albedrío del hombre tiene una influencia obvia en los matrimonios, nacimientos y muertes, parece que no están sujetos a ninguna regla según la cual el número de ellos pueda contabilizarse de antemano. Sin embargo, las tablas anuales de ellos en los principales países demuestran que ocurren de acuerdo con leyes tan estables como las del inestable clima, que tampoco podemos determinar de antemano pero que, en general, mantienen el crecimiento de las plantas, los flujos de los ríos, y otros eventos naturales en un curso ininterrumpido y uniforme. Las personas e incluso pueblos enteros piensan poco sobre esto. Cada uno, de acuerdo con su propia inclinación, sigue su propio propósito, a menudo en oposición a los demás, pero cada individuo y cada pueblo, como si siguieran un hilo conductor, se dirigen hacia un objetivo natural pero desconocido para cada uno de ellos; todos trabajan para promoverlo, incluso si de poco sirviera que lo supieran." (Kant extraído de Porter, 1986, pp. 50–51, traducción propia)

[33] Muchas de las analogías presentadas por Quetelet llevaban implícitas suposiciones que el astrónomo belga no consideró suficientemente. En la comparación entre el hombre medio y las observaciones astronómicas es evidente que la suposición de simetría implícita en las últimas es muy difícil que se realice en la primera.

proporciones presentes en el conjunto, serie o colectivo. La misma idea que había tenido J. Bernoulli más de un siglo atrás, volvió con fuerza en el siglo XIX. Quetelet, sin embargo, exageró frecuentemente el alcance de esta interpretación y no ofreció un marco sistemático para comprenderla. El primero en ofrecer dicho marco fue Robert Leslie Ellis y, más tarde, pero con mayor detalle, John Venn a fines del siglo XIX, y Richard Von Mises a principio del siglo XX[34].

Reparemos ante todo en la lógica detrás de esta comprensión de lo probable. Como indica John Venn en su *Logic of Chance: An essay on the foundation and province of the theory of probability*, en los “asuntos, que conciernen a la probabilidad, la concepción fundamental que el lector tiene que fijar... es la de serie... que combina la irregularidad individual con la regularidad agregada” (Venn, 1876, p. 4, traducción propia).

Tanto Venn, como R. Von Mises, insisten en que el concepto fundamental que aglutina su concepción de la probabilidad es el de “serie” (Venn, 1876) o “colectivo” (von Mises, 1957). Ambos son concebidos como un conjunto de instancias que se emparentan como consecuencia de compartir atributos comunes. Por ejemplo, se puede buscar afirmar algo sobre las vacas. En este sentido debemos ser precisos respecto a los atributos de los elementos de la serie que buscamos constituir. Toda vaca es un ser vivo, cuadrúpedo, con pelaje, etc. Pero también nos puede interesar ser más precisos y referirnos a las vacas de tal región, de tal especie, etc. Una vez definida la serie, la probabilidad no es diferente a la proporción de sus instancias que contienen un atributo específico que no es requisito de la definición de la serie.

Por ejemplo, la afirmación “todas las vacas son seres vivos” es tautológica, en el sentido que se afirma algo que ya es parte de la definición de vaca. Pero si se afirma “dos de cada diez vacas son agresivas” se está afirmando la existencia de una proporción con respecto a una cualidad dentro de un grupo de idénticos en relación a otras cualidades. Para Venn, ese tipo de afirmaciones son las que son trabajadas por la teoría de probabilidades. Definir la probabilidad de algo implica necesariamente ponerla en el

[34] El ensayo de Venn, originario de 1876, era, hacia principios del siglo XX, la principal presentación de la visión frecuentista de la probabilidad y al que Keynes dirige sus críticas. Generalmente se identifica la obra de Richard Von Mises como la principal presentación de las ideas frecuentistas, pero debe notarse que R. Von Mises publicó una primera versión de su teoría en 1919 (dos años antes de que se publicara la versión definitiva del *Treatise* de Keynes) pero recién en 1928 publicó la primera edición de su principal obra *Probability, Statistics and Truth* (1957). Keynes no conocía esta obra, ni las ideas de R. Von Mises mientras trabajó sobre el *Treatise*. Las ideas de Venn y R. Von Mises tiene muchos puntos en común, aunque también tienen diferencias importantes. En especial sobre la relevancia del razonamiento matemático y la constitución de las series o colectivos a las que refieren las instancias individuales.

contexto de una serie, que no es más que un conjunto de instancias individuales con atributos comunes.

Aquí puede percibirse la tensión con las ideas de la escuela de Locke y su insistencia en que para ejercer un juicio de probabilidad lo más importante es considerar cada instancia a la luz de todos sus detalles y no sólo algunos de ellos. Si dentro de la visión frecuentista se tomaran en cuenta todos los detalles la serie tendría una única instancia y perdería toda apelación a una proporción.

Luego de establecer qué es una serie Venn se pregunta "¿Cómo, en cualquier caso particular, vamos a establecer la existencia de una serie de probabilidad?" (Venn, 1876, p. 174, traducción propia) y responde, en clara línea con la cita anterior de Cournot, que:

> "La experiencia es nuestra única guía. Si queremos descubrir qué es en realidad una serie de cosas, y no una serie de nuestras propias concepciones, debemos apelar a las cosas en sí, ya que no podemos encontrar mucha ayuda en ningún otro lado." (Venn, 1876, p. 174, traducción propia)

Esta es una diferencia importante con R. Von Mises, quien, en cambio, enfatiza que estas series, que él llama colectivos, no son objetos que existen por fuera de nuestra cognición, sino idealizaciones conceptuales similares a la de una esfera en geometría. R. Von Mises argumenta que su definición de probabilidad es "sintética" en términos kanteanos, aunque, en nota al pie, asegura no compartir la visión de este autor en ningún otro aspecto (von Mises, 1957, p. 4) y, de hecho se manifiesta a favor del positivismo[35] que comenzaba a tomar fuerza en el círculo de Vienna y con el cual estaba emparentado (Gillies, 2000)[36].

---

[35] El mismo Von Mises reconoce "El autor es un devoto discípulo de Mach" (Von Mises extraído de Gillies, 2000, p. 101, traducción propia).

[36] Cassirer (1956) recupera los aportes de R. Von Mises y los pone en acuerdo con las ideas de Kant en la *Crítica de la razón pura* (2010). En esta línea, debe entenderse que los atributos de los objetos de la experiencia no son del objeto "en sí", sino del objeto "para sí", tal y como se presenta en el concepto. Las instancias o elementos particulares son objetos empíricos en tanto son entendidos mediante categorías ideales que dan sentido a lo que, en caso contrario, no sería diferente a la nada (Cassirer, 1956; Robinson, 2012). Vale recordar la explicación de Hegel en la Introducción a la fenomenología del Espíritu. "Es cierto que el objeto parece como sí fuera para la conciencia solamente tal y como ella lo sabe, que ella no puede, por así decirlo, mirar por atrás para ver cómo es, no para ella, sino en sí, por lo cual no puede examinar su saber en el objeto mismo. Pero precisamente... porque la conciencia sabe en general de un objeto, se da ya la diferencia de que para ella algo sea el en sí y otro momento… el saber… del objeto para la conciencia. Y sobre esta distinción, tal y como se presenta, se basa el examen. Si en esta comparación, encontramos que los dos términos no se corresponden, parece como si la conciencia se viese obligada a cambiar su saber, para ponerlo en consonancia con el objeto…; (pero) con el saber, también el objeto pasa a ser otro, pues el objeto pertenecía esencialmente a este saber..." (Hegel, 2009, p. 58).

Entonces, la probabilidad, para la escuela de Quetelet, implica una relación especial entre las instancias individuales y la "serie" (Venn, 1876) o "colectivo" (von Mises, 1957) al que pertenecen. Una proposición como: "todas las vacas son rumiantes" no presenta esta particularidad ya que la relación entre la serie y sus instancias particulares es unívoca, si la premisa es verdadera, toda vaca particular es rumiante. Pero si

> "… se me dice que algunas vacas son rumiantes; no puedo inferir lógicamente de esto que cualquier vaca particular va a ser rumiante… pero si veo un rebaño de vacas voy a sentirme más seguro de encontrar algunas rumiantes entre ellas de lo que me sentí respecto a la posibilidad de que una vaca solitaria sea rumiante, y mi grado de convencimiento se incrementaría a medida que aumenta el tamaño del ganado acerca del cual formo mi opinión." (Venn, 1876, p. 3, traducción propia)

La probabilidad, en la visión de la escuela de Quetelet, es idéntica a la proporción de la serie ya que los elementos son tomados o acontecen en forma aleatoria e independiente entre sí. R. Von Mises es mucho más claro que Venn sobre este punto. No sólo es importante que exista una proporción, sino que la relación entre el conjunto y las instancias individuales debe ser aleatoria. Si vamos por un camino donde cada cien metros se ha colocado una señal pequeña y cada un kilómetro una señal grande, podemos decir que hay nueve señales pequeñas por cada una grande. Pero estaríamos en un error si dijeramos, tras pasar la primera señal pequeña, que la probabilidad de que la siguiente señal sea pequeña es de 9/10. Una propiedad de los colectivos de Von Mises, que no es suficientemente enfatizada por Venn, es que no debe haber ningún orden discernible en la sucesión de las instancias que lo conforman, esto es, deben ser completamente independientes entre sí (Gillies, 2000).

Para Venn, la probabilidad no es otra cosa que la proporción presente en la serie y, por ende, siempre es numérica. En este sentido, la escuela de Quetelet continuó con el supuesto de Laplace de que toda probabilidad puede ser representada numéricamente. Ahora bien, en la mayoría de los casos que guardan algún interés, dicha proporción es desconocida y, en muchos casos, es incluso imposible conocerla con certeza. Esto es evidente, por ejemplo, en las series de tiempo. En estos casos, donde la proporción que gobierna la serie es desconocida, la escuela de Quetelet no tiene otra opción que recurrir a la inducción. En este sentido, el razonamiento se constituye generalmente de dos pasos.

Primero se observan algunas instancias de la serie y se infiere la proporción existente en el conjunto y luego, en segundo lugar, desde esa proporción del conjunto se retorna a la probabilidad de la instancia particular. De este modo, el método inductivo se constituye en un ladrillo fundamental de la visión frecuentista de la probabilidad. En el próximo capítulo volvemos a esta característica de la escuela de Quetelet ya que es fundamental para entender las críticas de Keynes a la misma.

Antes de terminar este capítulo quizás valga la pena ubicar las ideas de las tres escuelas que hemos diferenciado (de Locke, Laplace y Quetelet) en el contexto de algunas de las aplicaciones de la teoría de probabilidades en el período que va desde 1650 a 1900. De este modo se puede ver cómo, la introducción del cálculo y las suposiciones implícitas en cada una de estas escuelas, generaron cambios importantes en la orientación de los debates del campo. La trayectoria de dos temas que eran discutidos con anterioridad a la matematización de la probabilidad son especialmente reveladores sobre esto último. A saber, la probabilidad de los testimonios y la probabilidad de los riesgos.

3.6. La probabilidad de los testimonios

La probabilidad de los testimonios fue un tema ampliamente discutido desde el siglo XVII hasta fines del siglo XIX. Incluso Venn, escribiendo a fines del siglo XIX, dedicó un capítulo de su tratado a reflexionar sobre esta. La probabilidad de los testimonios buscaba dirimir qué grado de creencia era razonable otorgar a un testimonio, ya sea en el marco de un proceso judicial, en la reconstrucción de algún evento histórico o en la determinación de la veracidad de algún suceso milagroso.

En un principio, la escuela de Locke buscó enunciar las principales dimensiones que debían ser consideradas a la hora de emitir un juicio de este tipo. Lo interesante es notar que, en este contexto, se otorgaba al juez la responsabilidad de considerar particularmente cada caso. Locke, por ejemplo, sugiere que para evaluar un testimonio hay que tomar en cuenta: el número de testigos, su integridad, habilidad, interés personal y la existencia de inconsistencias entre los distintos relatos. Todos estos elementos aumentan o disminuyen la probabilidad del testimonio. Pero, a diferencia de lo que harían muchos de los matemáticos del siglo XVIII, Locke no buscaría encuadrar estas dimensiones en fórmulas que permitiesen automáticamente, e ignorando el resto de las dimensiones del problema, cuantificar el grado de creencia que permitían ostentar. Para Locke la principal aptitud de un buen juez es la capacidad de discernimiento, es decir, la capacidad de diferenciar con precisión las evidencias disponibles y otorgar a cada una de ellas su debido peso. En esta tarea el criterio y la prudencia no podían ser reemplazadas por el cálculo riguroso.

En esta misma línea, Jean Domat, un célebre jurista del siglo XVII y compañero de Pascal y los autores de La lógica de Port Royal en el convento jansenita, tras remarcar reglas similares a las de Locke, advertiría que: "El uso y aplicación de todas estas reglas de acuerdo a la calidad de los hechos y circunstancias depende de la prudencia del juez" (Jean Domat extraído de Daston, 1995, p. 306, traducción propia).

La escuela de Laplace, con su convencimiento de que toda probabilidad podía ser reducida a un número y operada matemáticamente, modificó significativamente este tratamiento. Daston (1995) explica que no hubo unidad de enfoque entre los distintos matemáticos de la escuela de Laplace que abordaron la cuestión. Pero para tener presente el tipo de razonamientos que utilizaron vale la pena comentar brevemente el caso de Condorcet, que fue seguido muy de cerca por Laplace y Poisson.

Condorcet desarrolló sus ideas en relación a la probabilidad de los testimonios de eventos milagrosos. Por definición, un milagro es la violación de las leyes naturales por lo que su evidencia intrínseca es nula, o casi nula, dejando todo el peso de su probabilidad en el testimonio de otros (evidencia extrínseca). Para Condorcet, un hecho excesivamente extraordinario sólo podía ser creíble como producto del testimonio de hombres tan veraces que compensen el peso negativo generado por la evidencia intrínseca del hecho. Pero, para Condorcet, el ejercicio de sopesar y decidirse por la evidencia intrínseca o extrínseca no debía dejarse al juicio de los hombres, sino que podía resolverse utilizando la siguiente fórmula.

$$\frac{P(E)xP(T)}{P(E)xP(T) + P(\bar{E})xP(\bar{T})}$$

Donde:

$P(E)$ = probabilidad de que el evento haya sucedido a la luz de la evidencia intrínseca
$P(T)$ = probabilidad de que el testigo diga la verdad
$P(\bar{E})$ = probabilidad de que el evento no haya sucedido a la luz de la evidencia intrínseca
$P(\bar{T})$ = probabilidad de que el testigo mienta

Mediante esta fórmula Condorcet pretendía poner al cálculo de acuerdo con el sentido común de hombres razonables. El testimonio de un evento intrínsecamente imposible tenía una probabilidad nula por más veraz que sea el testigo. Idénticamente un evento común pero reportado por un hombre absolutamente desconfiable, también tenía una probabilidad nula. En los puntos intermedios, cuanto más raro sea el evento, más veraz debería ser el testigo para despertar cierto grado de creencia y viceversa. La determinación de los valores de las probabilidades en casos particulares, sin embargo, traían aparejadas dificultades que sin excepción llevaban a la suma de nuevas hipótesis y reglas de cálculo cada vez de carácter más dudoso (Daston, 1995, p. 332).

En la probabilidad de los testimonios puede verse con claridad el intento de los matemáticos de la escuela de Laplace por formular reglas mecánicas que reemplacen la apelación al juicio. Los excesos de los matemáticos en la formulación de estas reglas mecánicas fueron cuestionados en el siglo XIX por la escuela de Quetelet, y reemplazados por la apelación a frecuencias estadísticas. Pero en los casos donde no existe una frecuencia razonable a la que apelar, como en el caso de la probabilidad de los testimonios, estos usos fueron directamente desterrados del campo de la probabilidad (Cournot, 1843; Venn, 1876).

En el caso de los testimonios es difícil concebir una serie en la cual disolver las instancias individuales. La particularidad de cada testimonio y la importancia del contexto vuelve difícil concebir a un testimonio como una instancia dentro de una sucesión conceptualmente homogénea. La cuestión es adicionalmente compleja debido a que, incluso si se tuviera una serie a la que un testimonio pertenece, la mayoría de las veces no se tiene información sobre la proporción de testimonios que efectivamente fueron verdaderos, ya que algunos testimonios nunca abandonan el terreno de la conjetura. Y si bien puede diferenciarse entre los testimonios en los que se terminó cediendo el asentimiento y aquellos que fueron rechazados por inverosímiles, se debe apreciar que, una frecuencia así construida, reflejaría la proporción de casos donde se prestó el asentimiento, no el número de casos en los que los testimonios resultaron ser verdaderos.

Sin embargo, los probabilistas de fines de siglo XVII, y como veremos Keynes también, consideraban la probabilidad de los testimonios como parte de su tema. Desde esta perspectiva, a la luz de la evidencia disponible en un caso particular, es razonable afirmar que un testimonio es probable o, al menos, más probable que su contrario o que algún otro testimonio que lo contradiga. El concepto moderno de probabilidad admite estas consideraciones a pesar de que la probabilidad de los testimonios no admita una medida numérica como la que buscó la escuela de Laplace o la de Quetelet. Esto es un argumento a favor de que el concepto moderno de probabilidad es más amplio que las aplicaciones matemáticas que admitió a lo largo del siglo XVIII y XIX, e incluye juicios que no son reducibles a una escala de magnitud común, pero que no por ello dejan de ser razonables y por ende susceptibles de ser compartidos.

Esto implica afirmar que, dados dos testimonios contradictorios a la luz de una misma evidencia relevante, dos individuos razonables deberían poder ponerse de acuerdo en que la evidencia apoya mayoritariamente a uno de ellos. Sin embargo, no por esto van a poder asociar un número a dicha probabilidad o indicar cuantas veces más probable es un testimonio que el otro. Esta es precisamente la diferencia que buscamos marcar entre la escuela de Locke y la de Laplace o Quetelet. La primera podía concebir a la probabilidad como el juicio razonable en base a la evidencia disponible sin necesidad de limitarse a reglas mecánicas como las que buscó difundir Laplace, ni a la consideración de las frecuencias estadísticas como única evidencia relevante. Para la escuela de Locke, cualquier cuestión que siembre sospechas razonables sobre alguna otra es parte del concepto moderno de probabilidad ya que nos está ofreciendo una base para responder qué es razonable creer.

3.7. La probabilidad de los riesgos

La probabilidad de los riesgos, vinculada a la práctica de los aseguradores, da otro ejemplo del curso transformativo que sufrió el concepto de probabilidad, aunque su desenlace fue precisamente el contrario al de la probabilidad de los testimonios. El encumbramiento del pensamiento estadístico que moldeó a la escuela de Quetelet en el siglo XIX llevó a diferenciar entre aplicaciones válidas e inválidas de la teoría de la probabilidad según existiera una frecuencia estadística a la que referir dicha probabilidad. Al mismo tiempo que la probabilidad de los testimonios era desterrada del campo de la probabilidad, la probabilidad de los riesgos se constituyó en el arquetipo del razonamiento en estos temas.

Nuevamente lo interesante es percatarse que, antes de que la teoría matemática de la probabilidad penetre la discusión sobre el precio de estos contratos, la práctica de los aseguradores distaba mucho de las nociones actuales de estabilidad del conjunto. La práctica del asegurador estaba relacionada a la evaluación particular de cada caso a asegurar. El “ojo” del asegurador dependía en parte de su intuición, que le valía su fama, y de manejar información actualizada sobre el estado de las distintas rutas mercantiles, en especial, por el riesgo creciente de piratería (Daston, 1995, pp. 120–125). Al igual que en la probabilidad de los testimonios, antes de que la doctrina de las posibilidades penetre el campo, las aptitudes necesarias para la venta de contratos aleatorios de este tipo se vinculaban a la capacidad de juzgar con suficiente prudencia y perspicacia las situaciones individuales que rodeaban a cada caso particular. ¿Quién es el capitán? ¿Cuál es el estado de la nave? ¿Cuál es su tripulación? ¿A dónde van? Todas estas cuestiones debían ser consideradas a la hora de determinar la prima del seguro.

Estas aplicaciones, sin embargo, tuvieron un giro fundamental en el siglo XIX, con el crecimiento de la escuela de Quetelet. La asociación de la probabilidad a la frecuencia estadística de una serie llevó a desestimar la consideración minuciosa de las condiciones de cada caso para suplantarlo por el análisis de las tendencias promediales de los grandes conjuntos de datos. Se pasaría de la evaluación personalizada a la homogenización en grandes conjuntos que consideraban sólo unas pocas categorías de las instancias individuales. Pero con esta práctica los aseguradores no lograron estimar más precisamente la probabilidad de éxito o fracaso de una empresa mercante, más bien todo lo contrario. El éxito de las empresas aseguradoras no tuvo que ver con una mayor capacidad para estimar la probabilidad de eventos inciertos, sino con la reducción en los costos de dicha evaluación.

Con la escuela de Quetelet los aseguradores comprendieron que, a los fines de su negocio, no es tan importante conocer la probabilidad exacta de cada cosa que aseguran, sino ser capaces de agrupar sus distintos contratos en grandes grupos con una tendencia promedio de modo tal que algunos sean asegurados a una prima más alta de la que merecen y otros más baja. En lugar de analizar cada uno de sus contratos en detalle, y de esforzarse en estimar la probabilidad de cada instancia particular, las empresas aseguradoras podían estimar la tendencia promedio basada en pocas dimensiones del asunto y asegurar una prima que les permita un negocio rentable.

Gran parte de esta transformación fue fruto de la ley de los grandes números de Poisson (1837) y del impacto generado por la inesperada estabilidad en los registros estadísticos que comenzaron a llevarse a cabo a partir del siglo XIX. Antes de esto, los aseguradores creían que cuanta más gente aseguraban, y por cuanto más tiempo lo hacían, más riesgoso era. Para ellos, el riesgo de los nuevos asegurados se sumaba al riesgo de los ya asegurados. Los aseguradores del siglo XV al XIX pensaban en términos de riesgo acumulativo más que en la simetría alrededor del promedio. La inundación de estadísticas del siglo XIX dio ímpetu a las nociones de regularidad estadística que, a partir de entonces, pasarían a formar parte del sentido común y la práctica de los aseguradores (Daston, 1995; Porter, 1986).

La escuela de Quetelet aconsejó el uso de estadísticas para la práctica de aseguradores al mismo tiempo que expulsó la práctica de los jueces del terreno de la probabilidad "científica" (en términos de R Von Mises, 1957). En el siglo XVII, en la pluma de Locke o Leibniz, la probabilidad se vinculaba al juicio razonable en función a la evidencia disponible, teniendo a los jueces como principal arquetipo de este tipo de razonamiento. Pero, a partir del siglo XIX fueron los aseguradores, y su exitosa práctica de estimación de riesgos, quienes se convirtieron en el arquetipo del razonamiento probabilístico. Su éxito comercial pareció contagiar al pensamiento de la época al punto de fundir la noción de probabilidad con la de frecuencia de una serie conceptualmente definida.

La aplicación exitosa de la doctrina frecuentista en el campo de los seguros llevó a opacar las consideraciones de la escuela de Locke sobre la importancia del juicio a los fines de la probabilidad. La posibilidad de asociar un número a la probabilidad de los riesgos y de dirigir negocios rentables mediante esta práctica pareció otorgar una dimensión objetiva al fenómeno de la probabilidad y opacar la relevancia de considerar en detalle cada instancia particular. Pero lo cierto es que la práctica de los aseguradores siguió dependiendo en la misma medida de su juicio y prudencia. Antes que nada, debe notarse que la elección de las dimensiones que determinan la serie sobre la cual se construye la frecuencia no puede tener otro origen que el juicio de quien la construye.

Los autores de *La lógica o el arte de pensar* dan un buen ejemplo del punto que se quiere marcar. Ellos se preguntan ¿Cuál es la probabilidad de que un documento determinado haya sido malversado? Si sabemos que el documento proviene de una casa de notarios donde 999 de cada 1.000 documentos son elaborados correctamente nos vemos inclinados a creer que este documento tiene más probabilidades de formar parte del grupo de los 999 que del único documento malversado. Las estadísticas aquí funcionan como una evidencia a favor de la probabilidad de que el documento haya sido correctamente elaborado. Sin embargo, si supiéramos adicionalmente que el grupo de notarios tiene un interés particular en la malversación de este documento particular, entonces nos veríamos inclinados a dar más peso a la posibilidad de que este documento este malversado. La precisión que otorga el uso de frecuencias estadísticas, muchas veces, lleva a olvidar que existe un juicio sobre las dimensiones relevantes del caso que no puede ser reducido a una regla mecánica.

J. Bernoulli, en su *Ars Conjectandi*, abordó el ejemplo de Arnauld y Nicole, e indicó que, en ese caso, en realidad se trataba con dos argumentos distintos, donde el segundo invalidaba la relevancia del primero. El hecho de que sepamos que los notarios tienen un interés particular en la malversación del documento que estamos considerando destruye la posibilidad de considerar su probabilidad como un caso en 1.000. El documento debe ser considerado según la proporción de documentos que interesa malversar a los notarios que son efectivamente malversados, la cual seguramente sea mucho mayor a 1/1.000. Sin embargo, J. Bernoulli no era ajeno a las advertencias de prudencia y la importancia del discernimiento, ya que preveía "muchos obstáculos en la aplicación de estas reglas a casos particulares, las cuales a menudo pueden conducir a errores vergonzosos, si no se es cauteloso al distinguir entre los argumentos" (J. Bernoulli, 2005, p. 17, traducción propia).

Este proceso de distinción de argumentos y su estrecha relación a la noción de evidencia es lo que estaba presente en los escritos de la escuela de Locke y, sin ser nunca abiertamente descartado, fue crecientemente opacado por la utilización de reglas mecánicas que dando resultados extremadamente precisos pretendían solucionar problemas que no dejaban de estar empapados por las complejidades que habían capturado la atención de los primeros probabilistas.

Capítulo 4
Probabilidad e Inducción

4.1. Introducción

En el capítulo anterior distinguimos entre tres escuelas del pensamiento probabilístico moderno. Todas ellas buscaron abordar qué es razonable creer cuando la certeza no está a nuestro alcance. En la escuela de Locke la probabilidad se presenta como el juicio o conjetura razonable dada una serie de evidencias y argumentos falibles. Estos juicios no eran necesariamente numéricos, hasta que J. Bernoulli propuso transferir la doctrina de las posibilidades (revisada en el Capítulo 2) a todo el terreno de la probabilidad. En la escuela de Laplace la probabilidad siguió siendo concebida como el juicio razonable, pero este pasó a ser mayormente gobernado por el principio de indiferencia basado en la ignorancia, el cual simplificaba la asignación de valores numéricos. Así, partiendo de suponer que toda probabilidad es un número entre 0 y 1, Laplace propuso que se debía diferenciar y ponderar cada alternativa posible hasta el límite de nuestro conocimiento y, luego, repartir la certeza entre las mismas. La escuela de Quetelet, rechazó el principio de indiferencia de Laplace, pero no renunció a concebir la probabilidad como una entidad esencialmente numérica. Para ellos la probabilidad es numérica porque es idéntica a la proporción que existe en un conjunto apropiadamente definido. De este modo, la probabilidad dejó de ser identificada con el juicio razonable y pasó a ser la descripción de una proporción presente en los fenómenos. La probabilidad, para la escuela de Quetelet, ya no era el resultado de ejercer el juicio razonablemente, sino de conocer la proporción que gobierna a los fenómenos. Pero, cuando dicha proporción no es conocida, no tiene otra opción que acudir al método inductivo para estimarla.

Como vimos en el capítulo anterior, fue J. Bernoulli quien primero sugirió esta solución. Aunque es fácil establecer la proporción de casos favorables sobre casos posibles en los juegos de azar, "(…) para la mayoría de las cuestiones, dependientes de la producción de la naturaleza o del libre albedrío de la gente, esto no sucede" (Bernoulli, 2005, p. 18, traducción propia). En estos casos, donde no "podemos derivar *a priori*" las probabilidades, "al menos podemos obtenerlas *a posteriori*… de la observación repetida de los resultados de ejemplos similares" (Bernoulli, 2005, p. 19, traducción propia) por que

> “(…) se debe suponer que cada fenómeno puede ocurrir y no ocurrir en el mismo número de casos en que en circunstancias similares, se observó previamente que sucedía y no sucedía.” (Bernoulli, 2005, p. 19, traducción propia)

Generalmente se le reconoce a Hume (1939) el haber llamado la atención sobre la falta de razones para este principio[37]. Esto no implica que Hume haya negado su utilidad e importancia para la acumulación de conocimiento científico. El filósofo escocés simplemente señala que no es posible fundamentarlo en la experiencia. Ya que todo intento de probarlo por esta vía implica una petición del mismo principio que se está probando.

> “Todas nuestras conclusiones experienciales proceden bajo el supuesto de que el futuro se conforma al pasado. Esforzarnos, entonces, por probar este último supuesto mediante argumentos probables o argumentos relativos a la existencia, implica evidentemente una circularidad, pues se admite como verdadero precisamente aquello que debe probarse” (Hume, 1939, p. 50)

En retrospectiva se pueden distinguir dos aspectos en la formulación de Hume. En ´primer lugar se pregunta, ¿por qué creemos que nuestra experiencia pasada va a servirnos en el futuro en situaciones similares? ¿Puede la experiencia servir de fundamento a este principio? Hume responde negativamente y Kant es despertado de su “sueño dogmático” gracias a ello. En Kant (2010) el escape al escepticismo de Hume comienza por dar un giro al problema del conocimiento, por el cual se abandona la idea de que el conocimiento debe regirse por los objetos y, en cambio, se deja que los objetos sean regidos por el conocimiento, es decir, por conceptos[38]. Es el concepto engendrado en la razón el que da

[37] Aunque debe admitirse que este principio y la crítica humeana al mismo tiene antecedentes en el pensamiento antiguo y en la escolástica (Brown, 1987; Garber & Zabell, 1979)

[38] “Ensáyese... si acaso no avanzamos mejor... si suponemos que los objetos deben regirse por nuestro conocimiento... Ocurre aquí lo mismo que con los primeros pensamientos de Copérnico, quien, al no poder explicar bien los movimientos celestes cuando suponía que todas las estrellas giraban en torno del espectador, ensayó si no tendría mejor resultado si hiciera girar al espectador, y dejara en cambio en reposo a las estrellas. Ahora bien, en la metafísica se puede hacer un ensayo semejante, en lo que concierne a la intuición de los objetos. Si la intuición debiese regirse por la naturaleza de los objetos, no entiendo cómo se podría saber a priori algo sobre ella, pero si el objeto (como objeto de los sentidos) se rige por la naturaleza de nuestra facultad de intuición, entonces puedo muy bien representarme esa posibilidad.” (Kant, 2010, p. 35)

orden y coherencia al material amorfo de los sentidos y no al revés (Kant, 2010; Robinson, 2012).

El segundo aspecto del escepticismo humeano, en cambio, va dirigido estrictamente al método inductivo. Hume se pregunta: "¿Dónde está el proceso de razonamiento que de un caso saca una conclusión tan diferente a la que se infiere de cien casos no diferentes al primero?" (Hume, 1939, p. 77) ¿Por qué aumenta nuestra confianza en una conexión causal a medida que experimentamos la regularidad de esos fenómenos? Hume no encuentra otro fundamento para esto que la costumbre que genera la expectativa de que el futuro se amoldará al pasado. Y suplica porque alguien le explique cuál es el razonamiento que justifica esta expectativa. Está claro que el segundo aspecto no es independiente del primero, pero, en general, los probabilistas, se centraron en el segundo problema sin considerar en profundidad el primero.

El problema fue generalmente aproximado desde dos ángulos que hasta cierto punto deben ser considerados como contradictorios entre sí y que reflejan la tensión entre la escuela de Laplace y la de Quetelet. Por un lado, la escuela de Quetelet, siguiendo las intuiciones originales de J. Bernoulli, buscó que el método inductivo se vuelva el fundamento de la estimación de probabilidades, mientras que la escuela de Laplace, influida especialmente por el teorema de Bayes, persiguió el camino contrario e intentó explicar la confianza que despierta el método inductivo mediante su probabilidad. A continuación, reseñamos la gestación de los principales teoremas que mediante distintas analogías buscaron fundamentar tanto una como otra alternativa.

4.2. J. Bernoulli y el método de indagación "*a posteriori*".

J Bernoulli comienza el tercer capítulo de la parte cuarta de su *Ars Conjectandi* señalando el obstáculo evidente al arte de la conjetura que presentó a lo largo de todo su tratado. Su arte, que no es más que la doctrina de las posibilidades aplicada a todo tipo de problemas, depende esencialmente de conocer los distintos resultados que pueden acontecer y cuanto más fácil es que suceda uno que el otro. En los casos donde esto no se pueda suponer como conocido, la única alternativa que queda es "la observación repetida de los resultados de ejemplos similares" (Bernoulli, 2005, p. 19, traducción propia).

Pero, el planteamiento de J. Bernoulli implicaba una novedad respecto al método imperante en la época y sufrió la crítica de sus contemporáneos al punto que el matemático suizo se restringió de publicar sus resultados por más de dos décadas[39]. Uno de los registros más salientes que se han conservado de estas críticas es la correspondencia entre J. Bernoulli y Leibniz[40] entre 1703 y 1704. J. Bernoulli falleció en 1705, con lo cual esta correspondencia es una prueba fehaciente de que el matemático suizo siguió reflexionando sobre las consecuencias de su teorema, demostrado en algún punto entre 1680 y 1690, hasta su lecho de muerte. En la correspondencia entre estas dos salientes personalidades, Leibniz deja entrever sus dudas sobre el método de aproximación de probabilidades *a posteriori* que J. Bernoulli asegura haber descubierto.

> "Cuando estimamos empíricamente, mediante experimentos, las probabilidades de éxito, surge la pregunta sobre si finalmente se puede obtener una estimación perfecta de esta manera. Usted escribe que ha encontrado que es así. A mi parecer hay una dificultad en esta conclusión: los sucesos que dependen de un número infinito de casos no pueden ser determinados por un número finito de experimentos; de hecho, la naturaleza tiene sus propios hábitos, nacidos del retorno de las causas, pero solo "en general". Y entonces, ¿quién podría asegurar que un experimento posterior no se apartará un tanto de la regla de todos los experimentos precedentes debido a las mutabilidades propias de las cosas?" (Leibniz, 1855, pp. 83–4, traducción propia)

Leibniz muestra sus dudas sobre un método que busca razonar desde casos particulares a leyes generales, en lugar de desde leyes generales a efectos necesarios. En su misiva es aún más claro sobre esto y ofrece el siguiente ejemplo. Cuando se investiga la trayectoria de un cometa, dada una serie de observaciones, se puede encontrar una infinidad de curvas que pasan por esos puntos y cada nueva observación lleva a encontrar una nueva curva que une de la forma más simple los puntos observados. Para Leibniz esta aproximación, desde observaciones particulares a leyes generales, es demasiado incierta

---

[39] Stigler(1986, p. 77) sugiere que los motivos por los que J. Bernoulli evitó publicar su tratado no tienen que ver con dudas filosóficas sobre el alcance de su método, sino con los resultados obtenidos utilizándolo. El número de experimentos necesario para tener un grado de certeza considerable, en los cálculos de J. Bernoulli, era excesivo para la época.

[40] Vale la pena resaltar que Leibniz no era ajeno a los progresos de la teoría matemática de la probabilidad. Sin ir más lejos, el recorrido que hace Hacking (2006) sobre este período lo basa en la extensa correspondencia que Leibniz tuvo con los principales filósofos y matemáticos que se ocuparon de la cuestión.

para ser considerada una fuente válida de conocimiento, pero admite que “aunque una estimación perfecta no se puede alcanzar empíricamente, una estimación de este tipo sería, no obstante, útil y suficiente en la práctica.” (Leibniz, 1855, p. 84 traducción propia).

El método de indagación de la naturaleza de las principales figuras del siglo XVII era desde leyes generales a efectos conceptualmente necesarios. En esto coinciden Descartes y Leibniz, pero también campeones de la ciencia como Kepler, Galileo y Newton (Cassirer, 1956; Daston, 1995; E. Skidelsky, 2008). Las leyes mecánicas que describe Galileo a través de Salviati no son el resultado de la generalización de observaciones particulares, sino que razona desde leyes generales a sus efectos necesarios. El mismo Simplicio se sorprende de que Salviati le diga que está seguro del resultado de un experimento[41] que nunca ha hecho.

> “Simplicio: Vos no habéis hecho, no digo cien, sino ni siquiera una prueba y ¿la afirmáis como cosa completamente segura? (…)
> Salviati: Yo, sin experiencia, estoy seguro de que el efecto será tal como os digo, porque así es necesario que sea; y aún más: añado que vos mismo sabéis ahora que no puede suceder de otra manera, si bien fingís o simuláis fingir que no lo sabéis.” (Galileo, 1975, p. 86)

Galileo razona desde leyes generales a sus efectos conceptualmente necesarios. Primero pone de acuerdo a sus tres personajes sobre cuáles son las fuerzas que actúan y luego extrae los efectos conceptuales de la actuación de esas causas.

Keynes, en un ensayo sobre Newton, presenta un cuadro similar al de Galileo. A lo largo del ensayo enfatiza que los experimentos de Newton “fueron siempre… no un medio de descubrimiento, sino de verificación de lo que ya sabía” (Keynes extraído de

[41]El experimento discutido por Galileo consiste en soltar (sin imponerle fuerza en ninguna dirección) una piedra pesada desde el mástil de un barco en movimiento. El experimento había sido originalmente formulado por defensores del sistema aristotélico/ptolomaico que explicaba la mecánica de los objetos por dos fuerzas: 1. La tendencia de todos los objetos al centro de la tierra (que yacía inconmovible en el centro del universo) y 2. El movimiento impuesto sobre el objeto por una fuerza externa (Applebaum, 2005). Los defensores del sistema aristotélico/ptolomaico (Simplicio en el diálogo de Galileo) aseguraban que la piedra caería detrás del mástil como consecuencia del movimiento del barco. Salviati argumenta que esto no es así, en ausencia de rozamiento, la piedra caerá al pie del mástil ya sea que la tierra este girando sobre su propio eje o no. Necesariamente ese tiene que ser su destino tanto en el sistema aristotélico/ptolomaico como en el copernicano y, por eso, no sirve como prueba de ninguno de los dos.

Crespo, 2016, p. 138). Y luego comenta un diálogo entre Newton y Halley que reproduce casi textualmente el dialogo entre Simplicio y Salviati:

> "Está la historia de cómo informó a Halley uno de sus descubrimientos más fundamentales acerca del movimiento de los planetas. "Si", respondió Halley. "pero ¿Cómo lo supiste? ¿Cómo lo probaste?" Newton se quedó desconcertado: "¿Por qué?, lo he sabido desde hace muchos años", le respondió. "Si me das unos días seguro que te encuentre una prueba", como efectivamente hizo" (Keynes extraído de Crespo, 2016, p. 138)

Huygens y Pascal también razonan de esta manera cuando discuten el valor de la expectativa de los juegos de azar. Parten de la concepción de un dado perfectamente balanceado, por lo que cualquiera de sus caras puede salir con la misma facilidad, para luego razonar sobre el precio justo de apostar a que salga cualquiera de sus caras. Un dado como el que concibieron Huygens y Pascal no existe en la empírea, del mismo modo que Galileo no tuvo la posibilidad de experimentar con objetos en el vacío (en ausencia de rozamiento).

Son entendibles las dudas que acosaron a J. Bernoulli a la hora de publicar su "teorema dorado". Lo que pretendía demostrar era de importancia fundamental al método científico imperante en su época[42]. Sin embargo, el matemático suizo siguió confiando en la utilidad de su aproximación hasta poco antes de su muerte. Él mismo admite en respuesta a Leibniz que jamás utilizaría este método para conocer la trayectoria de un cometa, pero insiste en que hay otras situaciones donde esta forma de aproximar probabilidades puede ser valiosa. La analogía que propuso J. Bernoulli para ilustrar su punto de vista se convirtió durante la Ilustración en el modelo fundamental para razonar sobre probabilidades (Daston, 1995).

> "(…) la dificultad que encontraste con mi método empírico para determinar la relación entre el número de posibles resultados requiere más ejemplos, no

[42] Cabe aclarar que J. Bernoulli no fue de ningún modo el primero en proponer el método inductivo. Antecedentes de su formulación científica pueden encontrarse a lo largo de la escolástica e incluso en el pensamiento antiguo (Brown, 1987; Garber & Zabell, 1979). En este sentido es inescapable la referencia a Francis Bacon que defendió enfáticamente este método un siglo antes que J. Bernoulli. Sin embargo, J. Bernoulli fue el primero en vincularlo a la naciente literatura sobre probabilidad matemática y demostrar un teorema que parece justificar este tipo de razonamientos.

aquellos en los que es imposible de ningún modo acordar sobre los números en sí mismos, sino aquellos en los que los números pueden aprenderse *a priori*... Para que puedas entender... te doy un ejemplo: Supón que oculto en una urna varias bolas blancas y negras, el número de blancas es dos veces el número de negras; pero tú no conoces esta proporción, y deseas determinarla por experimento. Entonces extraes una bola tras otra (reemplazando la bola que extrajiste en cada opción...) y anotas si has escogido una blanca o una negra. Ahora... afirmo que puedes estar moralmente seguro de que la proporción obtenida por el experimento se acercará tanto como quieras a la verdadera proporción de dos a uno. Pero si ahora sustituyes la urna por el cuerpo humano de un anciano o un hombre joven, el cuerpo humano que contiene la yesca de las enfermedades dentro de él como la urna contiene las bolas, puedes determinar mediante observaciones cuánto más cerca de la muerte esta uno en comparación a otro." (Bernoulli, 1966, pp. 25–6 traducción propia)

Bajo estas condiciones (una urna con una proporción definida de bolas de dos colores y extracciones con reposición y, por ende, independientes entre sí), J. Bernoulli demostró que, a medida que aumenta la extracción y registro del color de las bolas, se reduce la posibilidad, el número de casos dentro de los posibles, de que la diferencia entre la frecuencia observada y la verdadera proporción en la urna sea menor a un cierto valor arbitrario[43]. En términos estrictos lo que demostró J. Bernoulli es que el número de experimentos puede manipularse de modo tal que el número de casos en que la proporción observada se encuentre a una distancia menor o igual a un cierto valor arbitrario (ε) de la proporción real en la urna sea "c" veces más grande que el número de casos en que dicha diferencia sea mayor a ε (Bernoulli, 2005; Stigler, 1986).

[43] Vale la pena resaltar que J. Bernoulli reconoce que la confianza aumenta a medida que se repiten observaciones, pero, en línea con la posterior crítica de Hume, señala que esto no depende de ningún razonamiento que requiera de instrucción, sino del más simple instinto natural, un verdadero milagro para él. "(…) nadie puede dejar de notar que no es suficiente tomar una u otra observación para razonar de esta manera sobre un evento, sino que se necesita una gran cantidad de ellas. Porque incluso la persona más estúpida, por sí misma y sin ninguna instrucción preliminar, guiada por algún instinto natural (que es extremadamente milagroso) está segura de que cuantas más observaciones se tengan en cuenta, menor es el peligro de desviarse del objetivo." (Bernoulli, 2005, p. 19, traducción propia). Es llamativo que Hume utiliza el mismo argumento que J. Bernoulli para probar que no existe ningún razonamiento en la aceptación de este principio. Incluso lo lleva más allá, no sólo las personas más estúpidas lo aceptan sino incluso las bestias carentes de razón. "Es cierto que los labriegos más ignorantes y estúpidos – y aún los niños y las bestias irracionales – mejoran con la experiencia y aprenden las cualidades de los objetos naturales observando los efectos que resultan de ellos." (Hume, 1939, p. 80). La notable diferencia con Hume radica en que, para J. Bernoulli, esto no es un problema, sino la confirmación de que el Creador dotó al hombre de una capacidad para conocer, aunque sea parcialmente, su obra.

$$P\left(\left|p-\frac{m}{n}\right| \leq \varepsilon\right) > c\,.\,P\left(\left|p-\frac{m}{n}\right| > \varepsilon\right)$$

Donde:

p = proporción presente en la urna

m/n = proporción observada

ε = valor arbitrario tan chico como se desee

c = valor arbitrario tan grande como se desee

Cuando el número de observaciones tiende a infinito se puede demostrar que el número de casos donde la proporción observada se aleja de la verdaderamente contenida en la urna por más de ε tiende a 0, o, lo que es lo mismo, que podemos estar seguros de que la frecuencia observada estará tan cerca de la verdadera proporción de la urna como queramos (Daston, 1995).

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|p-\frac{m}{n}\right| \leq \varepsilon\right) = 1$$

Este es el teorema "dorado" de J. Bernoulli que por muchos fue considerado como la piedra fundamental de la inferencia estadística (Hacking, 2006; Stigler, 1986). Pero es importante entender que el razonamiento parte de suponer la existencia de una proporción que domina la contingencia de los resultados observados. Que la próxima bola que extraigamos sea blanca o negra, depende de la proporción de bolas blancas o negras en la urna, que, a pesar de que la desconozcamos es una. ¿Puede cualquier fenómeno natural o social asociarse a la urna de J. Bernoulli? Muchos pensadores del siglo XVIII, XIX y XX, han creído que sí, y con ello dieron nacimiento a un modelo de causalidad específico.

La analogía de la urna implica una interpretación especial de la causalidad ya que establece un nexo contingente entre un fenómeno particular y la proporción presente en la serie completa en la que se encuadra. La causalidad está determinada por la proporción de unidades de la serie que poseen una característica determinada. Daston (1995) lo llamó el *modelo de causalidad de la urna*, mientras que Hacking (1990) y Cassirer (1956) prefirieron hablar de causalidad estadística en relación a esta concepción. La principal diferencia con la causalidad de la mecánica clásica es que el resultado de las instancias particulares no se encuentra unívocamente determinada, sino que deriva siempre en forma contingente de la proporción de casos en los que se presenta la característica en la serie. El ejemplo de la urna no puede ser más gráfico. Cuanto mayor es la proporción de bolas blancas en la urna, mayor es la probabilidad de que en la próxima extracción salga una bola blanca. En la mecánica clásica la relación causal determina unívocamente los resultados conceptuales del experimento. En cambio, en el modelo de la urna, esa relación esta mediada por una proporción. Cuando se alcanzan los extremos de 1 (todas las bolas son blancas) o 0 (ninguna bola es blanca) el modelo de causalidad de la urna se asocia a la causalidad necesaria de la mecánica clásica, lo cual llevó a que algunos lo entendieran como una generalización de las relaciones causales (Cassirer, 1956; Daston, 1995; Hacking, 1990)

De cualquier modo, lo que cabría preguntarse es si dicho paso, de la causalidad mecánica a la causalidad estadística es efectivamente tan simple y estamos siempre justificados en suponer que detrás de cualquier fenómeno natural o social existe una proporción que domina la contingencia. El mismo J. Bernoulli se anticipa a esta crítica evidente. Una cosa es la proporción de bolas en una urna y otra la proporción de enfermedades a una determinada edad. “La primera proporción está definida mientras que la segunda es indefinida e incierta” (Bernoulli, 1966, p. 14, traducción propia). Pero el matemático suizo responde a esto diciendo:

> “Respondo que, con respecto a nuestro conocimiento, ambas proporciones son igualmente inciertas e indeterminadas. Cualquier cosa que sea intrínsecamente incierta e indeterminada no puede ser entendida por nosotros más de lo que puede entenderse que algo ha sido o no ha sido creado por Dios: porque cualquier cosa que Dios haya hecho, por este mismo hecho de creación, también lo ha hecho determinado” (Bernoulli, 1966, p. 14 traducción propia)[44]

Para J. Bernoulli todo está determinado por el Autor de la naturaleza, en este sentido, la probabilidad y el azar existen sólo por lo limitado de nuestro conocimiento (Landro & González, 2016). Es la insuficiencia del conocimiento humano lo que justifica que algunas cosas, para nosotros, a veces sucedan y otras veces no. Es la visión

[44] Aquí J. Bernoulli rememora al *Argumentum ornithologicum* de Borges: “Cierro los ojos y veo una bandada de pájaros. La visión dura un segundo o acaso menos; no sé cuántos pájaros vi. ¿Era definido o indefinido su número? El problema involucra el de la existencia de Dios. Si Dios existe, el número es definido, porque Dios sabe cuántos pájaros vi. Si Dios no existe, el número es indefinido, porque nadie pudo llevar la cuenta. En tal caso, vi menos de diez pájaros (digamos) y más de uno, pero no vi nueve, ocho, siete, seis, cinco, cuatro, tres o dos pájaros.Vi un número entre diez y uno, que no es nueve, ocho, siete, seis, cinco, etcétera. Ese número entero es inconcebible, ergo, Dios existe.” (Borges, 1997, p. 22)

determinista de los fenómenos naturales y sociales lo que, a los ojos de J. Bernoulli, lo justifica en suponer que detrás de todo fenómeno existe una proporción definida de casos exitosos sobre casos totales.

4.3. El determinismo ilustrado

Daston (1995, pp. 235–250) muestra que los filósofos naturales del siglo XVI al XIX compartieron una comprensión absolutamente determinista sobre los fenómenos naturales. Para estos autores todo está determinado por el Autor de la naturaleza, lo cual lleva a la identidad entre probabilidad y azar, los cuales, en su cosmovisión, existen sólo por lo limitado de nuestro conocimiento (Landro & González, 2016). Es la insuficiencia del conocimiento humano lo que justifica que algunas cosas, para nosotros, a veces sucedan y otras veces no, pero en realidad todo está determinado por leyes de causalidad mecánica.

> "Los eventos presentes están conectados con los anteriores por un lazo basado en el principio evidente de que una cosa no puede ocurrir sin una causa que la produce. Este axioma, conocido por el nombre del principio de razón suficiente, se extiende incluso a acciones que se consideran indiferentes; La voluntad más libre no puede darlas a luz sin un motivo determinante." (Laplace, 1902, p. 3, traducción propia)

Laplace es conocido por haber popularizado esta visión del mundo, pero ésta estaba sin duda presente mucho antes. Sin ir más lejos, Leibniz, quien formuló el *principio de razón suficiente* al que Laplace hace mención más arriba y que mantenía una relación estrecha con J. Bernoulli, otorga una imagen bastante clara del determinismo que gobernaba el pensamiento de la época.

> "Que todo es consecuencia de un destino establecido es tan cierto como que tres veces tres es nueve. Porque el destino consiste en esto, que todo está interconectado como en una cadena y sucederá infaliblemente, antes de que suceda, como sucedió infaliblemente cuando sucedió... de modo que, si alguien pudiera tener una percepción suficiente de las partes internas de las cosas, y además tuviera el recuerdo y la inteligencia suficientes para

> considerar todas las circunstancias y tomar a ellos en cuenta, él sería un profeta y vería el futuro en el presente como un espejo ".(Leibniz extraído de Cassirer, 1956, pp. 11–12, traducción propia)

Una inteligencia de las características que describe Leibniz sólo sería posible en un mundo donde la naturaleza, y la sociedad de los hombres, sea gobernada por leyes deterministas del tipo que enunció la mecánica clásica. Leibniz escribe esto en el alba de la Ilustración, sin embargo, la enunciación más conocida de esta super-inteligencia se debe a Laplace escribiendo, en cambio, en el ocaso de la misma.

> “Así pues, hemos de considerar el estado actual del universo como el efecto de su estado anterior y como la causa del que ha de seguirle. Una inteligencia que en un momento determinado conociera todas las fuerzas que animan a la naturaleza, así como la situación respectiva de los seres que la componen, si además fuera lo suficientemente amplia como para someter a análisis tales datos, podría abarcar en una sola fórmula los movimientos de los cuerpos más grandes del universo y los del átomo más ligero; nada le resultaría incierto y tanto el futuro como el pasado estarían presentes ante sus ojos.” (Laplace, 1902, p. 4, traducción propia)

Desde la concepción determinista de los fenómenos, la probabilidad, es fruto de la ignorancia sobre el punto de partida y la totalidad de fuerzas que gobiernan a los objetos en consideración. Es decir, no es más que un reemplazo ante la insuficiencia de nuestro conocimiento. Sólo a partir del siglo XIX, inicialmente con los modelos de Maxwell y Boltzmann, pero más tarde y en forma más definitiva, con los desarrollos de la física cuántica (contemporáneos al *Treatise* de Keynes) esta concepción fue puesta en duda al elevar la causalidad estadística al mismo rango que la causalidad determinista típica de la mecánica clásica (Cassirer, 1956; Hacking, 1990; Landro & González, 2016). De este modo la probabilidad dejó de ser concebido como el producto de la ignorancia sobre la actuación de causas determinadas pero desconocidas, y pasó a ser considerado (al menos para una porción importante de la comunidad científica) como un modelo de causalidad en sí mismo.

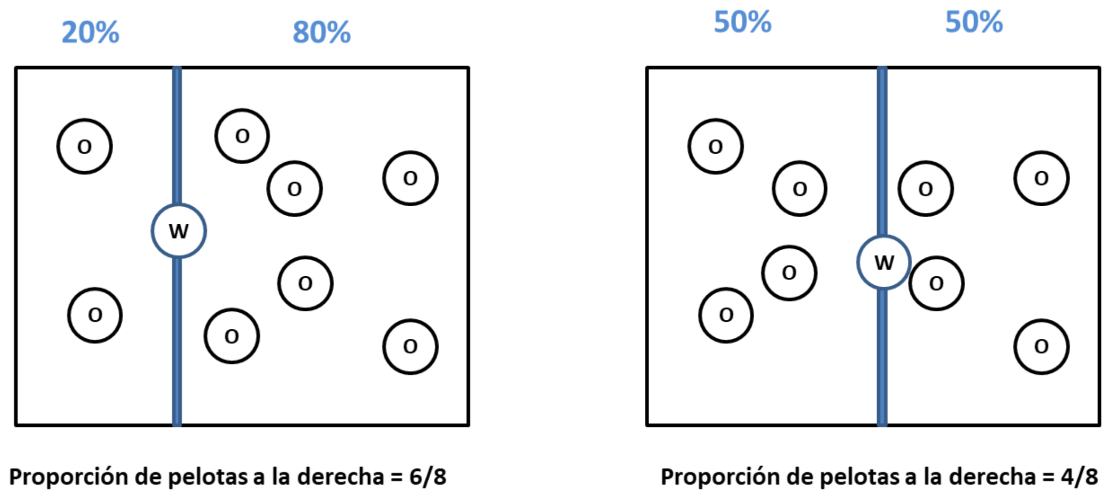
4.4. Bayes y la probabilidad de las causas.

A pesar de los logros de J. Bernoulli, su teorema no podía considerarse como el fundamento o la justificación de la inducción. Su teorema establecía que, dada la probabilidad de una serie de eventos independientes entre sí, si el número de observaciones era lo suficientemente grande entonces la frecuencia observada se aproximaría a la probabilidad subyacente. En este sentido, el teorema parte de suponer la existencia de un principio general y predice los resultados que se observarían como consecuencia de la acción de ese principio. Pero el método inductivo consiste precisamente en el razonamiento inverso, dada la frecuencia observada, busca establecer la vigencia de un principio general. Landro (2010) presenta esta diferencia llamando la atención a que los fenómenos no se conocen por sus causas sino por sus efectos y, por ende, para estudiarlos debe partirse de sus efectos. El teorema de J. Bernoulli permitía fundar afirmaciones del tipo: “Si una urna contiene 2/3 de bolas blancas es esperable que la proporción de bolas extraídas se acerque a esa proporción a medida que el número de extracciones aumenta”. Pero no permitía su inverso, o sea: “Si se extrajeron 30 bolas y 20 de ellas resultaron blancas, entonces, la verdadera proporción contenida en la urna debe estar entre tal y tal límite con tal probabilidad”. Hubo que esperar a Thomas Bayes para la primera solución a este problema.

Al igual que J. Bernoulli, Bayes falleció sin publicar su ensayo. El mismo fue publicado gracias a su amigo personal Richard Price que lo encontró entre los manuscritos del reverendo y envió a *Philosophical Transactions* en 1763 (dos años después del fallecimiento del reverendo). El ensayo de Bayes es clásico en algunos aspectos, como la pre-eminencia de la noción de expectativa sobre la de probabilidad (*a la* Huygens), e innovador en otros, como la adopción de un modelo geométrico en lugar de algebraico para el cálculo de probabilidades (Daston, 1995; Landro & González, 2016; Stigler, 1986). Vale la pena describir el modelo que permitió a Bayes resolver el problema de la inversión de las probabilidades porque, al igual que la urna de J. Bernoulli, es revelador respecto a su alcance.

En lugar de pensar en una urna con una proporción determinada de bolas, Bayes pensó en una mesa cuadrada perfectamente nivelada de modo que, al arrojar una bola, esta tuviera la misma posibilidad de detenerse en cualquier punto de la misma. Luego planteó un juego similar al clásico juego de bochas. Primero se arrojaría una bola guía (llamémosla W) que, donde se detenga, marcaría una línea vertical en la mesa dividiéndola en dos áreas complementarias. Luego se arrojarían *n* bolas adicionales (O_i) contándose aquellas que aterrizaron a la derecha de W como resultados favorables, y las que aterricen a la izquierda como resultados desfavorables. A continuación, se presentan mediante figuras dos ejemplos del experimento pensado por Bayes.

Figura 1: Representación mediante dos ejemplos del problema de la mesa de Bayes.



Fuente: Elaboración propia.

De este modo, si se parte de conocer el lugar donde cayó la bola W se puede estimar la probabilidad de que una cierta cantidad de bolas caigan a la derecha del mismo modo en que se estiman las probabilidades de la urna de J. Bernoulli. Es decir, dada la posición de la bola W y el número de bolas Oi que se arrojaran, es posible estimar la probabilidad de obtener *x* cantidad de bolas a la derecha de W. Este es un problema binomial clásico. Pero lo que propuso Bayes es hacer el camino inverso, sabiendo cuantas bolas cayeron a la derecha de W estimar la probabilidad de que W este en un intervalo específico de la mesa. Es decir, averiguar la ubicación de W partiendo del resultado de las distintas Ois.

Antes de presentar su experimento, Bayes comienza su tratado con una serie de definiciones sobre la probabilidad. En su proposición 3 define lo que actualmente se conoce como probabilidad condicional. Básicamente consiste en evaluar la probabilidad de un evento dado que otro evento sucedió con anterioridad. En notación moderna esto sería:

$$P(E2/E1) = \frac{P(E2 \wedge E1)}{P(E1)} \text{ siendo E1 previo en el tiempo a E2}$$

Esto es la probabilidad de que suceda el evento E2 siendo que E1 ya sucedió es igual a la probabilidad que sucedan ambos eventos sobre la probabilidad de que suceda el primero. Luego, en la proposición 5, Bayes adelanta una afirmación que a simple vista es muy similar a la anterior pero que en su diferencia reside la potencia del teorema que lleva su nombre (Bayes, 1958). En notación moderna lo que Bayes propone es:

$$P(E1/E2) = \frac{P(E1 \wedge E2)}{P(E2)} \text{ siendo E1 previo en el tiempo a E2}$$

La notable diferencia es que ahora se está buscando la probabilidad de que un evento haya sucedido siendo que se sabe que otro evento, posterior en el tiempo, sucedió. En el ejemplo de la mesa y las bolas, E1 equivale a la posición en la que la bola W detiene su movimiento, mientras que E2 equivale a la cantidad de bolas Oi que aterrizan a la derecha de W. Lo que demuestra el teorema de Bayes es que conociendo la proporción de bolas Oi que se detuvieron a la derecha de W puede estimarse la ubicación probable de W en la mesa (Bayes, 1958). Esta es una demostración rigurosa de la inversión del teorema de J. Bernoulli (Landro & González, 2016; Stigler, 1986).

El cambio de la analogía de la urna a la mesa fue importante ya que permitió a Bayes concebir como variable al parámetro que gobierna la probabilidad binomial de los otros eventos. Pero no por esto dejó de estar sujeto a las estrictas limitaciones de la analogía de la urna. Una vez que la bola W llega a su punto estacionario define las probabilidades de las bolas Oi en un sentido tan constante y determinado como la proporción de bolas en la urna de J. Bernoulli. Los eventos Oi, no sólo son independientes entre sí sino que también son independientes con respecto a la bola W. Es fácil ver cuanto más complicado sería el problema si se permitiera, como en el juego de bochas, que las bolas Oi impacten sobre W y generen modificaciones aleatorias sobre el parámetro.

La segunda cuestión tiene que ver con el supuesto de equi-probabilidad implícito en “una mesa perfectamente nivelada”. Este mismo supuesto está presente en la urna de J. Bernoulli en el sentido de que cualquier bola de la urna, sin importar su color, tiene la misma probabilidad de ser extraída. En la mesa de Bayes este supuesto se extiende también a la distribución del parámetro que gobierna el resultado de las bolas Oi. Es decir, tanto la bola W, como todas las bolas Oi arrojadas después, tienen la misma probabilidad de caer en cualquier sección de la mesa. Esto implica suponer una distribución uniforme para la ubicación de W. En ausencia de este supuesto, o cualquier otro sobre la probabilidad de W, sería imposible concretar la inversión del teorema de J. Bernoulli. El matemático británico se dio cuenta que este supuesto podría generar controversias a la hora de sostener la analogía y, por ello, añadió un escolio sobre este tema inmediatamente después de probar su teorema.

> "Que la misma regla es la adecuada para ser utilizada en el caso de un evento sobre cuya probabilidad no sabemos absolutamente nada con antelación a cualquier ensayo que hagamos al respecto, parece surgir de la siguiente consideración; a saber, que con respecto a ese evento no tengo ninguna razón para pensar que, en un cierto número de ensayos, debería suceder una cierta cantidad de veces más que otra." (Bayes, 1958, p. 301, traducción propia)

Lo que sostiene Bayes es lo que luego fue denominado por Laplace como principio de razón insuficiente y que Keynes, en su *Treatise*, renombró como principio de indiferencia[45]. Este principio supone que la ignorancia sobre las causas de un fenómeno puede ser correctamente representada por una distribución uniforme, es decir, por una distribución que asigna la misma posibilidad a cualquier resultado de la variable. Este principio fue ampliamente aceptado en el siglo XVIII, al punto que Laplace lo convirtió en el fundamento de toda probabilidad.

4.5. Laplace y las reglas de la inducción

Bayes fue el primero en invertir las probabilidades asociadas a un problema binomial como el de la urna de J. Bernoulli, pero el impacto de su tratado no fue inmediato. Incluso luego de la publicación póstuma de su *Essay* no hubo repercusiones y hubo que esperar al re-descubrimiento de la inversión de probabilidades por parte de Laplace para que su relevancia fuese entendida. Laplace no sólo revivió el descubrimiento de Bayes sino que también extendió su alcance a regiones que excedían lo propuesto por el matemático británico.

[45] Stigler (1986, pp. 128–129), a contramano de la interpretación común sobre el sentido del escolio de Bayes, sugiere que el autor no estaba pensando en términos del principio de indiferencia aplicado al parámetro sino a los resultados observables del experimento, es decir, las bolas Oi. El argumento de Stigler, sin embargo, sigue dependiendo del principio de indiferencia y adicionalmente atribuye un error en el razonamiento de Bayes por lo cual, tratándose de una libre interpretación sobre qué quiso decir Bayes, no parece estar justificado.

Laplace abordó por primera vez el problema de la inversión de las probabilidades en una memoria publicada en 1774. En sucesivas memorias desarrolladas a lo largo de siete años, Laplace fue puliendo los detalles matemáticos de su aproximación al problema. En todo este período Laplace no dio indicios de conocer el *Essay* de Bayes (Stigler, 1986). Un tiempo después, en 1812, Laplace sintetiza sus investigaciones previas en su clásico *Theorie analytique des probabilites* (1886). Luego, en 1814, publica *Essai Philosophique sur les Probabilités* (1902) un tratado más simple desde el punto de vista matemático cuyo fin fue presentar las aplicaciones de la teoría de probabilidades en los campos más diversos. Los tratados de Laplace tuvieron un monumental éxito en su época, no tanto por su originalidad, sino por su capacidad para sintetizar y aglomerar las discusiones y aplicaciones de la teoría de probabilidades (Todhunter, 1865).

En 1774, Laplace presentó una formulación muy similar a la conclusión de Bayes pero como una proposición sin demostrar ni justificar. A diferencia del modelo geométrico de Bayes, Laplace aproximó el problema desde el clásico ejemplo de la urna de J. Bernoulli. Pero para poder resolver el problema de la inversión de probabilidades, como se vio en el caso de Bayes, es indispensable concebir la proporción de la urna como una variable a determinar (Stigler, 1986). Entonces, a diferencia de J. Bernoulli, Laplace pensó en la existencia de infinitas urnas, cada una de ellas con una proporción distinta de bolas. El problema de la inversión, en sus términos, se reducía a determinar de qué urna (de todas las posibles) se estaban extrayendo las bolas[46] (Daston, 1995; Landro & González, 2016). Es decir, dado que se extrajeron p bolas blancas y q bolas negras, qué probabilidad hay de que la urna de la que provinieron tenga una proporción de bolas contenida en ciertos límites.

Las limitaciones a las que estaba sujeto el teorema de Bayes se mantuvieron en la propuesta de Laplace. Esencialmente, las sucesivas extracciones debían ser independientes entre sí. A su vez, Laplace también echó mano al principio de razón insuficiente para justificar la distribución uniforme de la proporción de bolas en las urnas. En este sentido supuso que se tenían las mismas posibilidades de extraer las bolas de cualquiera de las múltiples urnas que había imaginado.

A diferencia de Bayes, Laplace buscó aplicar la noción de probabilidad inversa a una multiplicidad de situaciones. Un ejemplo es el típico problema de determinar si había más probabilidades de que nacieran varones o mujeres (Landro & González, 2016). Este

[46] Adicionalmente, para generalizar el problema, en esencia discreto, al caso continuo, supuso que la cantidad de bolas en las urnas era infinita, pero en una determinada proporción.

problema ya había sido abordado desde nociones frecuentistas (*a la* J. Bernoulli) por otros probabilistas como John de Arbuthnot, Daniel Bernoulli o Abraham De Moivre. Desde el punto de vista de estos autores se tomaban las estadísticas colectadas como aproximaciones a la probabilidad de que nazca un varón o mujer. Laplace buscó recorrer el camino inverso y se preguntó cuál es la probabilidad de que dicha probabilidad sea menor a ½ siendo que tenemos estos registros de nacimientos. Basándose en información colectada entre 1745-84, concluyó que la probabilidad de que la proporción de hombres con respecto a mujeres en la "urna de los nacimientos" sea mayor a ½ era próxima a la certeza (Laplace, 1886, pp. 387–88).

Mucho más controvertido en el desarrollo de Laplace fue lo que John Venn (1876, pp. 171–183) dio a llamar la "regla de sucesión". Razonando desde el esquema de inversión de probabilidades, Laplace se preguntó cuál es la probabilidad de que la próxima bola que se extraiga de la urna sea blanca sabiendo únicamente que hasta ahora se extrajeron p bolas blancas y q bolas negras. El "únicamente" de la oración anterior es importante ya que lo que presupone Laplace es que se trata de un evento del que nada se sabe, salvo los resultados obtenidos en los $p+q$ experimentos. Esto, desde su perspectiva, lo justifica en la aplicación del principio de indiferencia a la proporción de bolas en la urna. De este modo, Laplace (1886) redujo todos los problemas de este tipo, que tienen como condición partir de una ignorancia total de las características que gobiernan los fenómenos, a la siguiente regla para el cálculo de la probabilidad de la siguiente instancia:

$$\frac{p+1}{p+q+2}$$

Esta regla pretendía cuantificar el nivel de confianza despertado por la experiencia en sucesos futuros. Partiendo de una distribución uniforme justificada en el principio de indiferencia, la regla muestra cómo debe transformarse la probabilidad de acuerdo a los sucesivos resultados (positivos o negativos) que se van obteniendo.

El ejemplo clásico sobre el que se aplicó esta regla es el referido a la probabilidad de que salga el sol mañana. De este modo es común encontrar en escritos de la época autores razonando del siguiente modo (Daston, 1995): El primer hombre que puso los pies sobre la tierra debe haber sufrido mucho cuando vio que el sol se ponía y abría paso a la noche. Sin experiencia sobre la que basarse, Laplace hubiese dicho que en la cabeza de este sujeto la probabilidad de que el sol salga al otro día era de ½. Ya que es una de dos posibilidades que, en ausencia de experiencia, el individuo hubiese considerado como igualmente posibles. Al ver que el sol efectivamente salió al otro día, en la próxima noche, su expectativa de que el sol salga al otro día hubiese pasado a 2/3. La próxima a ¾, 4/5, 5/6, y así hasta la extrema confianza que nos caracteriza hoy en que el sol saldrá mañana. El mismo Laplace cuantificó dicha probabilidad en su momento como equivalente a 1.826.214/1.826.215, es decir, 0.99999945, lo cual, a su entender, excedía la certeza moral.

Como ya se dijo, y se desarrollará más adelante, Keynes sistematizaría las principales críticas al principio de razón insuficiente de Laplace y, junto a este último, a su "regla de sucesión". Por ende, tendremos tiempo más adelante para revisar en detalle los principios implícitos en esta regla. Pero para entender las consecuencias de considerar únicamente las frecuencias con las que suceden los eventos como fundamento de la creencia, vale la pena recordar un ejemplo hipotético debido a Popper (Gillies, 2000, p. 73). Si un día después de que Laplace llevara a cabo sus cálculos, el sol fallara en salir en todo el territorio europeo, la regla de Laplace levaría a re-estimar la probabilidad de que salga en el siguiente día de modo que sea 1.826.214/1.826.216, o sea, 0.99999890. Es decir, un evento tan inédito como que el sol falle en salir un día, sólo llevaría a una re-estimación de -0.00000055 en la probabilidad de que salga el siguiente día. Sin dudas, la espectacularidad del evento llevaría a sospechar que algo ha cambiado en el funcionamiento del planeta afectando las creencias sobre la probabilidad de que el sol salga al siguiente día en modo mucho más dramático que el predicho por la "regla de sucesión" de Laplace (Gillies, 2000).

Con la regla de sucesión Laplace terminó por invertir la relación entre probabilidad e inducción que J. Bernoulli había inaugurado. Ya no sería la probabilidad la que requeriría de la inducción, sino la inducción la que encontraba su fundamento en la probabilidad. La regla de sucesión mostraba cómo la repetición de instancias permitía ir mejorando con cada observación el grado de creencia que era razonable prestar a un determinado fenómeno y ajustarlo a la frecuencia con que dicho fenómeno acontecía.

4.6. Poisson y la ley de los grandes números

Poisson fue el principal discípulo de Laplace y a él se debe la clásica denominación "ley de los grandes números". En general se reconoce al teorema de J. Bernoulli como la primera demostración matemática de esta ley, pero, como se verá, existen diferencias importantes entre el planteo de J. Bernoulli y el de Poisson (Daston, 1995; Hacking, 1990). Este último extendió significativamente el alcance del teorema tal como lo desarrolló Laplace al considerar fenómenos que no son extraídos de una única población de referencia, sino que son producto de condiciones distintas en cada una de las instancias. Continuando con la analogía de la urna, Poisson consideró el caso en que se extraen bolas de urnas distintas en cada caso. Esto lleva a que cada una de las instancias dependa contingentemente de una proporción distinta, no obstante lo cual, siempre que la varianza entre poblaciones no sea infinita, se puede demostrar que la serie tiende a una frecuencia estable.

En realidad se debe a Condorcet (1785) el primer intento en este sentido. Tanto Conodorcet como Poisson desarrollaron estas ideas reflexionando sobre la posibilidad de aplicar la doctrina de la probabilidad al armado de las instituciones judiciales del nuevo régimen, post-revolución francesa. El título del tratado de Poisson es bastante claro al respecto: *Recherches sur la probabilité des judgements en matiere criminelle et en matiere civile* (1837)

Condorcet en su *Essai sur L´Application de L´Analyse à la Probabilitté des Décisions* (1785) concentró su tratamiento en el diseño óptimo del tribunal que emite el juicio. En este sentido propuso que el número de miembros, su grado de "ilustración" y la mayoría necesaria permitiría regular la probabilidad de que los fallos sean injustos. Su intención era minimizar la posibilidad de que el tribunal cometa dos tipos de errores, a saber, no condenar al culpable (injusticia para la sociedad en su conjunto), o condenar al inocente (injusticia para el individuo)[47]. Cada juez, a los ojos de Condorcet era una urna cuya probabilidad de emitir un juicio correcto era asimilable a una proporción de bolas blancas y negras. Cuanto más "ilustrado" era el juez, mayor la proporción de decisiones correctas en su urna. Si bien era imposible controlar la probabilidad de que un juez se equivoque en una decisión particular, Condorcet sugirió que podía controlarse el nivel de justicia promedio del sistema tras la iteración de juicios. Condorcet era consciente que esto no es consuelo para aquel que es condenado injustamente y, en este sentido, era partidario de instituciones que minimizaran principalmente la probabilidad de condenar al inocente.

[47] Esta dicotomía de errores resulta familiar a cualquier estudiante de estadística introducido en el testeo estadístico de hipótesis. Aquí los errores susceptibles de ser cometidos son rechazar una hipótesis verdadera (conocido como error de tipo 1, cuya probabilidad se denota por convención como *alpha*) y no rechazar una hipótesis falsa (error de tipo 2, cuya probabilidad se denota como *beta*).

Sin embargo, para poder aplicar el teorema de J. Bernoulli a estos problemas era necesario que sufriera una transformación fundamental. El fenómeno registrado, en este caso las decisiones de los distintos jueces, ya no podía ser considerado como emanando de una única causa determinada y regular. El mismo Poisson diría: "Sin embargo, en la aplicación del cálculo de probabilidades a fenómenos físico o morales, las posibilidades a menudo varían de una prueba a la siguiente, y también a menudo de una manera completamente irregular" (1837, p. 139, traducción propia). Para poder aplicar la teoría de probabilidades a las decisiones judiciales sería necesario transformar el teorema de J. Bernoulli en la ley de los grandes números (Daston, 1995; Hacking, 1990).

La ley de los grandes números, a diferencia del teorema de J. Bernoulli y sus subsiguientes versiones debidas principalmente a De Moivre y Laplace, pone el énfasis en la regularidad estadística que surge luego de la repetición sistemática de observaciones que son extraídas de poblaciones distintas con varianza finita. En este sentido cabe recordar que, para fines del siglo XVIII y principios del XIX, las estadísticas de nacimientos, casamientos, muertes, crímenes y demás, se habían vuelto comunes y la regularidad que mostraban en distintas regiones y momentos fue un hecho que sorprendió a todos (Landro & González, 2016; Porter, 1986; Stigler, 1986). La ley de grandes números de Poisson, además de admitir demostración matemática, se evidenciaba en una multiplicidad de fenómenos cotidianos. Todo elemento que permitiera una contabilización suficientemente grande parecía estar destinado a ser gobernado por una regularidad de conjunto.

> "De estos ejemplos de todo tipo, se sigue que la ley universal de los grandes números ya es para nosotros un hecho general e incontestable, que resulta de la experiencia, la cual nunca miente" (Poisson, 1837, p. 12, traducción propia)

La ley de los grandes números de Poisson mostraba que, a pesar de que no existieran las mismas causas detrás de los fenómenos, cuando el número de observaciones era lo suficientemente grande, surgía un orden, una regularidad, en los valores promediales. Lo único que exigía Poisson para la formulación de su teorema es que los distintos eventos registrados sean independientes entre sí, es decir, que el hecho de obtener un resultado en uno de los registros no afecte la probabilidad de los resultados en el registro siguiente y que la varianza no sea infinita. Para graficar la diferencia entre el teorema de J. Bernoulli y su ley de los grandes números, Poisson sugirió la siguiente analogía. El teorema de J. Bernoulli, y sus subsecuentes modificaciones, servía para indagar cuál es la posibilidad de que salga cara o seca en una moneda determinada. La posibilidad de obtener cara en una moneda cualquiera está determinada por la constitución física de dicha moneda. Si bien es imposible determinar si en el próximo tiro saldrá cara o seca, cuando el lanzamiento se repite miles de veces la frecuencia relativa con la que aparece cara se estabiliza alrededor de dicha posibilidad como producto de la constitución física de la moneda, tal y como J. Bernoulli lo estableció en su teorema. La ley de los grandes números, en cambio, investiga la situación que surge de arrojar una moneda distinta cada vez. La constitución física de cada una de las monedas es distinta y desconocida, pero, aun así, tras muchas repeticiones puede verse un patrón de comportamiento. El ejemplo de las monedas es gráfico a su vez del requisito de independencia. Obtener cara en la primera moneda arrojada no afecta los resultados de la siguiente moneda a arrojar.

> "Este ejemplo material es una imagen de lo que ocurre en los asuntos morales, considerados independientemente de la naturaleza de sus causas, y sólo con respecto a sus efectos. En el caso de sentencias judiciales, por ejemplo, las posibilidades de condena y absolución varían de un juicio a otro, así como las posibilidades de las dos caras de la moneda de 5 francos varían de una moneda a otra. Sin embargo, esto no previene el número de absoluciones y condenas de ser casi invariable para un gran número de juicios, como también lo es la relación entre la ocurrencia de los dos lados de diferentes monedas.” (Poisson extraído de Daston, 1995, p. 365, traducción propia)

Que Laplace no consideraba la posibilidad de estudiar una serie de fenómenos que provengan de distintas causas cada vez queda bastante claro en la siguiente afirmación:

> “Pero si, por la falta de confiabilidad de las circunstancias, volvemos constantemente a un estado de indecisión absoluta, si, por ejemplo, cambiamos la moneda en cada lanzamiento del juego de cara o seca, el pasado no puede arrojar ninguna luz sobre el futuro y sería absurdo tenerlo en cuenta.” (Laplace, 1902, p. 15, traducción propia)

Pero el contraste entre las citas anteriores de Laplace y Poisson muestra una tensión mayor entre los proyectos de ambos matemáticos. Al enunciar la ley de los grandes números prescindiendo del supuesto de uniformidad de causa, Poisson amplió el alcance del teorema de J. Bernoulli y re instituyó la relación entre probabilidad e inducción que había concebido J. Bernoulli (Hacking, 1990). Con la ley de los grandes números, las frecuencias observadas se volvieron buenos estimadores de la probabilidad de los eventos más allá de si existen causas uniformes que los generen. Si bien Poisson reproduce las enseñanzas de Laplace respecto a la inversión de la probabilidad y la regla de sucesión, con su ley de los grandes números, señala un proyecto alternativo donde se pueden estudiar los fenómenos naturales y morales en ausencia de toda comprensión sobre sus causas.

Cournot, que fue contemporáneo a Poisson, revertiría la pre-eminencia que el teorema de Bayes había tenido sobre el de J. Bernoulli en la obra de Laplace al afirmar

> “No es, como muchos autores parecen afirmar, que la regla Bernoulli se convierte en exacta próxima a la de Bayes; Es la regla de Bayes la que se vuelve exacta o más bien asume un valor objetivo al acercarse a la de Bernoulli" (Cournot extraído de Daston, 1995, p. 234 traducción propia)

Con esto Cournot quería indicar que una proporción constante que gobierna las instancias particulares no existe. En ese sentido, tanto J. Bernoulli como Bayes estaban equivocados. Cournot piensa igual que Poisson, en la mayoría de los casos, las instancias individuales son gobernadas por causas diferentes y extrañas. Sin embargo, al vincular las instancias particulares a una serie, se las ordena sin referencia a sus causas. En estas la irregularidad de las instancias individuales se troca en orden y regularidad del conjunto. Sólo en ese punto existe la posibilidad de invertir las probabilidades y conocer la proporción del conjunto. La ley de Bayes depende, a los ojos del frecuentismo que estaba naciendo a principios del siglo XIX, de la definición de una serie y de la existencia de una proporción dentro de la misma.

En esta misma línea, Poisson, a diferencia de sus antecesores, rechaza la noción de que las regularidades expuestas por los grandes conjuntos de datos sean consecuencia de la existencia de un diseño original. Poisson traslada la noción de orden de Dios a la naturaleza. Para él, la naturaleza y la sociedad tienen un orden inherente que constituye “el estado natural de las cosas, que subsiste por sí mismo sin la ayuda de ninguna causa extranjera y que, por el contrario, requeriría una causa de este tipo para sufrir un cambio significativo." (Poisson, 1837, p. 145, traducción propia)[48]. En Poisson, el orden no refiere a lo divino sino a la naturaleza, concebida como un sistema de leyes independiente de todo conocimiento humano (Daston, 1995).

Poisson, que escribe en el mismo momento que Cournot y Quetelet, también diferenció entre causas objetivas por las que existe el azar y razones que justifican nuestra creencia en una determinada probabilidad. Para Poisson, el azar existe gracias a la generación de condiciones ficticias que permiten aplicar el principio de indiferencia a un objeto físico que, bajo las leyes de la naturaleza, tiene un comportamiento impredecible[49]. Batir los dados, mezclar las cartas o revolver la urna, permiten borrar todo conocimiento sobre el punto de partida del dispositivo físico que luego es utilizado en el juego de azar. Que todas las caras de un dado tengan las mismas posibilidades, es, para Poisson, consecuencia de la composición material del dado y es irrelevante si quien arroja el dado lo sabe o no. Distintos conocimientos sobre su estructura física, o conocimiento sobre los resultados obtenidos en una serie de pruebas, permiten estimar probabilidades acordes a ese conocimiento, pero las posibilidades (*chances*) del dado continúan siendo siempre las mismas ya que están determinadas por su constitución física. En sus palabras, "la palabra posibilidad (*chance*) se referirá a los eventos en sí mismos, independientemente de nuestro conocimiento de ellos, y mantendremos la palabra probabilidad ... para la razón que tenemos de creer." (Poisson, 1837, p. 31, traducción propia).

Un poco más tarde, Cournot haría la diferencia que ya marcamos entre "posibilidad objetiva" que hace referencia a "la existencia de una relación que subsiste entre las cosas en sí mismas" y "probabilidades subjetivas" que significan "nuestra manera de juzgar o sentirnos, variando de un individuo a otro" (Cournot, 1843, p. 82, traducción propia). Como vimos en el capítulo anterior, a partir de mediados del siglo XIX, la distinción se volvió común y varios autores en simultaneo propusieron estructurar el concepto de probabilidad alrededor del de frecuencia estadística.

Con esto la relación entre probabilidad e inducción volvió a invertirse y suponer la misma forma que tuvo en la pluma de J. Bernoulli. Para el frecuentismo la inducción

---

[48] El quiebre de Poisson con sus antecesores recuerda al remoto anticipo de la Ilustración, donde los filósofos jonicos realizan "(…) el descubrimiento de que el mundo circundante… es puramente natural y no en parte natural y en parte supra-natural. Así, la ciencia comienza cuando se entiende que el universo es un todo natural que posee sus modos de acción inmutables…" (Cornford, 1980, p. 14)

[49] A este proceso por el cual se generan condiciones que permiten aplicar el principio de indiferencia, Poisson lo llama *hasard* (Daston, 1995; Poisson, 1837).

presta un servicio en la estimación de probabilidades y no al revés. Cuál es el fundamento de la inducción es algo que el frecuentismo no se pregunta y, en línea con esto, tiende a olvidar que las proporciones que estima utilizando el método inductivo también son sólo probables.

Habiendo pintado este cuadro sobre el curso del concepto moderno de probabilidad desde sus orígenes en el siglo XVII hasta fines del siglo XIX, pasemos a estudiar la obra de Keynes. Es importante remarcar que la obra de Keynes cumplió un rol fundamental como síntesis del pensamiento probabilístico en su época y en este sentido está plagada de menciones a los autores que lo antecedieron y que estudiamos en esta primera Parte. En la próxima Parte trataremos de presentar la concepción keynesiana de la probabilidad, al mismo tiempo que recuperamos la interpretación retrospectiva del autor sobre la historia del concepto. A medida que avanzamos en la segunda Parte es importante mantener presente la tesis que guió la investigación. A saber, que Keynes buscó recuperar la noción de probabilidad presente en la escuela de Locke y mostrar cómo las distintas alternativas que surgieron a lo largo del siglo XVIII y XIX pueden ser consideradas como casos particulares de la misma. Dada la fuerte asociación de la probabilidad con su sentido matemático, gran parte de su esfuerzo estuvo dedicado a mostrar que la probabilidad, entendida como el juicio racional en base a evidencias falibles, no siempre es provechosamente reducible a un número. Adicionalmente, Keynes creía que sus observaciones eran especialmente relevantes para comprender la relación entre probabilidad e inducción, la cual, como vimos en este último capítulo de la Parte I, ensayó distintas uniones a lo largo de los siglos XVIII y XIX.

Parte II

El episodio del *Treatise* a la luz de la historia del concepto de probabilidad

Capítulo 5
El concepto keynesiano de probabilidad

5.1. Introducción

A lo largo del *Treatise on Probability,* Keynes desarrolla lo que él considera una teoría de la creencia racional. La creencia, a diferencia del conocimiento, admite grados. Y la probabilidad, desde su perspectiva, es el grado de creencia que un cierto número de evidencias y relaciones evidentes permiten ostentar en una determinada proposición. De este modo decir que algo es probable es, para Keynes, equivalente a decir que existen buenas razones que llevan a creer que es posible que sea verdadero, es decir, no es imposible pero tampoco es necesario. Por otro lado, decir que algo es más probable que otra cosa, implica afirmar que las evidencias disponibles conducen a creer en una alternativa sobre la otra.

Antes de analizar los detalles del esquema teórico que Keynes propuso para explicar estas ideas, vale la pena enfatizar que el concepto de probabilidad que buscó cimentar no es otro que el que existió con antelación a su fundición con la doctrina del cálculo de las posibilidades. Recordemos que en el Capítulo 2 estudiamos el surgimiento de la doctrina de las posibilidades como un fenómeno escindido del acotamiento conceptual de la probabilidad a la lógica y, en el Capítulo 3, estudiamos cómo, de la pluma de J. Bernoulli, esta doctrina fue aplicada a todo el campo de lo probable dando origen a las escuelas de Laplace y Quetelet.

El concepto de probabilidad que Keynes busca defender tiene mucho en común con el que tenía Locke y, hasta cierto punto, J. Bernoulli y los autores de la *Lógica de Port Royal*. Con esto no queremos decir que Keynes siguió paso a paso a estos autores en la presentación de sus ideas, ni que esta fue su única influencia en la formación de sus ideas sobre la probabilidad. Claramente su pensamiento fue fuertemente influido por su contexto intelectual inmediato, esto es por Russell, Moore y Johnson. Además, Keynes escribe después de Hume, Laplace, Poisson, Quetelet y Venn, sólo por nombrar los más relevantes, y no puede evitar que sus ideas se vean influidas, ya sea por asentimiento o rechazo, por la de estos autores. El mismo Keynes deja esto en claro mediante las múltiples referencias y discusiones que plantea con estos autores a lo largo del *Treatise*. Uno de los objetivos de esta tesis, como fue presentado en la introducción, es recuperar el contexto de las ideas de Keynes sobre probabilidad para así dar sentido al episodio del *Treatise* en la historia del concepto.

Lo que se busca establecer al decir que Keynes recuperó el concepto de probabilidad que tenían los autores de la escuela de Locke, es que piensa a la probabilidad en el contexto del ejercicio del juicio ante evidencias falibles. Como se vio en la Parte I, la escuela de Laplace primero y la escuela de Quetelet más tarde, se alejaron de estas nociones iniciales en su esfuerzo de reducir a toda probabilidad a un número que permita su tratamiento mediante la doctrina de las posibilidades. Keynes reacciona a esto y busca recuperar las ideas de la escuela de Locke que, sin ser rechazadas, habían quedado sepultadas detrás de los desarrollos algebraícos y los cálculos precisos. Keynes considera que la concepción de la escuela de Locke es más amplia que la que tuvieron la escuela de Laplace y Quetelet y busca integrar el momento de verdad de ambas en el marco de su teoría *general*.

Keynes anuncia con bastante claridad sus intenciones de trabajar, y desarrollar, una concepción de la probabilidad que estaba presente en tiempos de Leibniz y Locke y que Hume diferenció del enfoque matemático de J. Bernoulli. En el prefacio del *Treatise*, tras advertir que el "tema de este libro fue abordado por primera vez en la mente de Leibniz…", señala que si bien se "puede percibir que he sido muy influenciado por W. E. Johnson, G. E. Moore y Bertrand Russell, es decir, por Cambridge… el libro continúa en sucesión directa la tradición inglesa de Locke, Berkeley y Hume…" (J. M. Keynes, 1921, p. v, traducción propia). En el último párrafo del *Treatise*, a modo de conclusión, deja aún más clara su intención de emparentarse a Leibniz y Hume y de separarse de Laplace y Quetelet.

> "Al sentar las bases del tema de la Probabilidad, me he apartado mucho de la concepción que gobernaba las mentes de Laplace y Quetelet y ha dominado, a través de su influencia, el pensamiento del siglo pasado, aunque creo que Leibniz y Hume podrían haber leído lo que he escrito con simpatía." (J. M. Keynes, 1921, p. 427, traducción propia)

En el primer capítulo del *Treatise*, cuyo título es "El significado de la probabilidad", y tras explicar que, para él, la probabilidad es un grado de creencia que se vincula unívocamente con las premisas que lo fundan mediante una relación lógica, advierte que

> “Es verdad que los matemáticos han empleado el término en un sentido más restringido... Pero en el uso común de la palabra nunca ha recibido esta limitación... al hacer un intento serio por lidiar con las dificultades fundamentales que encontraron todos los estudiantes de probabilidades matemáticas y que permanecen notoriamente sin resolver, debemos comenzar por el principio (o casi el principio) y tratar nuestro tema ampliamente... E incluso si luego deseamos utilizar la probabilidad en un sentido restringido, será bueno saber primero qué significa en su sentido más amplio.” (J. M. Keynes, 1921, p. 6, traducción propia)

Si bien Keynes es poco claro sobre a qué se refiere con “el principio (o casi el principio)”, se puede inferir que se refiere al desarrollo de la doctrina de las posibilidades por parte de Huygens y Pascal (que serían el principio) y la posterior ampliación de sus aplicaciones de la mano de J. Bernoulli. Pero no hace falta sostener esta afirmación en base a suposiciones ya que el mismo Keynes nos da su visión retrospectiva sobre el curso histórico del concepto de probabilidad en el capítulo siete del *Treatise,* titulado “Retrospectiva histórica”, donde afirma, en línea con lo que se vio en el Capítulo 1, que los autores de *La lógica de Port Royal* fueron “los primeros en tratar la lógica de la probabilidad en el modo moderno” (J. M. Keynes, 1921, p. 80, traducción propia). Adicionalmente, Keynes advierte que Locke los siguió por este camino compartiendo la comprensión de la probabilidad como el grado de creencia que es racional ostentar en base a la evidencia con la que se cuenta. Aunque, desde la perspectiva de Keynes, estas ideas estaban, sin reconocerlo, demasiado asociadas al principio de uniformidad de la naturaleza y Hume fue el primero en criticarlas en este sentido[50]. Ese es el linaje de la discusión que Keynes busca recuperar en su *Treatise.*

Pero,

> “mientras tanto, el tema había caído en manos de los matemáticos, y un método de aproximación completamente nuevo estaba en curso de desarrollo… James Bernoulli, el verdadero fundador de la escuela clásica de

[50] “Hume, de hecho, señala que, si bien es cierto que la experiencia pasada da lugar a la anticipación psicológica de algunos acontecimientos sobre otros, no se ha dado ninguna base para la validez de esta anticipación superior.” (J. M. Keynes, 1921, p. 81, traducción propia).

> probabilidad matemática… basó muchas de sus conclusiones en un criterio bastante diferente: la regla que he denominado el Principio de indiferencia.”
> (J. M. Keynes, 1921, p. 81, traducción propia).

El nuevo principio establecía una regla para distribuir la certeza entre alternativas que se sabían posibles, pero cuyas causas eran completamente ignoradas. Keynes reconoce que J. Bernoulli no desdeñó el criterio previo, pero omite mencionar que, al igual que en su propuesta, el matemático suizo pretendió basar toda probabilidad en argumentos, es decir, en la conexión argumental entre una cierta evidencia y la conclusión. La creencia de J. Bernoulli de que cualquier argumento podía ser reducido a una proporción entre casos favorables sobre totales, llevó a Keynes a considerar su exposición íntegramente en términos del principio de indiferencia de “la escuela clásica de probabilidad matemática”, es decir, la escuela de Laplace. Para Keynes, los propulsores de este método “se fijaron más en el lado negativo que en el positivo de su evidencia, y encontraron más fácil medir grados iguales de ignorancia que cantidades equivalentes de experiencia.” (J. M. Keynes, 1921, p. 85, traducción propia)

De cualquier modo, desde el punto de vista de Keynes, a partir de J. Bernoulli la teoría de probabilidades asumió una nueva forma fruto de la aplicación del principio de indiferencia fuera del terreno donde Pascal y Huygens lo habían desarrollado.

> “En este Principio, extendido por Bernoulli más allá de los problemas de los juegos en los que mediante suposiciones tácitas Pascal y Huygens habían resuelto algunos ejercicios simples, pronto se dejó descansar todo el tejido de la probabilidad matemática. El viejo criterio de la experiencia, nunca repudiado, pronto quedó subsumido bajo la nueva doctrina” (J. M. Keynes, 1921, p. 82)

Entonces, para Keynes, el concepto de probabilidad que originalmente había sido asociado con la lógica, fue crecientemente asociado a la matemática mediante el principio de indiferencia. Sin embargo, “el viejo criterio de la experiencia” permaneció presente, aunque opacado por las suposiciones de los matemáticos. En el siglo XIX, esto llevó a una reacción predecible “de las manos del empirismo” que “en el estado de la filosofía en ese momento, tenía a Inglaterra como su hogar natural” (J. M. Keynes, 1921, p. 85, traducción propia). Ellis primero, y Venn más tarde, criticarían las suposiciones de los matemáticos y buscarían basar a la probabilidad enteramente en la experiencia. “La ignorancia”, diría Ellis, “no puede ser la base de ninguna inferencia” (Ellis extraído de J. M. Keynes, 1921, p. 85, traducción propia). Keynes comparte esta crítica y buscará refundar el principio de indiferencia de modo que no esté basado en la ignorancia sino en la carga de la prueba, pero también critica el movimiento frecuentista al punto que algunos autores interpretaron su *Treatise* como un esfuerzo por desautorizar a esta perspectiva (Baccini, 2004; Bateman, 1996).

En el Capítulo 7 revisaremos en detalle las críticas de Keynes a la interpretación frecuentista de la probabilidad, sin embargo, quizás valga la pena marcar de antemano la principal crítica que dirige a esta perspectiva.

> “Es la crítica obvia, así como la correcta, de semejante teoría, que la identificación de la probabilidad con la frecuencia estadística… excluye claramente una gran cantidad de juicios que generalmente se cree tratan sobre probabilidad.” (J. M. Keynes, 1921, p. 95, traducción propia)

La principal, si bien no la única, crítica que Keynes dirige a la escuela de Quetelet apunta al acotamiento del alcance de la probabilidad al campo de acción de la causalidad estadística (Cassirer, 1956; Hacking, 1990). Keynes no reniega de esta y, como veremos más adelante, busca integrarla en su propio esquema. Pero si reniega de que se confunda la especie con el género. La subsunción de casos particulares a proporciones del conjunto está justificada en ciertos casos, pero este no es el único tipo de razonamiento que nos lleva a la probabilidad y, además, no está exento del juicio como sus defensores pretendieron afirmar.

Entonces, Keynes, reacciona al frecuentismo de Venn y Quetelet pero también al principio de indiferencia basado en la ignorancia de Laplace. Su intención es devolver a la probabilidad su sentido de juicio razonable en base a evidencias. En este sentido su concepto de probabilidad es identificable con el que sostuvieron Locke, J. Bernoulli, y los autores de la *Lógica de Port Royal*. Pero pasemos a ver la forma en la que Keynes aborda el problema de la probabilidad y sus similitudes y diferencias con el concepto pre-matemático de probabilidad que existió a fines del XVII y principios del XVIII.

5.2. Probabilidad y conocimiento.

Como vimos en el Capítulo 3, tanto Locke, como los autores de *Port Royal* y J. Bernoulli, fueron muy cuidadosos en diferenciar el conocimiento de la probabilidad. Para Arnauld y Nicole la diferencia se da entre verdades sobre la naturaleza, que son de carácter necesario e inmutable, y verdades contingentes, en general relacionadas a eventos o accidentes humanos, que "pueden ser o no ser, cuando nos preguntamos acerca del futuro, pero que no pueden ser de otra manera, cuando nos preguntamos por el pasado" (Arnauld & Nicole, 1662, p. 345). Son estos últimos los que incumben a la probabilidad y sobre los cuales conviene prestar atención a las circunstancias *internas* y *externas* a la hora de "juzgar sobre la verdad de un evento" y sobre la conveniencia de "creerlo o no creerlo" (Arnauld & Nicole, 1662, p. 346, traducción propia). J. Bernoulli también diferenció el conocimiento de la conjetura u opinión. "En cuanto a lo que es conocido más allá de toda duda, decimos que conocemos o entendemos; sobre todo lo demás, solo conjeturamos u opinamos..." (Bernoulli, 2005, p. 10, traducción propia). En Locke, la diferencia se da como producto de las dos facultades que otorga a la mente para la asociación de ideas, por un lado, está el conocimiento, claro y seguro, que percibe inmediatamente la asociación entre dos ideas, y, por otro lado, existe el juicio, mediante el cual la mente presume o supone la existencia de una asociación en función a evidencias no demostrativas. En el juicio no existe la percepción de la asociación de las ideas, sino la presunción de asociación, que es más grande cuanto mayores son las pruebas que existen a su favor. Locke refiere a la misma distinción entre evidencia *interna* y *externa* para guiar el juicio. Recordemos que con esta distinción todo ellos se refieren a la evidencia a la que se apela para ostentar una creencia. Se apela a evidencia *interna* cuando lo que me hace creer es mi propio testimonio, mi experiencia y conocimiento sobre la forma en la que son o fueron las cosas y, a la evidencia *externa* cuando aquello que fundamenta mi creencia surge del testimonio de otros.

Para Keynes la probabilidad emana del conocimiento. No hay probabilidad sin conocimiento sobre la conexión parcial entre las premisas y las conclusiones. Para presentar esto Keynes prefiere distinguir entre conocimiento "directo" e "indirecto", siendo este último el que concierne a la probabilidad. En estas categorías se puede percibir la influencia clara de Russell en sus ideas (Pears, 1989; Russell, 1992, 2001). De hecho la exposición de Keynes sobre este punto, mayormente concentrada en el capítulo dos del *Treatise* titulado "Probabilidad en relación a la teoría del conocimiento", se puede considerar un resumen de las ideas en relación a la teoría del conocimiento que Russell publicaría en *The problems of philosophy*[51] (2001) de 1912 y que extendería en un manuscrito no publicado, pero elaborado en 1913, titulado *The Theory of Knowledge*[52] (1992).

Para Keynes, al igual que para el Russell de esa época, el "conocimiento directo" emana de lo que decide "llamar sin referencia a otros usos del término, *familiaridad directa*[53]" (J. M. Keynes, 1921, p. 11, traducción propia). Aquello con lo que se tiene *familiaridad directa* "no constituye en sí mismo conocimiento, aunque el conocimiento surge de entablar *familiaridad* con estos objetos...". A "(l)os objetos de conocimiento y creencia, en oposición a los objetos de *familiaridad directa*..." Keynes, también en línea con Russell, los llamará proposiciones (J. M. Keynes, 1921, p. 12, traducción propia). Para Keynes, todo conocimiento es conocimiento sobre proposiciones, en este sentido, no se puede decir que se conoce algo hasta que se lo formula en una proposición verdadera. Por eso los objetos de *familiaridad directa* no son los objetos del conocimiento. Son una especie de materia prima amorfa hasta que se los logra poner en proposiciones. En este punto se puede ver el impacto en la obra de Keynes del giro lingüístico que Russell y Moore iniciaron, y que tendría su mayor expresión en el *Tractatus Logico Philosophicus* de Wittgenstein[54].

Pero; ¿Con qué cosas se tiene *familiaridad directa*? Keynes y Russell, admiten las "sensaciones, que podemos decir que experimentamos", las "ideas y significados, que podemos decir que entendemos" y, lo más importante para entender la propuesta de Keynes, "las relaciones entre los datos de los sentidos y significados, que podemos decir que percibimos" (J. M. Keynes, 1921, p. 12, traducción propia). Entonces, para Keynes,

[51] En el breve prefacio del libro, Russell agradece la "ayuda de algunos trabajos inéditos de G. E. Moore y J. M. Keynes: del primero en lo que respecta a las relaciones entre los datos de los sentidos y los objetos físicos, y del segundo en lo que se refiere a la probabilidad de la inducción." (2001, p I). Recordemos que el *Treatise* de Keynes fue publicado por primera vez en 1921, pero, como afirma R. Skidelsky (2009), gran parte del mismo ya estaba listo en 1913

[52] Pears relata las vicisitudes que llevaron a Russell a publicar sólo una parte de dicho manuscrito en la forma de artículos entre 1914 y1915. Al parecer Russell mostró los avances de su manuscrito al joven Wittgenstein, quien le dijo que "estaba todo mal, que él ya había intentado esa visión y sabía que no iba a funcionar" (Russell en correspondencia a Morrel extraído de Pears, 1989, p. 1, traducción propia). Las críticas de Wittgenstein parecen haber estado dirigidas a la noción de "relación" de Russell (Pears, 1989). Un elemento que, como se verá, es de suma importancia en el *Treatise* keynesiano y que el mismo Russell abandonó a partir de 1919.

[53] El término original es "*familiaridad directa*" y es un término importante en la obra de Russell. Algunos autores lo traducen como "conocimiento directo", pero se debe ser cuidadoso y distinguirlo de "*direct knowledge*".Siguiendo a Crespo (2005) optamos por traducirlo como "familiaridad directa" que a nuestro juicio refleja apropiadamente la noción de un acto precognitivo que busca Russell con el mismo.

[54] El Tractatus fue publicado en el mismo año que el *Treatise* de Keynes y, en parte, gracias a la insistencia de Keynes para que Wittgenstein lo presente como su disertación doctoral (Davis, 1996).

la experiencia, el entendimiento y la percepción son fuentes de conocimiento "directo" vía elaboración en proposiciones de aquello con lo que se tiene *familiaridad directa*.

El "conocimiento indirecto", en cambio, se obtiene mediante argumentos. Un argumento es, para Keynes, la conexión lógica entre proposiciones. Siempre que se arribe al conocimiento de, o sobre, una proposición como fruto de "contemplarla en relación a otras proposiciones que conocemos, lo llamo un argumento" (J. M. Keynes, 1921, p. 13). Keynes afirma que "(e)n la mayoría de las ramas de la lógica académica, como por ejemplo… la geometría del espacio ideal[55], todos los argumentos apuntan a la demostración cierta. Afirman ser concluyentes." (J. M. Keynes, 1921, p. 3). Más adelante se explica del siguiente modo. "Pasamos del conocimiento sobre la proposición *a* al conocimiento de la proposición *b* mediante la percepción de una relación lógica entre ambas. Con esta relación lógica tenemos *familiaridad directa*." (J. M. Keynes, 1921, p. 13). Es decir que, la relación entre las proposiciones se percibe intuitivamente. No caben dudas sobre la influencia de Russell y Moore en estas ideas, pero debe notarse que las mismas están, a su vez, emparentadas a la doctrina de asociación de ideas de Locke. El filósofo de la ilustración explica del siguiente modo el proceso de demostración de una verdad geométrica.

> "Por ejemplo, en la demostración de que los tres ángulos de un triángulo son iguales a dos rectos, un hombre percibe la conexión segura e inmutable de igualdad que hay…así, por un conocimiento intuitivo del acuerdo o desacuerdo de las ideas intermedias empleadas en cada paso de la progresión, toda la serie se continúa con una evidencia que muestra claramente el acuerdo o el desacuerdo de aquellos tres ángulos, en igualdad, respecto a dos ángulos rectos." (Locke, 1999, pp. 657–658)

En Locke, el pasaje de una idea a otra se da por un "conocimiento intuitivo" de su acuerdo. En forma similar, para Keynes, la conexión entre dos proposiciones, o conjuntos de proposiciones, se da por medio de la percepción de una relación lógica que las conecta. Aunque al principio Keynes habla de percepción, en otros pasajes usa la terminología clásica y se refiere a la "intuición lógica", "intuición humana", "plausibilidad intuitiva",

[55] Que Keynes considere a la geometría como una rama de la lógica también es un guiño al proyecto de Russell de reducir la matemática a la lógica en *Principle of mathematics* de 1903 y *Principia Mathematica*, junto a Whitehead, de 1910.

o, simplemente, “intuición” (J. M. Keynes, 1921, pp. 18–19, 56–57, 69, 76, 94, traducción propia). Esta relación lógica, con la cual se tiene *familiaridad directa*, posee, para Keynes, una existencia objetiva, independiente de las intenciones y los caprichos del sujeto que la percibe.

La relación lógica implícita en la afirmación: “si *a* entonces necesariamente *b*” es, a su vez, una proposición que podríamos llamar *q*. Lo que se conoce, para Keynes, es la proposición *q* que surge de percibir vía *familiaridad directa* la relación lógica. Para distinguir esta proposición, *q*, que da cuenta de la existencia de una relación lógica, de las proposiciones simples, *a* y *b*, Keynes utiliza una terminología sugerida por W.E. Johnson.

> “Será conveniente llamar a las proposiciones… que no contienen afirmaciones sobre relaciones de probabilidad, “proposiciones primarias”, y a las proposiciones… que si afirman la existencia de una relación de probabilidad, “proposiciones secundarias”. (J. M. Keynes, 1921, p. 11, traducción propia)

Las “relaciones de probabilidad” a las que Keynes hace mención son, para el autor inglés, una subespecie dentro del género de relaciones lógicas. De hecho, el proyecto de Keynes en el *Treatise* es precisamente mostrar que la teoría de probabilidades puede ser subsumida dentro de la lógica, entendida como aquella rama que investiga “los principios generales del pensamiento válido” (J. M. Keynes, 1921, p. 3, traducción propia). Un proyecto que había sido esbozado por Leibniz, compartido por los autores de *La lógica, o el arte de pensar*, y que Venn, desde un enfoque distinto y acotado a los ojos de Keynes, también había perseguido en su *Logic of chance*. El modo en que Keynes persigue este proyecto es generalizando estas relaciones lógicas, con las que se tiene *familiaridad directa*, de modo que incluyan también las relaciones de probabilidad. Keynes argumenta que no sólo se perciben relaciones de necesidad entre proposiciones sino también relaciones de probabilidad.

> “Del mismo modo en que… se supone que a veces podemos juzgar directamente que una conclusión *se sigue de* una premisa, no es una gran extensión de esta suposición suponer que a veces podemos reconocer que una conclusión *se sigue parcialmente de,* o se encuentra en una relación de

> probabilidad con, una premisa." (J. M. Keynes, 1921, p. 52, traducción propia, cursivas en el original)

Locke plante ideas similares a las de Keynes al advertir que en una demostración la conexión entre las premisas y las conclusiones es inmutable, mientras que en un argumento probabilístico, la vinculación entre ambas es mutable, por lo cual, no impide alcanzar la certeza del conocimiento y nos deja sólo con una presunción.

> "Así como la demostración es mostrar el acuerdo o el desacuerdo de dos ideas, por medio de la intervención de una o más pruebas que tienen entre sí una conexión constante, inmutable y visible, así la probabilidad no es sino la apariencia de un tal acuerdo o desacuerdo, por la intervención de pruebas cuya conexión no es constante e inmutable, o, por lo menos, que no se percibe que lo sea, pero que es o parece ser así por lo regular, y basta para inducir a la mente a juzgar que la proposición es verdadero o falsa, más bien que lo contrario" (Locke, 1999, p. 657)

Para ambos la probabilidad es consecuencia de la presentación de pruebas que, a diferencia de una demostración, son falibles. De este modo la probabilidad es la apariencia de acuerdo entre dos ideas en base a ciertas evidencias que no nos permiten alcanzar la certeza típica del conocimiento.

Carabelli (1988) enfatizó la influencia de Moore en relación a la concepción keynesiana de las relaciones de probabilidad y al carácter necesariamente intuitivo del conocimiento. Como explica Carabelli (1988, pp. 23–42) esta es una diferencia con Russell que creía que todas las categorías y proposiciones podían ser analizados hasta llegar a los "objetos atómicos" que constituían los "hechos elementales de la experiencia"[56]. Moore, en cambio, a pesar de su criticismo al idealismo trascendental kanteano, rescató la relevancia de los argumentos *sintéticos a priori* en la formación del conocimiento, poniendo un límite a los alcances de la entonces naciente filosofía analítica. Para Moore el conocimiento no es puramente analítico, sino que contiene un factor sintético irremediablemente intuitivo. En este sentido, el proyecto analítico puede

[56] Esta perspectiva russelliana está hasta cierto punto emparentada con el positivismo que surgió de la pluma de Mach en la segunda mitad del siglo XIX y que poco después llevaría a la fundación del círculo de Vienna (Banks, 2014).

ser llevado adelante sólo hasta que se alcanzan las categorías simples del pensamiento o, como él también las llamó, los "indefinibles" del pensamiento (Carabelli, 1988; Moore, 1922). En *Principia Ehtica* (1922), un libro que tuvo mucha influencia en el pensamiento del joven Keynes (Crespo, 2005; R. Skidelsky, 2009), Moore defendió que lo "bueno" es una de esas categorías a las que no se puede acceder más que por intuición[57]. Para Moore, en el límite del análisis, en el punto en el que no se puede desagregar más una noción, entra la intuición.

> "(…) cuando hemos reducido un caballo a sus términos más simples, entonces ya no se puede continuar definiendo esos términos. Son simplemente algo que piensas o percibes, y si alguien no los puede pensar o percibir, nunca podrás hacer que los conozca en su naturaleza mediante una definición." (Moore extraído de Carabelli, 1988, p. 30, traducción propia)

Las relaciones de probabilidad a las que Keynes hace mención, tienen este mismo carácter de "indefinibles", dependen de una intuición que no puede ser descripta más allá de la explicación de que es una relación entre premisas y conclusiones que no alcanza la certeza que caracteriza al conocimiento demostrable. Keynes afirma que "(n)o es siempre posible… analizar los procesos mentales en el caso del conocimiento indirecto", es decir, aquel fundado en argumentos, ya sean probables o demostrativos. Esto lleva a Keynes, junto a Moore, a poner ciertos límites al proyecto analítico de Russell. Por más precisión analítica y lingüística[58] que se tenga, no se puede dispensar de la intuición en la formación del conocimiento.

---

[57] "Bueno es bueno y ese es el fin de la cuestión… Lo bueno no puede ser definido eso es todo lo que tengo para decir al respecto" (Moore extraído de Carabelli, 1988, p. 29, traducción propia)

[58] Respecto al proyecto de reducir todas las proposiciones a un lenguaje exacto, Keynes deja en claro sus serias dudas de la relevancia del mismo en una nota al pie. Keynes dice, "Esta cuestión, que enfrentan todos los escritores contemporáneos de lógica y filosofía, es en mi opinión mucho más una cuestión de estilo -y, por lo tanto, para ser resuelta en el mismo tipo de consideraciones que otras preguntas similares- de lo que generalmente se supone. Hay ocasiones para métodos de declaración muy exactos, como los que emplea el Sr. Russell en *Principia Mathematica*. Pero también hay ventajas en escribir en el inglés de Hume. El Sr. Moore ha desarrollado en *Principia Ethica* un estilo intermedio que en sus manos tiene fuerza y belleza. Pero esos escritores, que se esfuerzan por una precisión exagerada sin ir al grano con el Sr. Russell, a veces son simplemente pedantes. Pierden la atención del lector, y la repetitiva complicación de sus frases complica su comprensión, sin que realmente logren, para compensar, una precisión completa. La confusión de pensamiento no siempre se evita mediante expresiones técnicas y poco acostumbradas, a las cuales la mente no tiene una reacción inmediata de comprensión; es posible, al amparo de un formalismo cuidadoso, hacer declaraciones que, si se expresaran en un lenguaje sencillo, la mente repudiará inmediatamente. Por lo tanto, hay mucho que decir, a favor de comprender la sustancia de lo que se está diciendo todo el tiempo, y de nunca reducir los sustantivos de su argumento al estado mental de una x o y." (Keynes, 1921, p. 19, traducción propia)

> “En todo conocimiento, por lo tanto, hay un elemento directo; y la lógica nunca será puramente mecánica. Todo lo que puede hacer es organizar el razonamiento de modo que las relaciones lógicas, que deben ser percibidas directamente, se hagan explícitas…” (J. M. Keynes, 1921, p. 15, traducción propia)

En definitiva, para Keynes, las relaciones de probabilidad son “indefinibles” que deben ser percibidos de forma intuitiva y no hay desarrollo de la lógica que vaya a suplantar dicha instancia. La capacidad de discernimiento no puede ser reemplazada por una fórmula mecánica. La forma de un desarrollo lógico no contiene, por más preciso que sea en su descripción, y valga la redundancia, su contenido.

Para Keynes las relaciones de probabilidad son lógicas a pesar de no ser necesarias. Esto es sin duda una ampliación de los límites de la lógica comprendida en su sentido clásico. Keynes era consciente de que lo que estaba proponiendo implicaba incorporar “argumentos dudosos” al terreno de la lógica.

> “El curso por el que la historia del pensamiento ha conducido a la lógica ha alentado la opinión de que los argumentos dudosos no están dentro de su alcance. Pero en el ejercicio cotidiano de la razón, no esperamos a la certeza, ni consideramos irracional depender de un argumento dudoso. Si la lógica investiga los principios generales del pensamiento válido, el estudio de los argumentos, a los que es racional atribuir *algún* peso, es una parte tan importante como el estudio de aquellos que son demostrativos.” (J. M. Keynes, 1921, p. 3, cursiva en el original, traducción propia)

Para comprender la estrategia de Keynes en su proyecto de incorporación de las relaciones de probabilidad dentro del campo de las relaciones lógicas, es necesario reparar sobre la distinción que hace entre grado de creencia “racional” y grado de creencia “a secas”. La probabilidad, para Keynes, se asocia al grado de creencia “racional” y no cualquier grupo de creencias ordenadas y coherentes entre sí. ¿Pero qué es un grado de creencia racional?

Como se vio al principio de este apartado, la probabilidad, en el esquema keynesiano, emana del conocimiento. Sólo que, a diferencia del conocimiento *de* alguna proposición que siempre viene acompañado de la certeza sobre su veracidad, la probabilidad implica el conocimiento *sobre* una proposición por medio del conocimiento *de* una proposición secundaria. Para Keynes, sólo podemos decir que tenemos un grado de creencia "racional" cuando percibimos, vía *familiaridad directa*, la relación de probabilidad entre las premisas y la conclusión. El conocimiento de esa relación de probabilidad para Keynes es, como todo conocimiento, seguro y verdadero, pero dicho conocimiento es *de* la relación, no *de* la conclusión. El conocimiento *de* la relación nos da conocimiento *sobre* la proposición que nos interesa[59]. El conocimiento *sobre* algo siempre es probable. Entonces, todo el peso de la distinción entre grados de creencia "racionales" y grados de creencia "a secas", en el esquema de Keynes, depende de la posibilidad de conocer las proposiciones secundarias que dan cuenta de relaciones de probabilidad.

> "Si un hombre cree algo por una razón absurda o sin ninguna razón en absoluto, y lo que cree resulta ser verdadero... no se puede decir que lo crea de manera racional, aunque lo cree y de hecho es verdadero... [Por otro lado,] (u)n hombre puede creer racionalmente que una proposición es probable cuando es de hecho falsa, si la proposición secundaria de la que depende es verdadera y cierta… Así, la creencia racional de cualquier grado solo puede surgir del conocimiento, aunque el conocimiento puede ser de una proposición secundaria… a la proposición en la que se entretiene el grado racional de creencia." (J. M. Keynes, 1921, pp. 10–11, traducción propia)

Keynes se da cuenta que, ciertamente, no todos los individuos perciben intuitivamente estas relaciones de probabilidad. Ya que no son tan evidentes e inmediatas como, por ejemplo, la relación de anterioridad en el tiempo de dos sucesos o de similitud entre dos objetos sensorialmente perceptibles.

> "Sin embargo, no siempre es posible ... decir mediante la percepción de *qué* relación lógica hemos pasado del conocimiento de una proposición al

[59] Keynes enfatiza la diferencia entre el conocimiento *de* algo y el conocimiento *sobre* algo. Cuando nuestra fuente de conocimiento es directa o indirecta, pero con el mayor grado de certeza, estamos alcanzando el conocimiento *de (of)* algo. En cambio, cuando nuestra fuente es indirecta y no suscita el mayor nivel de certeza conocemos *sobre (about)* algo. En el primer caso podemos decir que la proposición es segura y verdadera, en el segundo caso sólo podemos decir que es probable a la luz de las premisas

> conocimiento sobre otra. Pero... me inclino a creer que en todas las transiciones legítimas de este tipo debe existir alguna relación lógica ... entre las proposiciones, incluso cuando no somos conscientes explícitamente de ello ". (1921, p. 13, traducción propia)

Esto toca, para Keynes, la "relatividad del conocimiento respecto al individuo", es decir, a las diferentes capacidades en la percepción de relaciones lógicas. Estas se pueden presentar, para Keynes, incluso en la percepción de relaciones lógicas clásicas, como el silogismo y, por ende, no ve ningún impedimento en sostener esto mismo para el caso de las relaciones de probabilidad.

> "Lo que es evidente para mí y lo que conozco realmente, puede ser solo una creencia probable para usted, o puede no formar parte de sus creencias racionales en absoluto... Algunos hombres -de hecho, obviamente es el caso- pueden tener un mayor poder de intuición lógica que otros... La percepción de algunas relaciones de probabilidad puede estar fuera de los poderes de algunos o de todos nosotros." (J. M. Keynes, 1921, p. 18, traducción propia)

Estas ideas también están muy emparentadas a la concepción pre-matemática de la probabilidad de fines del siglo XVII. Como se vio en la Parte I, antes del auge de la escuela de Laplace, la principal característica que se resaltaba a los fines de los juicios de probabilidad era la capacidad de discernimiento. Lo más importante a los fines de estimar la probabilidad de algo era la capacidad para manejar con cautela las pruebas disponibles y otorgar su debido peso a cada una de ellas. Estas habilidades no podían ser reemplazadas por una fórmula y era evidente que algunos hombres las ejercitaban de mejor manera que otros. Por ejemplo, Locke dedica todo el capítulo XX del Libro Cuarto de su *Ensayo sobre el entendimiento humano*, titulado "Del falso asentimiento o del error", a describir las múltiples razones que pueden llevar a un hombre a estimar incorrectamente la probabilidad de un evento o relato. Locke distingue esencialmente cuatro razones que pueden llevar a este error: 1- Falta de pruebas; 2- Falta de habilidad en emplearlas; 3- Falta de voluntad para emplearlas; 4- Falsas medidas de la probabilidad[60] (Locke, 1999, p. 714). Hablando de la segunda, Locke dirá:

[60] Dentro de falsas medidas de probabilidad Locke considera únicamente la autoridad. Recordemos que Locke escribe en el ocaso de la probabilidad en el sentido de *endoxon*. Al respecto Locke dice que esta

> “Quienes carecen de habilidad para hacer valer, acerca de la probabilidad, las pruebas que tienen a mano, que no pueden seguir mentalmente una serie de consecuencias, ni pesar exactamente la preponderancia de contrarios testimonios y pruebas opuestas, concediendo a cada circunstancia lo suyo, pueden fácilmente inclinarse a otorgar su asentimiento a proposiciones que no sean probables… Gente como ésa no siempre es capaz de discernir de qué lado están las pruebas más convincentes… que en efecto existe semejante diferencia entre los hombre… es algo que nadie… podrá poner en duda, aun cuando no haya tenido ocasión de frecuentar, por una parte, los tribunales de Westminister-Hall y la bolsa de valores, o, por la otra, los hospitales y manicomnios.” (Locke, 1999, p. 716)

Es notable que Locke mencione el ámbito de los jueces y los corredores de bolsa como ejemplo del lugar donde se pueden encontrar hombres con mayores capacidades de discernimiento ante pruebas incompletas o falibles. En la Parte I vimos que para los probabilistas de fines de siglo XVII los jueces eran el arquetipo del pensamiento probabilístico, pero hacia mediados del siglo XIX los aseguradores les habían quitado su lugar. En definitiva, Keynes, al igual que Locke, cree que existen diferencias entre los hombres en lo que respecta al juicio y la intuición. Dada la misma situación, algunos hombres podrán distinguir correctamente entre las pruebas y otorgar un peso adecuado a cada una de ellas en la formación de su asentimiento, pero otros no. De nuevo, existe un componente de cautela y criterio que no es susceptible de ser alienado en una forma de pensamiento exógeno como una fórmula matemática o una forma lógica. Estas, para Keynes, son cáscaras vacías en ausencia de la intuición. El objetivo de una teoría de probabilidades, según lo concibe Keynes, es presentar la forma genérica de estas cáscaras vacías para así distinguir los puntos que dependen necesariamente de la intuición de quien sea que este evaluando la probabilidad de una conclusión.

5.3. El sentido relacional de la probabilidad y los juicios de preferencia y relevancia

causa “mantiene en la ignorancia y en el error a más gente que todas las otras juntas” y la define como “ceder nuestro asentimiento ante las opiniones comúnmente recibidas, ya sean las de nuestros amigos o las de nuestro partido, ya sean las de nuestra provincia o las de nuestra patria… ¡Como si la verdad pudiera establecerse por medio del sufragio de las multitudes!” (Locke, 1999, p. 725)

Entonces, para Keynes, la probabilidad de cualquier proposición esta siempre en relación con alguna o algunas premisas. Keynes dirá que "no tiene sentido decir que una proposición es probable a menos que especifiquemos respecto a qué conocimiento la estamos relacionando" (1921, p. 4, traducción propia). Al ser la probabilidad una relación no se puede afirmar que algo es probable sin referencia al cuerpo de premisas que sostienen dicha probabilidad, es "inútil, por lo tanto, decir "b es probable" , al igual que decir "b es igual", o "b es mayor" (J. M. Keynes, 1921, p. 6) y podríamos continuar, "b es similar", "b es posterior", etc. Cuando decimos que algo es probable "a secas" lo hacemos

> "(…) en aras de la brevedad, del mismo modo en que a veces decimos que un lugar está a tres millas de distancia, cuando en realidad nos referimos a que se ubica a tres millas de distancia de donde estamos situados... Ninguna proposición es en sí misma ni probable ni improbable, al igual que ningún lugar puede ser intrínsecamente distante ... " (J. M. Keynes, 1921, p. 7, traducción propia)

Esto lleva a que, dentro del esquema keynesiano, una misma proposición "sea capaz, al mismo tiempo, de distintos grados de relación, dependiendo del conocimiento con el cual se la está relacionando" (J. M. Keynes, 1921, p. 4, traducción propia). Utilizando nuevamente la analogía con la distancia, Keynes argumenta que "sería absurdo negar que una opinión era probable, cuando en un estadio posterior se hicieron visibles algunas objeciones, como sería negar, cuando hayamos llegado a nuestro destino, que el lugar nunca estuvo a tres millas de distancia" (J. M. Keynes, 1921, p. 7, traducción propia). Al ser la probabilidad una relación entre premisas y conclusiones, la probabilidad de la conclusión siempre va a depender de las premisas con las que se cuente. Si aumentan, o disminuyen las premisas, la relación lógica que las conecta, si es que existe, va a ser distinta.

A partir del capítulo tres en adelante, Keynes abandona, en la mayoría de las instancias, el término "premisas" y lo reemplaza por "evidencias" y también reemplaza la "percepción" de las relaciones de probabilidad por el "juicio directo" o "intuición" sobre las mismas. Esta terminología está aún más emparentada con la de la escuela de

Locke[61]. Al abordar problemáticas directamente vinculadas a la probabilidad, Keynes prefiere los términos "evidencia" y "juicio directo" para referirse al proceso de identificación de relaciones de probabilidad. Esto le permite asemejar la formación de probabilidades a la actividad de un juez que balancea evidencia a favor y en contra en la formación de su veredicto.

Recapitulando, la probabilidad es, para Keynes, un grado de creencia racional en una proposición (*a*), que se conoce por medio de una proposición secundaria (*q*), que relaciona la proposición *a* con la evidencia disponible (*h*).

$$(a / h)_q$$

Con esta notación queda claro que, para Keynes, no es lo mismo $(a/h1)_{q1}$ que $(a/h2)_{q2}$. Ambas implican conocimiento *sobre* una misma proposición (*a*) pero al estar sustentadas bajo evidencias distintas no tenemos porqué ser indiferentes entre las mismas. En sus términos sería, volviendo a la analogía de la distancia, como evaluar la distancia a un punto *a* (Capital Federal), desde *h1* (Bariloche) o *h2* (Tigre). Con el único detalle que las magnitudes de las creencia despertadas por distintas relaciones de probabilidad, para Keynes, no siempre son medibles en términos de una misma escala de magnitud como sí lo son las distancias[62].

Keynes dirá que existen esencialmente dos situaciones en las que nos interesa comparar probabilidades:

1- "aquellas donde la evidencia es la misma pero las conclusiones son diferentes" (J. M. Keynes, 1921, p. 54, traducción propia). En la notación previa esto equivaldría a preguntarse si $(a1/h)_{q1}$ es mayor, menor o igual a $(a2/h)_{q2}$.
2- "aquellas donde la evidencia es distinta pero la conclusión es la misma" (J. M. Keynes, 1921, p. 54, traducción propia). En la notación previa esto equivaldría a preguntarse si $(a/h1)_{q1}$ es mayor, menor o igual a $(a/h2)_{q2}$.

[61] Keynes no da razones para el cambio de terminología. El mismo puede deberse a la fuerte influencia de "Cambridge" (Rusell y Moore) en el capítulo dos del *Treatise* y en el intento de ese capítulo por abordar un tema que, como él mismo admite, excede los objetivos que perseguía.

[62] El *Treatise* de Keynes es conocido por argumentar que no toda probabilidad es susceptible de ser traducida a una misma medida de magnitud que permita la comparación con cualquier otra probabilidad. En el Capítulo 6 nos abocamos especialmente a estudiar los argumentos presentados por Keynes en este sentido y en el Capítulo 9 estudiamos las objeciones de la teoría personalista de la probabilidad a los mismos.

Keynes admite que, a veces, “puede ser necesario comparar otros tipos, pero estos son por lejos los más comunes” (1921, p. 54, traducción propia). En realidad, los casos adicionales que considera surgen de distintas combinaciones de los anteriores[63]. Per siempre tiene que haber un elemento común para poder llevar a cabo la comparación. Cierto solapamiento en la evidencia es condición necesaria para que las probabilidades puedan compararse en el esquema de Keynes. Volviendo a los dos casos más comunes, en “el primer caso comparamos la verosimilitud de dos conclusiones dada una evidencia; en el segundo consideramos qué diferencia se genera en la verosimilitud de una conclusión por el cambio en la evidencia” (J. M. Keynes, 1921, p. 54, traducción propia). Ambos, para Keynes, son “juicios”. En el primer caso se trata de “juicios de preferencia” si las probabilidades son distintas, o “indiferencia” si son iguales, y en el segundo de “juicios de relevancia” si son distintas, o “irrelevancia” si son iguales.

En el primer caso, que es asimilable al veredicto de un juez en la corte, se decide si alguna conclusión es preferible dada la evidencia disponible o si la misma lleva a una total indiferencia entre las conclusiones posibles. Vale recordar cualquiera de los ejemplos presentados por J. Bernoulli en los tres primeros capítulos de la Parte cuarta de su *Ars Conjectandi* para encontrar modelos de este tipo de juicios. También es la forma en la que conciben la probabilidad los autores de *La Logica de Port Royal* y Locke, es decir, como el grado de asentimiento que es razonable otorgar dada una determinada evidencia. Estos autores siempre están pensando en términos de juicios de preferencia o indiferencia. El problema que abordaron es el de determinar a qué conclusión debemos otorgar nuestro asentimiento dada la evidencia disponible. Tomemos nuevamente el caso de Locke que, en el capítulo XV titulado “De la probabilidad”, diría que

> “(…) la mente, si ha de proceder racionalmente, deberá examinar todos los fundamentos de la probabilidad, para ver cómo en mas o en menos, están a favor o en contra de cualquier proposición probable... y… debe rechazar o admitir la proposición con un asentimiento más o menos firme, según la preponderancia de los fundamentos de probabilidad que haya de un lado o de otro.” (Locke, 1999, pp. 659–660).

[63] Por ejemplo, cuando se comparan dos conclusiones distintas con evidencias que contienen elementos comunes. Esto sería comparar $(a/hh1)_{q1}$ con $(b/hh2)_{q2}$. Si partimos de que $(a/h)_{q3}>(b/h)_{q4}$, $(a/hh1)_{q1}>(a/h)_{q3}$ y $(b/h)_{q4}>(b/hh2)_{q2}$ entonces $(a/hh1)_{q1}>(b/hh2)_{q2}$

El segundo caso que presenta Keynes, en cambio, se relaciona a los juicios de relevancia o irrelevancia que implican la consideración de evidencia adicional. Aquí, el juicio determina si la inclusión de una nueva pieza de evidencia es relevante a los fines de la probabilidad de una determinada conclusión, es decir, si lleva a aumentar el grado de creencia racional que ostentamos en la misma.

Todo juicio de preferencia, o indiferencia, es antecedido por un juicio de relevancia. ¿Cuándo podemos decir que recabamos suficiente información o evidencia como para entablar un juicio de preferencia o indiferencia? La respuesta a esta pregunta depende del juicio de relevancia, que apela al criterio y prudencia de quien vaya, luego, a realizar el juicio de preferencia o indiferencia. Este es un problema de suma importancia que estaba presente en las discusiones de fines de siglo XVII y principios de siglo XVIII pero que, con el uso creciente del principio de indiferencia basado en la ignorancia, quedó relegado. La apelación a las frecuencias de la escuela de Quetelet tampoco prestó suficiente atención a este elemento que es fundamental a los fines de la definición de la serie o colectivo sobre el cuál se indagan probabilidades.

El principio de indiferencia de Laplace se vuelve efectivo en las fronteras del conocimiento, cuando uno llega a un punto donde no puede manifestarse a favor de una u otra alternativa, el principio de indiferencia de Laplace viene al auxilio para otorgar un valor numérico a la probabilidad. Para Keynes esto no es aceptable. Este principio evade la apelación a juicios de relevancia y afirma que, sea cual sea nuestro nivel de información, podemos traducir nuestras creencias a valores numéricos y aplicar la doctrina de las posibilidades. Esta faceta del principio de indiferencia laplaciano ya había sido criticada especialmente por Ellis, J. S. Mill y Venn. “La ignorancia”, diría Ellis, “no puede ser la base de ninguna inferencia” (Ellis extraído de J. M. Keynes, 1921, p. 85, traducción propia). J. S. Mill, por otro lado, se rio de aquellos que “prefieren emplear esas fórmulas para calcular cuáles son las probabilidades para una persona medio informada que buscar medios para estar mejor informado.” (J.S. Mill extraído de Daston, 1995, p. 373, traducción propia).

Pero estas cuestiones ya estaban presentes en el pensamiento de J. Bernoulli y Locke. En el Capítulo 3 mencionamos que J. Bernoulli dedicó el segundo capítulo de la cuarta parte del *Ars Conjectandi* y Locke el capítulo quince del cuarto libro del *Ensayo sobre el entendimiento humano* a enunciar reglas para guiar a los hombres en el arte de conjeturar o en el ejercicio de su facultad de juicio ante pruebas falibles. Una de esas reglas era recabar la mayor cantidad de evidencia posible antes de ejercer el juicio o la conjetura. La segunda regla de J. Bernoulli, por ejemplo, afirma: "No es suficiente sopesar uno u otro argumento; es necesario investigar todo lo que está al alcance de nuestro conocimiento y parezca adecuado en algún aspecto para probar la cosa." (Bernoulli, 2005, p. 11, traducción propia). Locke también advierte que en el ejercicio del juicio se "deberá examinar todos los fundamentos de la probabilidad" y sólo "después de considerar el todo" se debe prestar el asentimiento a una "proposición probable" (Locke, 1999, pp. 659–660). Keynes recupera las referencias a estos dos autores en el *Treatise* (1921, p. 76) y concluye que "es difícil ver… hasta qué punto debe forzarse el fortalecimiento del peso de un argumento mediante el incremento de evidencia". En definitiva se trata de "un problema muy confuso" (J. M. Keynes, 1921, p. 77, traducción propia) y, como el mismo Keynes admite, es un tema sobre el cual permanece inseguro sobre su importancia (J. M. Keynes, 1921, p. 71).

No es que Laplace ignorase o considerase irrelevantes estas consideraciones. La idea detrás de la aplicación de su principio de indiferencia es que uno debe informarse hasta el límite de sus capacidades y sólo después, en el límite del conocimiento asequible, entra el principio de indiferencia como método para asegurar la consistencia de las creencias del individuo. Sin embargo, Laplace no diferenció correctamente el requisito de consistencia de la búsqueda de aquello que es razonable creer dada una cierta evidencia, llevándolo a concluir que el cálculo podía ser un substituto del juicio en la probabilidad. Keynes, al recuperar las ideas de la escuela de Locke, no está haciendo otra cosa que traer este aspecto a la luz nuevamente.

5.4. El peso de los argumentos

Keynes aborda la cuestión de hasta donde llevar los juicios de relevancia y cómo estos afectan los juicios de preferencia/indiferencia desde la noción de "peso de los argumentos". Esta es una noción relativamente novedosa ya que llama la atención sobre la presencia de una magnitud adicional en los juicios de preferencia/indiferencia. Keynes señala que la cantidad absoluta de evidencia con la que se cuenta a la hora de ejercer un juicio de preferencia/indiferencia es una dimensión adicional a la de la probabilidad

> "(…) parece que puede haber otro aspecto en el que es posible algún tipo de comparación cuantitativa entre los argumentos. Esta comparación gira en torno a un balanceo, no entre la evidencia favorable y la desfavorable, sino

entre las cantidades *absolutas* de conocimiento relevante… A medida que aumenta la evidencia relevante a nuestro alcance, la magnitud de la probabilidad del argumento puede disminuir o aumentar, de acuerdo con el nuevo conocimiento que refuerza la evidencia desfavorable o favorable; pero *algo* parece haber aumentado en cualquiera de los casos, - tenemos una base más sustancial sobre la que descansar nuestra conclusión. Expreso esto diciendo que la incorporación de nuevas pruebas aumenta el peso de un argumento. " (J. M. Keynes, 1921, p. 71, traducción propia, cursivas en el original)

En el Capítulo 3 se vio que J. Bernoulli utilizó, aunque con un sentido ligeramente distinto, esta misma expresión: “peso de los argumentos”. Keynes dedicó un capítulo entero (capítulo seis) a reflexionar sobre los alcances de la misma y, aunque en el momento de publicar su *Treatise* aún no estaba convencido de su relevancia, es la única referencia directa al *Treatise* en la *Teoría General sobre la ocupación, el interés y el dinero* (2003).

En el esquema keynesiano el peso de los argumentos no afecta en un sentido determinado la probabilidad de una proposición. “La ponderación de la *cantidad* de evidencia es un proceso separado del *balanceo* entre la evidencia a favor y en contra” (J. M. Keynes, 1921, p. 74, traducción propia, cursivas en original). Keynes aclara que no siempre es posible comparar el peso de los argumentos de distintos juicios de probabilidad. “Sólo en un grupo restringido de casos podemos comparar los pesos de dos argumentos en términos de más o menos” (J. M. Keynes, 1921, p. 71, traducción propia). Este grupo restringido es aquel donde la conclusión es la misma y donde la evidencia relevante en un caso incluye y supera la del otro. En la notación previa esto se podría escribir del siguiente modo: el argumento $(a/h1)_{q1}$ tiene un mayor peso que $(a/h2)_{q2}$ siempre que h1 incluya y exceda a h2.

Keynes advierte que “se hicieron algunos intentos” de explicar el peso de los argumentos en términos de probabilidad, de modo que, para autores como De Morgan, si una determinada proposición tiene probabilidad 2/3 bajo la evidencia h1 y h2 y probabilidad ¾ sólo bajo la evidencia h1, entonces es más probable que 2/3 sea más próxima a la verdadera probabilidad. “Según este punto de vista, un aumento en la cantidad de evidencia fortalece la probabilidad de la probabilidad o, como diría De Morgan, la presunción de la probabilidad” (J. M. Keynes, 1921, p. 74, traducción propia).

Pero esto no es así para Keynes. El peso de los argumentos no es la "probabilidad de la probabilidad". Decir que la probabilidad de una proposición es probablemente la verdadera no tiene sentido, ya que, para Keynes, no existe una proposición que afirme, sin referencia a evidencia, la probabilidad de otra proposición. Creer en "la probabilidad de la probabilidad" o que "una probabilidad es probablemente la correcta" es creer que las proposiciones tienen una verdadera probabilidad desvinculada de toda evidencia y eso Keynes no lo puede aceptar[64].

Esto nos lleva nuevamente al carácter necesariamente relacional de las afirmaciones de probabilidad. Toda proposición, para Keynes, es verdadera o falsa. Pero no siempre podemos conocer la verdad o falsedad de algunas proposiciones. En algunos casos conocemos una proposición secundaria que implica conocimiento *sobre* la proposición de interés, caso en el cual mantenemos racionalmente un grado de creencia en que dicha proposición es verdadera. Siempre que la relación de probabilidad sea insuficiente para generar certeza, esto no "nos ayuda a saber qué conclusión es verdadera… no hay una relación directa entre la verdad de una proposición y su probabilidad" (J. M. Keynes, 1921, p. 322, traducción propia). Para Keynes no es *verdadera* la proposición que asegura que la probabilidad conduzca generalmente al éxito o a la verdad. Dicha proposición es sólo probable. Es decir, la probabilidad no tiene otro fundamento más que su probabilidad.

> "La probabilidad comienza y termina con la probabilidad. Que una investigación científica guiada por las consideraciones más probables vaya a llevar generalmente a la verdad, en lugar de a la falsedad, es, en el mejor de los casos, sólo probable. La proposición que afirma que un curso de acción guiado por las consideraciones más probables vaya a llevar generalmente al éxito, ciertamente no es verdad y no tiene nada que la recomiende más que su probabilidad." (J. M. Keynes, 1921, p. 322, traducción propia)

[64] En términos de la notación anterior y teniendo que $(a/h1h2)_{q1}=2/3$ y $(a/h1)_{q2}=3/4$. Decir que la "probabilidad de la probabilidad" del primer caso es mayor a la del segundo sería sugerir que existe y se cumple $(q1/h3)_{q3}>(q2/h4)_{q4}$. Es decir, que las proposiciones secundarias que afirman la relación de probabilidad pueden ser, a su vez, la conclusión de otras relaciones de probabilidad a las que se llega mediante argumentos. Esto Keynes lo descarta desde el principio. Las relaciones de probabilidad (las qs), para Keynes, se alcanzan sólo mediante *familiaridad directa* y son conocidas o desconocidas por el sujeto, no probables.

Nuevamente vale remarcar la similitud con Locke de estas ideas. Locke define la probabilidad como "la apariencia de acuerdo de las ideas sobre pruebas falibles" que bastan "… para inducir a la mente a juzgar que la proposición es verdadera o falsa…" (Locke, 1999, p. 657). Esta presunción de verdad no tiene otro fundamento que el juicio sobre la relevancia de las pruebas falibles presentadas ante la mente. Que esta sea la forma correcta de actuar no es consecuencia del entendimiento ya que, para Locke, el juicio es una facultad distinta al entendimiento.

La anterior cita de Keynes pertenece al capítulo 26 del *Treatise*, titulado "La aplicación de la probabilidad a la conducta" y, como aclara en ese lugar, la "importancia de la probabilidad sólo puede derivar del juicio de que es *racional* ser guiado por ella en la acción" (J. M. Keynes, 1921, p. 323, traducción propia, cursivas en el original). En ausencia de este juicio, Keynes advierte, que poco se podría hacer en lo que Locke, y lo cita textualmente, dio a llamar el "crepúsculo de la probabilidad", "ese estado de mediocridad y de prueba en que [Dios] se ha servido ponernos aquí en este mundo" (Locke, 1999, p. 656).

Keynes remarca la relevancia de la noción de peso de los argumentos en la guía de la conducta práctica. El "grado de completitud de la información sobre la cual se basa la probabilidad parece ser relevante, además de la magnitud de probabilidad, en la toma de decisiones prácticas" (J. M. Keynes, 1921, p. 313, traducción propia). En este punto, vuelve a insistir sobre las recomendaciones de J. Bernoulli y Locke sobre la necesidad de informarse hasta los límites de las posibilidades antes de realizar una conjetura o ejercer un juicio de preferencia/indiferencia, aunque afirma que "la máxima de Locke sobre que debemos obtener toda la información que podamos, no parece ser completamente satisfactoria" (J. M. Keynes, 1921, p. 313, traducción propia). Keynes, en el *Treatise*, se ve invadido por dudas en este punto y llega a afirmar que "es difícil decir algo que aporte significativamente a esta cuestión" (J. M. Keynes, 1921, p. 313, traducción propia). Las dudas de Keynes al respecto se deben a que entiende que no siempre es lo más razonable buscar toda la información disponible antes de volcarse a la acción. Sin embargo, no se puede apelar más que al criterio del individuo que va a ejercer el juicio sobre este punto.

Finalmente, Keynes muestra que la noción de peso de los argumentos tiene un correlato particular en el frecuentismo de Venn. Dentro del esquema frecuentista el aumento del peso de los argumentos implica el paso desde una serie definida a *grosso modo* a una seria más precisa contenida en la anterior. Por ejemplo, al pasar de la afirmación "x proporción de los argentinos cometen crímenes a la propiedad" a "y proporción de los hombres argentinos cometen crímenes a la propiedad”, se pasó de una serie más general, que incluye a todos los argentinos, a la que contienen sólo a los hombres argentinos. El acotamiento de la serie de pertenencia no tiene un efecto unívoco en la proporción de casos favorables, identificado con la probabilidad en el frecuentismo, (x puede ser mayor meno o igual a y) pero si aumenta necesariamente la precisión de esa relación.

Capítulo 6
Sobre la inconmensurabilidad de algunas probabilidades

6.1. Introducción

En el capítulo anterior vimos a Keynes defender, en línea con la escuela de Locke, que la probabilidad es una creencia que surge de juzgar la relevancia de la evidencia disponible. Estas creencias son sin embargo susceptibles de gradación. En este contexto referirse a que una probabilidad es mayor a otra implica afirmar que la evidencia disponible en un caso es más convincente que la de otro caso. Sin embargo, en el capítulo tres del *Treatise*, titulado "La medida de las probabilidades", Keynes defendió la controvertida postura de que no siempre podemos llevar a cabo este tipo de comparaciones entre probabilidades. Y, incluso cuando podemos hacerlo, estas no siempre son reducibles a un tratamiento numérico porque si bien podemos decir que una es mayor a la otra, no podemos decir cuántas veces es mayor.

Para Keynes existen múltiples escalas de preferencia entre las probabilidades. La comparación entre probabilidades que no están una misma escala es, para Keynes, imposible. Por lo cual, no es posible reducir a todas las relaciones de probabilidad a una misma escala de magnitud entre 0 y 1. Keynes admite que el "problema es sutil y difícil, y la siguiente solución, por lo tanto, se propone con vacilación; pero estoy firmemente convencido de que algo que se asemeja a la conclusión aquí presentada es verdad" (J. M. Keynes, 1921, pp. 34–35, traducción propia).

El objetivo fundamental de Keynes al discutir la "medida" de la probabilidad es disociarla del número. Keynes considera que el hecho de que se afirme que una determinada proposición no es necesaria, ni imposible, no implica que se ubique necesariamente en un punto exacto de la escala de magnitud entre 0 y 1. Keynes no niega que, a veces, sea posible asociar la probabilidad con un número entre 0 y 1 y, consecuentemente, beneficiarse de las ventajas del "cálculo de probabilidades". Pero su objetivo, a diferencia de lo que sucedió desde J. Bernoulli en adelante, es "limitar, no extender, la doctrina popular" de que las "probabilidades son, en el sentido pleno y literal de la palabra, medibles" (J. M. Keynes, 1921, p. 20, traducción propia).

Lo que Keynes afirma es que existen distintas escalas de preferencia que no siempre son comparables o, a veces, son sólo parcialmente comparables. Esto es, a veces podemos decir que, en base a la evidencia disponible, *a* es preferible a *b*, y también podemos decir que *c* es preferible a *b*, pero no podemos decir *racionalmente*, si *a* es preferible a *c*, indiferente¸ o *c* preferible a *a*. Esto se debe, en el esquema de Keynes¸ a que *a* y *c* no pertenecen a una misma escala y, por ende, no son comparables entre sí, pero *b* pertenece a dos escalas de preferencia distintas, una de las cuales comparte con *a* y otra con *c*. No pertenecer a una misma escala de preferencia, o como la llama Keynes, *serie*, implica la imposibilidad de establecer un juicio de preferencia entre las probabilidades.

La mayoría de los autores que escribieron sobre probabilidad después de Keynes desecharon sus reflexiones en este punto y tendieron a presuponer la mensurabilidad de la probabilidad como una condición necesaria para su tratamiento (Carabelli, 1988). Esto es así tanto para los autores que insistieron en una comprensión frecuentista de la probabilidad (von Mises, 1957), como para aquellos que adhirieron a una noción personalista de la probabilidad *a la* De Finetti (1972; Savage, 1972). Incluso aquellos que defendieron la interpretación keynesiana de la probabilidad prefirieron desechar este punto del *Treatise*. El comentario de Braithwaite en la introducción a la edición de 1973 del *Treatise* es esclarecedora sobre la opinión general de la comunidad académica sobre este aspecto de la propuesta de Keynes. “La tesis de Keynes de que algunas relaciones de probabilidad son mensurables y otras inconmensurables conduce a dificultades intolerables sin ninguna ventaja compensatoria” (Braithwaite extraído de Carabelli, 1988, p. 259, traducción propia).

Sin embargo, el Keynes maduro, post-*Teoría General*, no parecía haber descartado la relevancia de su concepción de la probabilidad como no necesariamente numérica. En una correspondencia de 1938 destacaría que “un punto central sobre el cual me gustaría llamar tu atención es que, en mi teoría de la probabilidad, las probabilidades… no son numéricas… la sustitución por una medida numérica necesita discusión” (Keynes extraído de O’Donnell, 1989, p. 50, traducción propia).

Como muchos especialistas han señalado (Carabelli, 1988; O’Donnell, 1989; R. Skidelsky, 2009), Keynes siempre buscó que sus teorías se acomoden y no repelan al sentido común. Pero, en el momento en el que escribió Keynes, y aún en la actualidad, el sentido común concibe a la probabilidad en forma numérica. El mismo Keynes admite que en “la práctica ordinaria… no siempre consideramos que *conocemos* la probabilidad de una conclusión, a menos que podamos estimarla numéricamente” (J. M. Keynes, 1921, p. 31, traducción propia, cursivas en el original). Entonces, cómo puede ser que Keynes aceptara una noción de probabilidad que no sea necesariamente numérica. En qué tipo de prácticas estaba pensando Keynes cuando se convenció de esto.

Como ya dijimos, parte de nuestra tesis consiste en mostrar que, en el *Treatise*, Keynes recuperó las ideas de la escuela de Locke respecto a la probabilidad. En la Parte 1, especialmente en el capítulo 3, mostramos que, en la escuela de Locke, el arquetipo del razonamiento sobre la probabilidad eran los jueces y los operadores de bolsa. En línea con esto, la concepción de la probabilidad que Keynes presentó en su *Treatise* buscó amoldarse a estas prácticas. Es un hecho que ha sido prácticamente pasado por alto, que los principales ejemplos que presenta Keynes sobre la imposibilidad de asociar un valor numérico a algunas relaciones de probabilidad son extraídos de sentencias judiciales, y problemas de valuación de oportunidades. Estas últimas tienen razgos en común con el "problema de los puntos" estudiado en el Capítulo 2, sólo que a Keynes interesan aquellas situaciones que, a diferencia de los juegos de azar, no es tan simple acordar sobre las probabilidades de éxito o fracaso. Pasemos entonces a revisar los principales ejemplos que presenta Keynes.

6.2. Probabilidades no-numéricas en cortes judiciales

Los ejemplos que ofrece Keynes provienen mayormente de la práctica de jueces, quienes, para Keynes, "han sido más sutiles en este tema que los filósofos" (J. M. Keynes, 1921, p. 24, traducción propia). Keynes menciona, en nota al pie, que Leibniz también había destacado la distinción que los jurisconsultos hacen de los distintos grados de probabilidad y los había propuesto como modelo de razonamiento lógico en cuestiones contingentes (J. M. Keynes, 1921, p. 24). En el Capítulo 3, vimos como la escuela de Locke utiliza al juez criterioso e imparcial ante la evidencia disponible como modelo del razonamiento sobre probabilidades. Locke, sin ir más lejos, sugirió que los hombres con mayor capacidad para estimar probabilidades se encontraban en "los tribunales de Westminister- Hall" y en la "bolsa de valores".

Keynes retoma esta línea de reflexión sobre la probabilidad y presenta una serie de casos judiciales recopilados del *Times Law Reports*, donde, a los ojos del juez, es imposible otorgar un valor preciso e incuestionable a la probabilidad de ciertos eventos que, de haber sucedido, hubieran generado un beneficio a la parte perjudicada del litigio. Keynes desarrolla en bastante detalle dos de estos casos.

El primero (*Sapwell vs Bass*) trata del conflicto entre un criador de caballos (el acusador) y el propietario de un caballo de carreras (el acusado). El criador de caballos tenía un contrato con el propietario del caballo para cruzarlo en 1909, sin embargo, el propietario vendió el caballo en 1908 sin el consentimiento del criador, por lo cual, el criador lo demanda por los ingresos que perdió fruto de la imposibilidad de cruzar el caballo de carreras con una de sus yeguas. El acusador exigía que se le devuelva una suma igual al promedio de sus ingresos por la venta de potros cruzados con ese caballo de carreras en los últimos cuatro años.

En su sentencia, el Juez ("Mr Justice Jelf"), dice estar deseoso de encontrar un modo para que el acusado compense al criador de caballo, pero la estimación de los daños provocados "presentaba formidables y, en su mente, insuperables dificultades" (J. M. Keynes, 1921, p. 24, traducción propia) ya que, dependía irremediablemente de varias contingencias. Para que los ingresos por los que el criador demanda que se lo compense se sustanciasen, el caballo de carrera debía sobrevivir hasta 1909, la yegua del criador tenía que ser de una estirpe tan buena como la del caballo de carrera y no ser estéril, tenía que, además, poder llevar su embarazo sin dificultades y dar a luz a un potro vivo y saludable. A los ojos de Mr Justice Jelf las contingencias eran grandes lo cual volvía los beneficios inestimables.

El segundo caso que presenta Keynes es aún más claro respecto a las dificultades que se enfrentan en las cortes judiciales a la hora de establecer probabilidades numéricas precisas. Se trata de "*Chaplin vs Hicks*" donde el litigio surgió como consecuencia de la organización de un concurso de belleza femenino por parte de la revista *Daily Express*[65]. La revista dividió al Reino Unido en distritos y publicó una pre-selección de las fotos enviadas para que los lectores votaran las que consideraran más bellas. Como resultado de la votación de los lectores, 50 candidatas tendrían la oportunidad de entrevistarse con el Sr. Hicks quien terminaría de elegir a las 12 ganadoras del concurso. El litigio surge porque una de las 50 candidatas acusa al Sr. Hicks de no haberle dado una "oportunidad razonable para concretar la entrevista y, por ende, haberle hecho perder el *valor de su oportunidad* de obtener uno de los 12 premios" (J. M. Keynes, 1921, p. 26, traducción propia, cursivas nuestras).

[65] Este caso parece haber tenido un impacto duradero en la mente de Keynes quien en la *Teoría General* vuelve a un ejemplo similar para explicar el comportamiento especulativo en los mercados de inversión organizados: "… la inversión por profesionales puede compararse a esos concursos de los periódicos en que los concursantes tienen que seleccionar las seis caras más bonitas entre un centenar de fotografías, ganando el premio aquel competidor cuya selección corresponda más aproximadamente al promedio de las preferencias de los competidores en conjunto ; de tal manera que cada concursante ha de elegir, no los semblantes que él mismo considere más bonitos, sino los que crea que serán más del agrado de los demás concursantes…" (J. M. Keynes, 2003, p. 164).

Tanto el jurado como los distintos jueces que intervinieron en el caso coinciden en que el acusado no tomó las medidas razonables para concretar la entrevista y, en este sentido, les gustaría resarcir de algún modo a la candidata del concurso de belleza, pero encuentran complicado estimar el valor de la oportunidad. Una opción, que va en línea con la visión frecuentista de la probabilidad, sería siendo que 50 candidatas habían sido elegidas por el público y sólo 12 serían ganadoras, es estimar la probabilidad de que la candidata ganase como equivalente a 12/50. Sin embargo, por parte de la defensa se argumentaba que el último criterio de decisión era la voluntad de su defendido y las cuestiones que pueden presentarse en su mente a la hora de realizar un juicio estético son tan numerosas que "la precisión y la certeza eran imposibles" (J. M. Keynes, 1921, p. 26, traducción propia). El juez coincidía en que debían tomarse en cuenta los gustos estéticos de Hicks a la hora de evaluar las posibilidades de la candidata, pero ¿Cómo otorgar un valor numérico a la similitud de la candidata con los gustos de Hicks? Por otro lado, la candidata había salido primera en su distrito (había menos de 50 distritos) lo cual parecía indicar que sus probabilidades de ganar eran mayores a las del promedio. A los ojos del juez, las complicaciones eran demasiadas para otorgar un valor numérico preciso a la posibilidad que la candidata había perdido por culpa de Hicks. En este caso, el juez consideró mejor "hacer justicia *grosso modo*" y admitiendo que la precisión era ilusoria estableció que se la compense con 12/50 del premio que podría haber obtenido de quedar seleccionada entre las ganadoras.

Vale la pena notar la similitud de estos casos con el "problema de los puntos" que a mediados del siglo XVII motivo la correspondencia entre Pascal y Fermat y alrededor del cual Huygens desarrolló sus ideas en *De rationciniis in ludo alae*. En ese caso se trataba de un juego de azar, una especie entre los contratos aleatorios, que era detenido súbitamente por acuerdo de las dos partes y debía determinarse el precio justo de la posibilidad que ostentaba cada uno de los jugadores al momento de detener el juego. En el Capítulo 2 vimos que, tanto Huygens como Pascal, resolvieron el problema, y crearon la doctrina de las posibilidades, suponiendo la equi-probabilidad de los juegos de azar. Los casos que presenta Keynes son situaciones donde existe un contrato, pero una de las partes lo rompe unilateralmente y el juez debe establecer el valor de la posibilidad que el acusado hizo perder al acusador.

Sin embargo, las contingencias que se enfrentan en los casos presentados por Keynes no son susceptibles de ser abordadas desde la doctrina de las posibilidades de Huygens y Pascal. En los casos relevados por Keynes parece difícil suponer razonablemente un valor numérico que represente la probabilidad de lucro por parte del criador o a la probabilidad de ganar de la candidata en el concurso de belleza. Es una situación donde parece difícil acordar sobre con precisión numérica sobre la probabilidad de estos sucesos. Sin embargo, no cabe duda de que era probable que el criador obtenga un beneficio de la cruza con el caballo de carreras y de que la candidata quede seleccionada entre las 12 ganadoras. Incluso hay argumentos que aumentan esta probabilidad, como el hecho de que la candidata había salido primera en su distrito o que la misma tiene ciertos rasgos faciales similares a los que agradan al Sr Hicks, pero no son susceptibles de ser traducidos a una magnitud numérica.

Adicionalmente, en el problema de los puntos, la posición de los jugadores es transferible, es decir, puede ser intercambiada. Recordemos que Huygens decía que "el valor de mi expectativa y el de la suya pueden descubrirse exactamente; y consecuentemente, puede determinarse, si ambos acordamos dejar el juego inconcluso, cuánto del premio corresponde a mi parte y cuánto a la suya; o, si otro desea comprar mi lugar y oportunidad, a cuánto podría venderlo" (Huygens, 1714, p. 1, traducción propia). Pero como admite uno de los jueces que sentenció sobre el caso del concurso de belleza, en este caso "no existe un mercado" ya que "el derecho a competir es personal y no puede ser transferido" (J. M. Keynes, 1921, p. 27, traducción propia).

6.3 La práctica de los aseguradores y el uso de frecuencias estadísticas

En la Parte I mencionamos que con el crecimiento de la escuela de Quetelet en el siglo XIX, la práctica de los aseguradores reemplazó a la de los jueces como arquetipo del pensamiento probabilístico. La práctica exitosa de los aseguradores, además, pareció confirmar la visión frecuentista de que la probabilidad es un fenómeno objetivo definido por la frecuencia en la que suceden los fenómenos dentro de una serie correctamente especificada. Pero, para Keynes, "la práctica de los aseguradores debilita en lugar de fortalecer la afirmación de que todas las probabilidades pueden medirse y estimarse numéricamente" (J. M. Keynes, 1921, p. 24, traducción propia).

Primero que nada, hay que notar que el hecho de que se pueda asegurar en forma rentable ciertas prácticas riesgosas no quiere decir que su probabilidad pueda ser numéricamente precisada. Para que el asegurador sea exitoso no requiere conocer o estimar precisamente la probabilidad sino establecer valores numéricos que difieran en mas o en menos de dicha probabilidad. Por ejemplo, cuando se asegura un viaje mercante y se reconoce en la prima un riesgo del 20%, esto no quiere decir que esta sea la probabilidad de que el viaje fracase, ni siquiera que la proporción de viajes similares que fracasan es de una 20%, sino que dicha proporción es como mucho de un 20%, dejando un margen para la rentabilidad de la empresa aseguradora. Para garantizar su ganancia "es suficiente para los aseguradores si la prima que propone *excede* el riesgo probable" (J. M. Keynes, 1921, p. 22, traducción propia).

Pero, más allá de esto, existen instancias en donde la "voluntad de Lloyd para asegurar en contra de prácticamente cualquier riesgo" y "proponer una medida numérica en cada caso, y de respaldar su opinión con dinero" se debe más a una apuesta personal, caprichosa, que a un "proceso totalmente racional y determinado" por el cual "dos aseguradores igualmente inteligentes actuando en la misma evidencia vayan siempre a arribar al mismo resultado" (J. M. Keynes, 1921, p. 22, traducción propia). Recordemos que Keynes distingue entre grados de creencia "a secas" y grados de creencia racionales. Para Keynes sólo los últimos constituyen el tema de la teoría de probabilidades. Las corazonadas o inclinaciones personales que puede constituir la base de nuestra creencia, incluso cuando estamos dispuestos a respaldarlas con nuestro patrimonio, no son parte de la teoría de probabilidades tal como él la concibe. Si nuestra creencia no puede ser respaldada en evidencia que justifique nuestra creencia y pueda ser compartida por otro, no se trata de una creencia probable en los términos de Keynes.

Keynes distingue entre la práctica regular de los aseguradores, que es la que les valió su fama y parece fortalecer a la interpretación frecuentista, y las apuestas en las que se permiten participar de vez en cuando. En este sentido, las compañías de seguros no se dedican al negocio de apuestas, a pesar de que de vez en cuando se permitan alguna. Su negocio regular depende de situaciones donde, gracias a las estadísticas, se pueden encontrar fácilmente valores numéricos que excedan la probabilidad del riesgo.

> "De hecho, los propios aseguradores distinguen entre los riesgos que son adecuadamente asegurables, ya sea porque su probabilidad puede estimarse entre límites numéricos comparativamente estrechos o porque es posible hacer un "libro" que cubra todas las posibilidades, y otros riesgos que no pueden tratarse en esta forma y que no pueden formar la base de un negocio regular de seguros, aunque se puede permitir una apuesta ocasional." (J. M. Keynes, 1921, p. 23 y 24, traducción propia)

Esta misma distinción fue popularizada por Frank Knight (1947) en el mismo año en el que se publicó el *Treatise* de Keynes, mediante la diferencia entre riesgo e incertidumbre. El riesgo es estadísticamente controlable y existe la posibilidad de que se celebren contratos de seguro de modo tal que se lo reduzca a un costo fijo de la empresa. La incertidumbre, en cambio, no es medible y su percepción, junto a la toma de decisiones en ese contexto, depende de la subjetividad de cada individuo. En el esquema de Knight (1947) es la incertidumbre la que justifica el beneficio del capitalista. Keynes no trabajó la teoría del valor y su relación con la teoría de la distribución y, por ende, no analizó la problemática desde el mismo prisma que Knight, lo que no cabe duda es que compartía la distinción entre riesgo e incertidumbre, aunque, a sus ojos, dentro de la incertidumbre knightiana existen relaciones de probabilidad que dan una previsibilidad no-numérica a la acción racional de los agentes. De este modo, Keynes distingue dentro de la incertidumbre Knightiana, relaciones de probabilidad no numéricas y situaciones donde no es posible percibir ninguna relación de probabilidad.

Volviendo a la práctica de los aseguradores, Keynes explica que, si bien la prima de los seguros es generalmente influida por la información estadística, esta no deja de ser el precio de una transacción mercantil. En casos donde hay mucha demanda de seguros de algún tipo, el valor de la prima sube por más que la evidencia estadística no haya cambiado. En Argentina tuvimos un ejemplo de esto con los seguros contra granizo. Cada granizada potente que cayó en los últimos años llevó a movimientos en las primas de seguro a pesar de que estadísticamente dicho acontecimiento sea despreciable. Keynes da como ejemplo las primas de reaseguro que se ofrecieron para un famoso buque (el Warata[66]) que había desaparecido en aguas sudafricanas.

> "El tiempo pasaba y las tasas subían; se anunció la salida de barcos de rescate y la tasa cayó; se encontraron los restos de un naufragio sin nombre y las tasas subieron; se recordó que, en circunstancias similares, hace treinta años, una embarcación flotó indefensa, pero sin daños graves, durante dos meses, y volvieron a caer." (1921, p. 23, traducción propia)

[66] Vale la pena remarcar que la desaparición del Warata es un caso histórico ampliamente conocido que llevó a la quiebra a su empresa constructora *Blue anchor line*. En el buque viajaban 211 pasajeros, más la tripulación. Hasta el día de hoy no se han encontrado restos del buque desaparecido en julio de 1909.

El ejemplo de Keynes es esclarecedor de su concepción de la probabilidad. Todos los elementos que menciona Keynes son evidencias a favor o en contra de la posibilidad de que el Warata esté aún ahí afuera. Cada inclusión de una de estas evidencias lleva a una nueva relación de probabilidad que puede ser mayor o menor a la anterior. Pero ¿quién puede decir cuántas veces mayor o menor? El hecho de que pasen los días, sin dudas, disminuye las posibilidades de que se encuentre al buque, pero quién puede pretender dar una precisión numérica a dicha probabilidad que sea susceptible de ser compartida por otros. Es un claro ejemplo de que puede haber un juicio de relevancia sin que sea posible establecer el valor numérico de dicha probabilidad.

En este sentido mismo sentido Keyne se pregunta si "salimos a caminar ¿cuál es la probabilidad de que lleguemos vivos a casa? ¿Siempre tiene una medida numérica? Si se desata una tormenta eléctrica sobre nosotros, la probabilidad será menor a lo que era antes; pero ¿Cambia en una cantidad numéricamente determinada?" (J. M. Keynes, 1921, p. 27, traducción propia). Keynes cree que no. Cualquier asignación de valores numéricos será consecuencia de un capricho individual y Keynes se esfuerza por distinguir dicha valoración de la que emana de relaciones de probabilidad.

Finalmente, cabe precisar que si bien Keynes distingue entre grados de creencia racional y grados de creencia a secas, admite que a veces, lo más razonable es "dejar que el capricho nos determine y no perder más tiempo en el debate" (J. M. Keynes, 1921, p. 30, traducción propia). Esto toca de cerca la noción de peso de los argumentos discutida en el capítulo anterior. Para Keynes, a veces no vale la pena dedicar mucho tiempo y esfuerzo buscando evidencias que nos permitan basar nuestra acción en la probabilidad y conviene simplemente dejar que el capricho nos determine. Si no estamos seguros si hoy va a llover o no, y, a simple vista, tenemos evidencia contradictoria sobre lo que puede suceder, en lugar de volcarnos a conseguir mayores evidencias antes de salir de casa, es más razonable simplemente dejar que el capricho nos determine y llevar o no llevar paraguas.

6.4. La probabilidad de las inducciones

Keynes sin duda consideraba muy importante la conexión entre inducción y probabilidad. La Parte tercera del *Treatise*, que incluye los capítulos 18 al 23, esta íntegramente dedicada a reflexionar sobre el fundamento a la inducción, y la Parte quinta, que incluye los capítulos 27 al 33, está dedicada a considerar lo que él llama correlación inductiva o inferencia estadística. En el Capítulo 8 revisaremos en detalle las visiones de Keynes sobre este tema. Pero en este punto nos interesa remarcar que, para Keynes, cualquier inducción es un ejemplo de una afirmación probable que no es susceptible de ser reducida a una medida numérica. Esto es especialmente importante porque la mayoría de las afirmaciones probables surgen de la aplicación del método inductivo.

> "He descrito a la probabilidad como aquella parte de la lógica que trata con argumentos que son racionales, pero no concluyentes. Por mucho, el tipo más importante de tales argumentos son aquellos que se basan en los métodos de la Inducción y la Analogía." (J. M. Keynes, 1921, p. 217, traducción propia)

Una inducción es una generalización desde la observación de algunas instancias particulares al conjunto de todas las instancias. Dejando de lado (por ahora), la complicación implícita en la definición de instancias individuales del conjunto, debe admitirse que ninguna inducción es segura. Incluso en casos donde la población de interés es finita, salvo que observemos todas las instancias no podemos estar seguros de que una cierta característica es inseparable de todas ellas. Por ende, toda inducción es simplemente probable. Ahora bien, no caben dudas que hay inducciones que parecen estar sostenidas en más evidencias que otras. En general se admite que inducciones basadas en un mayor número de observaciones son más probables que otras basadas en un menor número. Pero; "¿Qué razón o principio puede ser aducido para atribuir un valor numérico a este incremento?" (J. M. Keynes, 1921, p. 28, traducción propia)[67].

Y aún más, bajo qué principio podemos comparar la probabilidad de inducciones que se sustentan en evidencias de distinto calibre. Supongamos que se busca establecer que todos los patos que viven en la Patagonia migran con los cambios de temperatura. En la búsqueda de establecer este principio se realiza un experimente donde se estudian 500 patos en una única zona y de una única especie de la Patagonia. Otro grupo de investigadores, estudia sólo 200 patos, pero de distintas zonas y especies. Finalmente, un tercer grupo observa 300 patos de distintas zonas y especies, pero busca que la

[67] Keynes es consciente de que, efectivamente, la escuela de Laplace presentó y defendió una regla que pretende precisamente dar un valor numérico al incremento de la probabilidad generado por cada repetición adicional. La famosa y controvertida "regla de sucesión". Incluso resalta que la misma tiene aún más defensores que detractores. Edgeworth y Jevons contando entre los defensores. En nota al pie Keynes da cuenta de esto y adelanta su posición crítica a la misma, aunque advierte que deberá esperarse a los capítulos dedicados a la inducción para estudiarla en detalle. Siguiendo el ejemplo de Keynes posponemos la exposición de su crítica hasta el Capítulo 8.

generalización cubra a todos los patos del mundo, no sólo aquellos que habitan la Patagonia. Entonces, en el primer experimento se realizaron un mayor número de observaciones, en el segundo se fue más cuidadoso respecto a la variación de condiciones no esenciales y, en el tercero, la generalización es más amplia. Dadas estas condiciones ¿quién podría decir cuál es la inducción más probable? La probabilidad de las distintas inducciones, al estar basada en evidencia de distinto calibre, no parece ser susceptible de comparación.

> "Si tenemos *más* evidencias que antes, la comparación es posible; pero si las evidencias en los dos casos son diferentes, incluso una comparación en términos de más o menos, más allá de la medición numérica, puede ser imposible." (J. M. Keynes, 1921, p. 28, traducción propia, cursivas en el original)

Entonces, la probabilidad de las inducciones es un ejemplo claro de probabilidades a las que es difícil asociar un valor numérico y, adicionalmente, permite mostrar que, a veces, es imposible comparar probabilidades en términos de más o menos.

6.5. Escala ordinal y las probabilidades desconocidas de Laplace.

Pasemos entonces a analizar algunos rasgos de la concepción keynesiana de la probabilidad que lo llevan a afirmar que las probabilidades no son necesariamente numéricas y que, en algunos casos, puede haber dos probabilidades que no sean comparables en términos de mayor, menor o igual. Lo primero que es importante distinguir de la postura de Keynes es que es contraria a las visiones cardinalistas. Es decir, rechaza de cuajo la comprensión de la probabilidad como la medición de unidades comunes de una magnitud que luego es comparada en términos de más, menos o igual. Para Keynes en el caso de los grados de probabilidad, el orden es previo a la medida. Primero se dan los juicios de relevancia y de preferencia/indiferencia y luego, en algunos casos, se puede asignar una magnitud numérica que pueda ser comparable con otros grados de creencia racional también susceptibles de expresión numérica.

> "No se ha sugerido ningún método de cálculo, aunque sea impracticable. Tampoco tenemos ninguna indicación *prima facie* de la existencia de una

> unidad común a la que las magnitudes de todas las probabilidades sean naturalmente referidas. Un grado de probabilidad no está compuesto de ningún material homogéneo, y no es aparentemente divisible en partes de carácter similar entre sí " (J. M. Keynes, 1921, p. 30, traducción propia).

Keynes dirá, en cambio, que "los así llamado grados o magnitudes de… probabilidad, en virtud de los cuales uno es mayor y otro menor, en realidad surgen de un *orden* en el cual es posible posicionarlos" (J. M. Keynes, 1921, p. 35, traducción propia, cursivas en el original). En este sentido se podría decir que Keynes es ordinalista. Pero se debe ser cuidadoso y distinguir la propuesta de Keynes de otras visiones ordinalistas, especialmente aquella desarrollada por la corriente personalista *a la* de Finetti. Carabelli (1988, pp. 46–47) explica que la concepción ordinalista de la probabilidad ya había sido adelantada parcialmente por Edgeworth[68] [69] y, sin dudas, fue desarrollada adicionalmente por la corriente personalista de la probabilidad que surgió en parte como crítica al *Treatise* de Keynes (Ramsey, 1931). Pero, como explica O´Donnell (1989), la visión ordinalista de Keynes no está emparentada con estas dado el sentido necesariamente relacional que da a la probabilidad y su distinción entre grados de creencia *racional* y grados de creencia *a secas*. Esto lleva a que Keynes distinga distintas escalas ordenadas que no son comparables entre sí.

Es fundamental, para entender la concepción keynesiana de la probabilidad, dejar de lado el prejuicio de que toda probabilidad es numérica. Para Keynes, si decimos que una proposición *a* es probable en referencia a una determinada evidencia *h1* y a la proposición secundaria *q1*, y no la comparamos con ninguna otra relación de probabilidad, entonces no estamos diciendo nada más que: "*a,* dada la evidencia *h1*, no es imposible, pero tampoco es segura, es decir, es probable". Entonces, en ausencia de comparación, la percepción de una relación de probabilidad no es más que el juicio de que algo es posible sin ser por esto necesario. En esto vale recordar la máxima enunciada por los autores de *La Lógica de Port Royal* para quienes los asuntos que incumben a la probabilidad son aquellos donde "la simple posibilidad de un evento no es razón

[68] Keynes era muy consciente de la visión de Edgeworth sobre la probabilidad. En el *Treatise* Keynes cita más de veinte trabajos de Edgeworth sobre el tema.
[69] Edgeworth fue parte del viraje desde una visión cardinalista a una ordinalista de la utilidad. De hecho, fue quien aportó en gran medida a la difusión en Inglaterra de las ideas de Pareto sobre este punto.

suficiente para creerlo, y que podemos tener razones para creerlo, aunque no juzguemos que su contrario sea imposible.” (Arnauld & Nicole, 1662, p. 345, traducción propia).

Para Keynes sólo cuando existe una comparación con otra relación de probabilidad, puede hablarse de *grados* de creencia racional. Estos grados surgen necesariamente de un juicio de preferencia. De nuevo, el juicio antecede a la medida. Dadas dos relaciones de probabilidad, digamos $(a/h1)_{q1}$ y $(b/h1)_{q2,}$, Keynes, en lugar de buscar una medida exacta para cada una, por la cual una es mayor a la otra, insistirá en que la probabilidad refiere simplemente a un juicio de preferencia, por el cual, “cuando… decimos que una probabilidad es más grande que otra, esto significa precisamente que el grado de nuestra creencia racional en el primero caso yace *entre*[70] la certeza y el grado de creencia racional en el segundo caso” (1921, p. 35, traducción propia, cursivas en el original). El juicio de preferencia que hace a la mayor probabilidad de una proposición sobre otra no dice nada más que esto.

Generalmente esto ha sido entendido en términos de que la probabilidad de la proposición $(a/h1)_{q1}$, es un número desconocido entre $(b/h1)_{q2}$ y 1. Esta es, para Keynes, la posición de “Laplace y sus seguidores” que “argumentaron que toda conclusión tiene su lugar en el rango numérico de las probabilidades de 0 a 1, *si sólo pudiéramos conocerlo*, y desarrollaron su teoría de las probabilidades *desconocidas*” (J. M. Keynes, 1921, p. 31, traducción propia, cursivas en el original). Esto, para Keynes, no es así. Existen “algunos casos donde no hay probabilidad para nada; o las probabilidades no pertenecen a una única escala de magnitudes medibles en términos de una unidad común” (J. M. Keynes, 1921, p. 31, traducción propia).

Keynes se pregunta ¿Qué queremos decir al hablar, como Laplace, de que una probabilidad es *desconocida*? ¿Nos referimos a un defecto en nuestra capacidad para conocer la relación de probabilidad que existe entre una conclusión y una determinada evidencia o a la ausencia de evidencia para conocer la verdadera probabilidad de una proposición determinada?

De estas dos posibilidades, para Keynes, sólo la primera es aceptable. Como vimos en el capítulo anterior, Keynes admite que existen diferentes capacidades perceptivas a los fines de las relaciones lógicas. Esto es algo que tiene en común con Locke, sólo que Keynes extiende estas de modo que también incluyan las relaciones de probabilidad. Para Keynes “tan pronto como distinguimos entre el grado de creencia que

[70] El operador lógico *entre* también es herencia del pensamiento russelliano en *Principia Mathematica* (O’Donnell, 1989)

es racional sostener y el grado de creencia actualmente sostenido, estamos, en efecto, admitiendo que la verdadera relación de probabilidad no es conocida por todos" (J. M. Keynes, 1921, p. 32, traducción propia).

Pero Keynes está convencido de que la mayoría de quienes sostuvieron la idea de probabilidades desconocidas, en realidad lo hicieron en el segundo sentido mencionado más arriba.

> "quienes sostuvieron que, cuando no podemos asignar una probabilidad numérica, esto no es porque no hay ninguna, sino simplemente porque no la conocemos, lo que realmente querían decir, estoy seguro, es que con alguna adición a nuestro conocimiento un valor numérico podría ser asignado, esto es lo mismo que decir que nuestra conclusión tendría una probabilidad numérica relativa a premisas levemente diferentes."(J. M. Keynes, 1921, p. 33, traducción prpia, cursivas en el original)

Es decir, para estos autores, la probabilidad es desconocida por que no se le puede asignar un número y esto se debe a la ausencia de evidencias suficientes. Por motivos sobre los que profundizamos en el capítulo anterior, esto es inadmisible para Keynes. No existe una "verdadera probabilidad" ya que toda probabilidad está relacionada con una determinada evidencia. Nueva "evidencia nos daría una nueva probabilidad, no un conocimiento más completo de la anterior" (1921, p. 31, traducción propia).

Es usual decir que no conocemos la probabilidad de ganar en una rifa determinada, a menos que se nos informe sobre el número de rifas que se han repartido. Pero Keynes insiste en que, en realidad, cuando ignoramos el número de rifas repartidas, la probabilidad no existe para nosotros. No existe un grado de creencia racional que podamos construir sobre una lotería de la que no sabemos nada[71]. Una vez que obtenemos información sobre la cantidad de rifas repartidas, una nueva probabilidad emerge que, en este caso, si puede ser reducida a una medida numérica exacta.

Otro ejemplo, podemos decir que no conocemos la probabilidad de tener un accidente en un tren hasta que conocemos las estadísticas de accidentes en trenes. Pero, para Keynes, la nueva información conduce a una relación de probabilidad que antes no

[71] El principio de indiferencia de Laplace, aplicado a este caso, llevaría a sostener que lo más razonable, entonces, es suponer que tenemos tantas chances de ganar como de perder, es decir, asignar 0,5 a la probabilidad de ganar.

existía porque no teníamos esa información dentro de nuestras premisas. En este caso, además, es evidente que esa relación de probabilidad a la que llegamos mediante la información de las estadísticas de accidentes no es definitiva y puede tener sentido continuar recabando evidencia para alcanzar relaciones de probabilidad con mayor peso de los argumentos. Por ejemplo, podríamos considerar relevante conocer la experiencia del conductor del tren, el número de pasajeros que nos acompañan, el estado de las vías por las que vamos a viajar y del tren que vamos a usar. El proceso podría continuar hasta que nos quedemos con una clase cuyo único elemento, es el viaje del tren específico que vamos a tomar. Del mismo modo que Heráclito nunca se bañaba en el mismo río, podemos llegar a la conclusión que nunca nos tomamos el mismo tren.

6.6. Grados de probabilidad en distintas escalas de magnitud

Pero cuando no contamos con evidencia suficiente para acotar una relación de probabilidad dentro de límites numéricos específicos ¿Es siempre consecuencia de la ausencia de evidencia? Keynes cree que no. De hecho, para Keynes, son muy pocas las relaciones de probabilidad que pueden reducirse a un número. Una medida numérica de la probabilidad implica, para Keynes, la posibilidad de establecer una relación cuantitativa con otro grado de creencia racional. Esto es la posibilidad de establecer relaciones del tipo $R= k\ T$, donde R y T son grados de creencia racional, o sea, probabilidades, y k es cualquier escalar.

> "Al decir que no todas las probabilidades son mensurables, quiero decir que no es posible decir, de cada par de conclusiones sobre las cuales tenemos algún conocimiento, que el grado de nuestra creencia racional en uno mantiene alguna relación numérica con el grado de nuestra creencia racional en el otro." (J. M. Keynes, 1921, p. 34, traducción propia)

Esto se cumple sólo en casos muy particulares. Lo cual no quita la utilidad práctica de la probabilidad ya que, para Keynes, muchas veces podemos comparar en términos de mayor, menor o igual sin necesidad de reducir las probabilidades a medidas numéricas.

La “analogía más cercana” (J. M. Keynes, 1921, p. 36, traducción propia) a la probabilidad, tal y como Keynes la concibe, es la de los juicios de similitud[72].

> “A veces podemos tener alguna razón para suponer que un objeto pertenece a una categoría determinada si tiene puntos de similitud con otros miembros conocidos de la categoría (por ejemplo, si estamos considerando si un determinado cuadro debe ser atribuida a un cierto pintor), y cuanto mayor sea la similitud, mayor será la probabilidad de nuestra conclusión. Pero no podemos en estos casos *medir* el aumento; podemos decir que la presencia de ciertas marcas peculiares en un cuadro aumenta la probabilidad de que lo haya pintado el artista de quien se sabe que esas marcas son características, pero no podemos decir que la presencia de estas marcas lo hacen dos o tres o cualquier otro número de veces más probable de lo que hubiera sido sin ellas. Podemos decir que un objeto se parece más a un segundo objeto que a un tercero; pero rara vez hará sentido decir que es el doble de parecido.” (J. M. Keynes, 1921, p. 28, traducción propia, cursivas en el original)

Entonces podemos comparar dos cuadros de autores desconocidos y ordenarlos según cuál es más similar a un Picasso. De este modo podemos afirmar que uno es más probable que sea de Picasso que el otro. También podemos evaluar un ensayo anónimo y decir si se parece más a un texto de Marx o a uno de J. S. Mill. Y así afirmar que es más probable que haya sido escrito por Marx que por J. S. Mill. Pero no podemos decir que un cuadro anónimo es más parecido a un Picasso de lo que un ensayo anónimo se parece a un escrito de Marx. La probabilidad de que este cuadro anónimo sea de Picasso no es ni más grande, ni más chica, ni igual, a la probabilidad de que este texto anónimo sea de Marx. Entonces, “no es siempre posible decir que un grado de creencia racional en una conclusión es igual, mayor o menor que el grado de creencia en otra conclusión” (1921, p. 34, traducción propia).

Cuando comparamos la similitud de una pintura con la similitud de un escrito, estamos trabajando con dos escalas ordenandas distintas. Existe un orden dentro de cada escala, pero estas no son comparables entre sí. Para Keynes esto es como preguntarse si

[72] “Esta similitud merece una atención especial, ya que la analogía entre órdenes de similitud y probabilidad es tan grande que su aprensión será de gran ayuda para las ideas que deseo transmitir.” (J. M. Keynes, 1921, p. 36, traducción propia)

un metro es mayor, menor o igual a un kilo. El hecho que exista una escala ordenada no implica que esta sea comparable con otra escala ordenada.

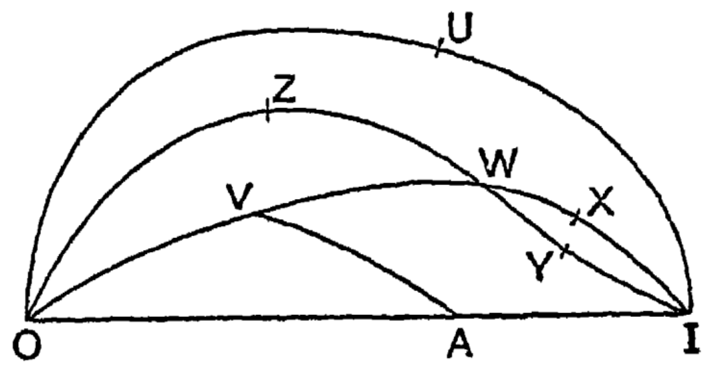
Existen dos escalas ordenadas porque ni la evidencia ni la conclusión tienen puntos en común. No se trata ni de un juicio de relevancia que compara distinta evidencia ante una misma conclusión, ni de un juicio de preferencia que compara dos conclusiones ante la misma evidencia, ni una combinación de las anteriores. Estamos comparando cosas que no tienen nada en común, lo cual anula la posibilidad de manifestar *racionalmente* una preferencia. Cualquier individuo puede sentir una inclinación más fuerte hacia cualquiera de estas dos conjeturas y ordenarlas coherentemente en una escala según sus propias preferencias, pero estas no encuentran justificación en ningún principio lógico que pueda ser compartido o analizado[73].

Especialmente no existe una unidad a la que estas dos probabilidades puedan reducirse de modo que permita luego su comparación. Cuando decimos que, de dos cuadros, el primero es más parecido a un Picasso, no decimos lo mismo que cuando decimos que, de dos vasos llenos de agua, el primero está más cerca del litro. En el caso de los vasos y el litro existe una unidad común que es medida y, en términos de esta, ordenada. Con los cuadros el orden surge de considerar evidencias que asimilan los cuadros bajo análisis con la obra de Picasso. No se mide nada. De nuevo, no tiene sentido decir que el primer cuadro es dos veces más similar a un Picasso que el segundo. Sólo existe un juicio de similitud entre los objetos bajo escrutinio. En este caso, lo único que nos permite hablar de "más", "menos" o "igual", es la escala ordenada en la que situamos a los distintos elementos.

Keynes provee una imagen para explicar sus ideas en este punto:

[73] Este es un punto importante que de momentos ha sido mal interpretado. Keynes descansa en la intuición para la identificación de las relaciones de probabilidad, pero una vez que estas han sido establecidas y ordenadas es mediante la lógica, y su requisito de consistencia, que deben ser comparadas. Toda la segunda Parte del *Treatise* se dedica a indagar sobre los principios axiomáticos de estas comparaciones. Un ejemplo fácil de entender es: partiendo de que $(a/h)_{q3}>(b/h)_{q4}$, $(a/hh1)_{q1}>(a/h)_{q3}$ y $(b/h)_{q4}>(b/hh2)_{q2}$, entonces $(a/hh1)_{q1}>(b/hh2)_{q2}$. Pero en el caso que comparemos $(a/h1)_{q5}$ con $(b/h2)_{q6}$, entonces no hay ningún principio que permita la comparación.

Figura 2: Relaciones de probabilidad en distintas escalas de magnitud.



Fuente: Extraído de Keynes (1921, p. 39)

En el gráfico O representa la imposibilidad de una proposición, mientras que I es la certeza en esa proposición. Cada camino que une a O con I es una escala de magnitud distinta y aquellas relaciones de probabilidad que se encuentre en una misma línea pueden ser comparadas entre sí. De todas las relaciones de probabilidad presentes en el gráfico sólo A es numérica. V, Z, W, X, Y, U son todas probabilidades no numéricas. V es menor a W, X e Y, pero no puede ser comparada con Z. V también es menor a A, es decir es menor a una cierta proporción numérica, sin ser V numérica. W es mayor a Z y a V, y menor a X e Y, a pesar de que Z y V, por un lado, y X e Y, por el otro, no son comparables entre sí. U no es comparable con ninguna, salvo con O e I. De U, lo único que se puede decir es que la proposición sobre la que se está concluyendo no es imposible ni segura.

Capítulo 7
La Teoría General de la Probabilidad

7.1. Introducción

Keynes es mayormente conocido por la *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero* (desde ahora *Teoría General)* (2003 [*1936]*) pero este no fue su primer intento de elaborar una *teoría general*, ni siquiera al que le dedicó más tiempo de reflexión. El *Treatise on Probability* (1921) ocupó a Keynes desde el inicio de su carrera intelectual hasta su publicación definitiva en 1921[74] y, a pesar de que su título no lo anuncia, esconde el intento de elaborar una teoría general de la probabilidad. De hecho, es la opinión de este tesista que Keynes hay más elementos para llamar teoría general a su teoría de probabilidades que a su teoría económica.

En la *Teoría General*, Keynes no persigue una síntesis del pensamiento económico, sino más bien una extensión de la doctrina marshalliana de modo que permita concebir múltiples equilibrios fuera del nivel de pleno empleo. Las diferencias entre el corto, mediano y largo plazo que Marshall elaboró para mostrar las coincidencias entre la escuela clásica y la revolución marginalista, pierden relevancia en el análisis keynesiano debido a que su comprensión de las expectativas conduce a un mediano y largo plazo demasiado incierto para ser relevante. Keynes, además, ignora y desdeña sin estudiar toda herencia teórica del marxismo, y su rescate del pensamiento clásico es íntegro y ciegamente a través de la obra de Marshall.

En el Treatise su actitud es muy distinta. A lo largo del mismo, Keynes estudia en detalle las principales corrientes de pensamiento sobre la probabilidad desde Pascal y Huygens, pasando por Locke, los autores de Port Royal, J. Bernoulli, Hume, Laplace, Condorcet, Cournot, Poisson, Poincaré, Czuber, Von Kries, Chebyshev, Ellis, Venn y Jevons, hasta sus contemporáneos Pearson, Edgeworth y Markov. dedica extensas digresiones a exponer hasta el límite de sus capacidades la visión de cada uno de estos autores sobre la probabilidad, marcando lo que a su parecer tienen de verdad y las confusiones en su pensamiento. Toda teoría general requiere un esfuerzo de síntesis sobre

[74] Sin embargo, vale aclarar que la escritura del *Treatise* fue frecuentemente interrumpida, primero por la guerra y luego por las negociaciones de paz de Versalles que motivaron la escritura de otro tratado por parte de Keynes *The economic consequences of the peace* (1919). R. Skidelsky (2009) indica que el período de más intenso trabajo en el Treatise fue entre 1905 y 1913.

la historia del concepto, algo que Keynes parece haber hecho en relación a la teoría de probabilidades y no así respecto a la teoría económica.

En cualquier caso, nuestra tesis busca mostrar que Keynes re-estableció los problemas implícitos en la concepción pre-matemática de la probabilidad que tuvo vigencia en la escuela de Locke. Pero no lo hizo desdeñando todo el bagaje intelectual acumulado a lo largo de los siglos XVIII y XIX, sino que buscó re interpretar e incorporar los momentos de verdad de las escuelas de Laplace y Quetelet.

Locke y los autores de *Port Royal* no discutieron la "regla de sucesión", ni el sentido de la "inversión de la probabilidad", ni el alcance del "principio de indiferencia", ni conocían los distintos teoremas que buscaron dar basamento al método inductivo y si bien las nociones frecuentistas permeaban su pensamiento, no vivieron la inundación de estadísticas del siglo XIX, ni reflexionaron sobre la posibilidad de reducir toda probabilidad a argumentos sobre la frecuencia de repetición de eventos en una serie definida. Keynes es absolutamente consciente de todo esto y su teoría no puede hacer caso omiso de esta herencia, sino que debe mostrar cómo se posiciona dentro de su concepción.

En el *Treatise*, Keynes busca integrar la formulación frecuentista de Venn y las deficientes aplicaciones del principio de indiferencia que habían adelantado los probabilistas clásicos como un caso particular dentro de su propuesta. En sus palabras:

> "Pues mi Tratado se ocupa de la teoría general de aquellos argumentos que, partiendo de premisas, conducen a conclusiones que son razonables, pero no ciertas." (J. M. Keynes, 1921, p. 98, traducción propia).

> "(…) la teoría de este Tratado es la teoría generalizada, que comprehende dentro de ella aquellas aplicaciones de la idea de frecuencia estadística verdadera que tienen validez." (J. M. Keynes, 1921, p. 104, trad propia).

Como queda claramente expuesto en el capítulo siete del *Treatise*, "Retrospectiva histórica", para Keynes, la probabilidad fue originalmente entendida como el juicio razonable que se puede sostener en base a la evidencia disponible. Esta concepción, a pesar de que nunca fue completa ni conscientemente abandonada, poco a poco, fue subsumida y reemplazada por el abordaje matemático de la probabilidad que dependía del principio de indiferencia para la concatenación de sus deducciones. Así, el intento original de sustentar la probabilidad en la evidencia disponible, fue reemplazado por el abordaje matemático que convertía a la ignorancia en una virtud. Para los autores de la "escuela clásica de la probabilidad matemática", o, como la llamamos aquí, la escuela de Laplace, la ignorancia sobre las causas y condiciones de los fenómenos justificaba la asunción de la equi-posibilidad de sus resultados. Pascal y Huygens desarrollaron su doctrina del cálculo de las posibilidades en el marco de los juegos de azar suponiendo la igualdad de posibilidades entre los resultados, pero fue J. Bernoulli quien extendió el alcance de esta doctrina fuera de los juegos de azar[75]. La extensión de la doctrina de las posibilidades a los problemas más diversos, utilizando el principio de indiferencia basado en la ignorancia, es algo que Keynes, al igual que Ellis y Venn, no puede aceptar. Pasemos a analizar en detalle la crítica de Keynes al principio de indiferencia basado en la ignorancia y su intención de refundarlo como una "regla que justifique los juicios de indiferencia" (J. M. Keynes, 1921, p. 54, traducción propia).

7.2. Las paradojas del principio de indiferencia basado en la ignorancia

Keynes advierte la importancia de su concepción no numérica y no comparable de algunas probabilidades a los fines de la crítica a la aplicación clásica del principio de indiferencia. Bajo la presuposición de que toda probabilidad es numérica, el principio de indiferencia basado en la ignorancia gana fuerza ya que cubre todas aquellas situaciones donde es difícil decir si una probabilidad es mayor o menor a otra, suponiendo que son iguales.

> "Si toda probabilidad fuera necesariamente mayor, igual o menor a cualquier otra, el principio de indiferencia sería viable. Ya que, si la evidencia no otorga bases para atribuir probabilidades distintas a las predicaciones alternativas, pareciera que siguiera que entonces deben ser iguales. Si, por el contrario, puede ser que no haya ni igualdad ni desigualdad entre probabilidades, este método del razonamiento falla." (J. M. Keynes, 1921, p. 42, traducción propia)

[75] Como vimos en la Parte I, antes de J. Bernoulli también hubo algunos intentos importantes de extender la doctrina de las posibilidades a otros contratos aleatorios como las anualidades, por parte de Hudde, De Witt y el mismísimo Huygens.

Pero aún si no se admitiera esta crítica fundamental al razonamiento por negación que implica el principio de indiferencia[76], Keynes recopila una serie de paradojas a las que este principio conduce. La mayoría de estas paradojas ya habían sido presentadas por Von Kries y algunas también por Boole. A continuación, recuperamos algunas de ellas a los fines de mostrar las limitaciones que emanan de un principio que busca basarse en la ignorancia.

Supongamos que recibimos como regalo un libro cubierto por un envoltorio. Siendo que no tenemos ninguna información adicional sobre el origen del presente ni sobre las características comunes de los libros, no tenemos motivos de preferencia entre una afirmación sobre una característica del mismo y su negación. Por ejemplo: "el libro tiene tapa blanca" / "el libro no tiene tapa blanca". Ambas proposiciones son mutuamente excluyentes y exhaustivas y siendo que carecemos de información que indique la preferencia de alguna, el principio de indiferencia nos llevaría afirmar que ambas son igualmente posibles, es decir, que la probabilidad de cada una es ½. Pero rápidamente podríamos extender este mismo razonamiento a otras afirmaciones como "el libro tiene tapa verde" o "el libro tiene tapa roja", siendo en cada caso su probabilidad idéntica a la de su contrario y llevando a que existe ½ de probabilidad de que la tapa del libro sea blanca, ½ de que sea verde y ½ de que sea roja. "Entonces nos vemos enfrentados con la situación imposible de tres alternativas exclusivas, todas tan posibles como su contrario" (J. M. Keynes, 1921, p. 43, traducción propia).

Veamos otro caso similar, supongamos que somos absolutamente ignorantes sobre la distribución de la población en el mundo. En ese caso, el principio de indiferencia validaría la suposición de que aquel hombre, del que nada sabemos, sea europeo o africano. Pero también validaría la suposición de que sea inglés, como francés o africano. Pero estas conclusiones son inconsistentes entre sí. Ya que en la primera se afirma que es igualmente posible ser europeo o africano, mientras que en la segunda se considera doblemente posible ser europeo (inglés o francés) que africano. "No es posible mantener, cuando estamos considerando las distintas poblaciones de diferentes áreas, que el número de nombres de subdivisiones que forman parte de nuestro conocimiento, sea, en ausencia de evidencia respecto a su tamaño, una pieza relevante de evidencia" (J. M. Keynes, 1921, p. 45, traducción propia).

[76] Recordemos que el principio de indiferencia siempre procede desde la ignorancia a la equiprobabilidad de resultados posibles: En ausencia de motivos para preferir un resultado a otro, se supone que todos los resultados son igualmente probables.

En estos casos queda claro que las contradicciones emanan de una aplicación descuidada del principio de indiferencia. Keynes se da cuenta de esto y está convencido de que gran parte de estos problemas se solucionan una vez que se deja de basar el principio en la ignorancia y se lo pone en referencia a la evidencia relevante disponible.

Keynes también presenta algunas paradojas relacionadas a la aplicación del principio de indiferencia al caso continuo o geométrico. A continuación, presentamos una de ellas valiéndonos de un ejemplo extraído de Landro (2010, p. 47). Supongamos que tenemos un vaso con una mezcla de agua y vino de la cual sólo sabemos que la proporción de ambas sustancias se encuentra entre: $\frac{1}{3} \leq \frac{vino}{agua} \leq 3$. Si aplicamos el principio de indiferencia la probabilidad de que la proporción se ubique en cualquier intervalo entre 1/3 y 3 queda definida por una función de densidad uniforme. Si, por ejemplo, buscamos la probabilidad de que dicha proporción sea menor a 2, entonces tenemos que: [77]

$$p\left(\frac{1}{3} \leq \frac{vino}{agua} \leq 2\right) = \frac{2-\frac{1}{3}}{3-\frac{1}{3}} = \frac{5}{8}$$

Pero si buscamos la misma probabilidad invirtiendo los componentes de la proporción, es decir, fijándonos en la proporción de agua/vino en lugar de vino/agua, llegamos a una paradoja. Preguntarse cuál es la probabilidad de que haya menos de dos unidades de vino por cada una de agua (vino/agua < 2) es lo mismo que preguntarse por la probabilidad de que haya más de media unidad de agua por cada unidad de vino (agua/vino > 1/2). Partimos del conocimiento de que hay hasta 3 partes de uno de los componentes por cada unidad del otro, lo cual lleva a que la distribución uniforme tenga los mismos límites tanto para vino/agua, como para agua/vino. Pero si buscamos la probabilidad de que la proporción de agua con respecto al vino sea mayor a ½ obtenemos:

---

[77] La función de densidad de probabilidad uniforme queda definida por dos parámetros: su límite superior (b) y su límite inferior (a). Que la distribución sea uniforme implica que cualquier intervalo de la variable de la misma amplitud va a tener una misma área asociada. Gráficamente esto queda representado por un rectángulo cuya base queda definida por la diferencia entre su límite superior y su límite inferior $(b-a)$ y cuya altura es la inversa de dicha base $(\frac{1}{b-a})$. En el ejemplo presentado b=3 y a=1/3. Cuando consideramos la probabilidad de que la proporción este entre 1/3 y 3, el área del rectángulo es: $base\ x\ altura = \frac{(3-1/3)}{(b-a)} = \frac{(3-1/3)}{(3-1/3)} = 1$, representando la certeza que caracteriza a nuestro conocimiento sobre la mezcla. Ahora si buscamos la probabilidad de que la mezcla este entre 1/3 y 2, estamos buscando una sub-area del rectángulo cuya base es menor pero su altura es idéntica, entonces: $base\ x\ altura = \frac{(2-1/3)}{(b-a)} = \frac{5}{8}$.

$$p\left(\frac{1}{2} \leq \frac{agua}{vino} \leq 3\right) = \frac{3 - \frac{1}{2}}{3 - \frac{1}{3}} = \frac{15}{16} \neq \frac{5}{8} = \ p\left(\frac{1}{3} \leq \frac{vino}{agua} \leq 2\right)$$

Es decir, el principio de indiferencia lleva a resultados contradictorios entre dos proposiciones que son conceptualmente idénticas[78]. Los desafíos de la aplicación del principio de indiferencia a casos continuos, de modo que permita ordenar las probabilidades en un único orden de magnitud, son, para Keynes, insuperables. A pesar de intentar dar una solución y dejar la puerta abierta al tratamiento cuantitativo de estos casos, lo cierto es que la concepción keynesiana de la probabilidad no considera posible asignar rigurosamente valores numéricos a probabilidades vinculadas a problemas continuos.

Veamos una última paradoja que emana de la ambigüedad en la aplicación del principio de indiferencia. Para explicar esta última, Keynes, propone tomar el clásico ejemplo de la urna repleta con bolas blancas y negras en una proporción desconocida y siendo que se realizan extracciones sin reposición. En casos de este tipo

> “el principio de indiferencia puede ser utilizado para reivindicar la hipótesis habitual, es decir, que todas las proporciones de bolas blancas y negras en la urna son igualmente probables. Pero también podríamos suponer que... cada bola individual… tiene la misma probabilidad de ser blanca o negra.” (J. M. Keynes, 1921, p. 50, traducción propia)

Bajo la aplicación del principio de indiferencia a cada una de las bolas, es decir, en el último sentido que menciona Keynes, la sucesiva extracción y observación del color de las bolas no modifica la probabilidad de las siguientes extracciones. En cambio, bajo la primera hipótesis, que todas las proporciones son igualmente posibles, llegamos a que cada extracción modifica nuestra creencia sobre la proporción presente en la urna. El principio de indiferencia basado en la ignorancia no otorga un criterio claro para establecer cuál de estas dos hipótesis es la adecuada y, Keynes argumenta que, aquella

[78] Landro (2010, pp. 50–51) explica que esta paradoja pertenece a la familia de las llamadas paradojas de la probabilidad geométrica presentadas por Bertrand a fines del siglo XIX. Las mismas emanan de la hipótesis errónea de invariancia de la definición de probabilidad con respecto a cualquier “transformación artificial con respecto al problema”.

que ha sido tomada como la hipótesis correcta es, en realidad, incorrecta y representa un uso indebido del principio de indiferencia.

Otro ejemplo extraído de Poincaré ilustra el problema en forma más notable. Supongamos que se extraen dos cartas de mazos distintos y se apoyan boca abajo sobre la mesa. Si damos vuelta la primera carta y es negra ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda carta sea negra también? Suponiendo que, en principio, cualquier proporción entre cartas negras y rojas puede estar presente en las dos cartas de la mesa (dos rojas, dos negras o una roja y una negra), se llega a que, una vez que dimos vuelta la primera carta y observamos que era negra, la probabilidad de que la próxima carta sea negra es 2/3 (ver por ejemplo Poisson, 1837, p. 96)[79]. En cambio, si se aplica el principio de indiferencia a cada carta en particular, siendo que cada carta se extrajo de un mazo distinto, la probabilidad de que la carta sea negra sigue siendo ½ al igual que al principio.

7.3. El principio de indiferencia limitado por los juicios de relevancia

Para Keynes, las paradojas y ambigüedades del principio de indiferencia son consecuencia de la falta de claridad sobre las premisas en base a las cuales se aplica el principio. En este sentido reconoce que gran parte de las confusiones emanan de la mecanización del principio. Del intento de borrar toda apelación al juicio en la estimación de probabilidades. Como se vio en el Capítulo 5, la probabilidad, para Keynes, es consecuencia de ejercitar juicios de relevancia y preferencia. Estos tienen un componente intuitivo que no puede ser reemplazado por la aplicación de una regla estática o una fórmula matemática. Keynes está convencido de que gran parte de la confusión que rodea a la probabilidad se debe al apuro de algunos autores en arribar a “complicados resultados de gran precisión” en lugar de detenerse a proporcionar una “explicación inteligible del significado de la probabilidad”. Los principales responsables de este estado de la cuestión son, para Keymes, “los incautos métodos y exageradas conclusiones de la escuela de Laplace” (J. M. Keynes, 1921, p. 51, traducción propia).

Entonces, para Keynes, antes de hacer uso del principio de indiferencia hay que ser “más preciso al revelar hasta qué punto su aplicación es mecánica y en qué medida

[79] Esto surge del hecho de que si se aplica el principio de indiferencia a la proporción se tiene que hay dos formas en las que la carta puede ser negra bajo la constitución de dos cartas negras y sólo una en la que puede ser roja en la constitución de una carta negra y una roja. Por lo cual, bajo esta hipótesis de aplicación del principio de indiferencia, que la segunda carta sea negra es dos veces más probable a que sea roja, o sea, la probabilidad de que sea negra es 2/3.

implica una apelación a la intuición lógica" (J. M. Keynes, 1921, p. 52, traducción propia). Aquí se puede ver nuevamente la influencia de la escuela de Locke en el pensamiento de Keynes. Como ya se vio en detalle en el Capítulo 5, Keynes entiende las relaciones de probabilidad como una subespecie dentro del género de las relaciones lógicas. Así como a veces "se supone que podemos… juzgar directamente que una conclusión *se sigue de* una premisa, no es una gran extensión de esta asunción suponer que en algunos casos podemos reconocer que una conclusión *se sigue parcialmente d*e… una premisa" (J. M. Keynes, 1921, p. 52, traducción propia). Dicho reconocimiento es necesariamente intuitivo, no puede haber una descripción más que formal del proceso. La consideración del contenido de cada situación particular queda siempre en manos de cada sujeto con su respectiva capacidad para juzgar la verosimilitud que las premisas otorgan a la conclusión. En este sentido, el objeto de la teoría de probabilidades debe ser, antes que el cálculo preciso, la determinación de las "reglas y principios lógicos que poseen una aplicación general" (J. M. Keynes, 1921, p. 53, traducción propia) en dicho proceso de consideración de las evidencias disponibles.

Uno de estos principios de "aplicación general" es el principio de indiferencia, pero para que no caiga en los malos usos a los que se prestó bajo la escuela de Laplace, debe ser correctamente limitado. En palabras de Keynes el principio establece que "no debe haber ninguna razón conocida para preferir una alternativa sobre otras de un conjunto disponible". Pero inmediatamente se pregunta; "¿Qué son "razones" y cómo podemos nosotros saber si justifican o no la preferencia de una alternativa sobre la otra?". Para Keynes es claro que no hay otra salida más que el juicio sobre la relevancia o irrelevancia de la evidencia disponible. "Antes… de que podamos empezar a aplicar el principio de indiferencia, debemos haber hecho una serie de juicios directos sobre el efecto que tendría en la probabilidad, la inclusión entre la evidencia de algunos detalles particulares" (J. M. Keynes, 1921, p. 54, traducción propia). Es decir, debemos haber desechado como irrelevante toda evidencia disponible por encima de aquella que guarda importancia con la conclusión bajo consideración[80].

Por ejemplo, en el clásico ejemplo de la urna conteniendo *n* bolas blancas y negras en una proporción desconocida, cuando consideramos la probabilidad de extraer una bola negra juzgamos que el color de las bolas no es relevante a los fines de sus probabilidades. El hecho que la bola sea negra, blanca o turquesa no hace más posible su extracción. Si,

[80] En la notación previa para que una pieza de evidencia (h1) sea considerada irrelevante debe darse que $(a/h2h1)_{q1}=(a/h2)_{q2}$

en cambio, supiéramos que las bolas negras están hechas de un material metálico y las bolas blancas de papel y extrajéramos las bolas mediante un magneto, esa información sería relevante respecto a la probabilidad de extraer una bola negra.

Teniendo esto en mente, Keynes formula las condiciones del principio de indiferencia del siguiente modo:

> "No debe haber evidencia *relevante* relacionada con una alternativa, a menos que haya evidencia *correspondiente* relacionada con la otra; es decir, nuestra evidencia relevante debe ser simétrica con respecto a las alternativas, y debe ser aplicable a cada una de ellas de la misma manera." (J. M. Keynes, 1921, p. 56, traducción propia, cursivas en el original)

Entonces para poder aplicar el principio de indiferencia, tenemos que tener exactamente la misma evidencia apoyando cada una de las alternativas que avizoramos posibles. Un ejemplo de evidencia "*correspondiente"* es aquel implícito en el clásico ejemplo de la urna. En ese caso, la única evidencia que tenemos es que hay "n bolas de color blanco y negro en una proporción desconocida", esta evidencia apoya de la misma forma y con la misma fuerza cualquiera de las dos alternativas: "extraer una bola blanca" o "extraer una bola negra". Si la evidencia que tuviésemos, en cambio, indicara que hay ocho bolas negras y dos bolas blancas, entonces, no se trata de evidencia correspondiente y tenemos motivos para ejercer un juicio de preferencia (en lugar de indiferencia) a favor de la probabilidad extraer una bola negra.

Estas consideraciones permiten otorgar un nuevo marco a la última de las consideraciones estudiadas en el apartado anterior. Antes se vio que el principio de indiferencia basado en la ignorancia no está exento de ambigüedad en su aplicación. En el clásico ejemplo de la urna existe la ambigüedad de si la indiferencia deber ser respecto a las distintas proporciones posibles de la urna o al color de cada una de las bolas, es decir, si debe aplicarse a la urna en su conjunto o a cada bola de la urna. La conclusión de Keynes en este punto es que la aplicación del principio a la urna en su conjunto es errónea, mientras que la aplicación a cada una de las bolas es válida. La errónea aplicación del principio, en este como en tantos otros casos, surge, desde su perspectiva, como consecuencia de haber borrado la referencia a la evidencia en base a la cual se realiza el juicio de indiferencia. En este sentido, el simple hecho de contar con alternativas exhaustivas es una condición necesaria, pero no suficiente para la aplicación del principio.

En el caso en que busquemos aplicar el principio de indiferencia a la proporción de bolas negras en una urna de la que sólo conocemos que hay cuatro bolas de color desconocido, dos de nuestras posibles alternativas son: "la proporción de bolas negras es ½" [Φ (1/2)][81] y "la proporción de bolas negras es ¼" [Φ (1/4)]; y nuestra evidencia: "hay cuatro bolas blancas o negras en la urna en una proporción desconocida" (*h*). Sin embargo, nuestra evidencia no aplica de la misma forma a las alternativas presentadas fallando en proveer la simetría necesaria para que el juicio de indiferencia sea válido. Siendo que las cuatro bolas de la urna son A, B, C y D. En base a nuestra evidencia nosotros sabemos que Φ (1/2) puede darse si A y B o B y C o C y D o A y C o A y D o B y D son negras, mientras que para que se de Φ (1/4) sabemos que lo que tiene que suceder es que A, B, C o D sean negras. La evidencia no aplica de la misma forma a cada una de las alternativas y eso anula la posibilidad de ejercer un juicio de indiferencia válido. En el caso de aplicar el principio de indiferencia a cada bola, este problema no se presenta. En este caso las alternativas son "la próxima bola que se extraerá es blanca" Φ (blanca) o "la próxima bola que se extraerá es negra" Φ (negra) y la evidencia con la que contamos apoya idénticamente cada una de estas alternativas.

Pero con esto no basta para rehabilitar definitivamente el principio de indiferencia ya que, como se vio, en algunos de los casos en los que se incurría en paradojas eran provocados por la inapropiada definición de las alternativas. Entonces, para evitar estas situaciones Keynes propone la siguiente regla general:

> "Nuestro conocimiento no debe permitirnos dividir la alternativa Φ (a) en una disyunción de dos sub-alternativas, (i.) Que son expresables en la misma forma Φ, (ii.) Que son mutuamente excluyentes, y (iii.) que, según la evidencia, son posibles." (J. M. Keynes, 1921, p. 61, traducción propia)

Entonces para poder aplicar el principio de indiferencia, primero, la evidencia que juzguemos relevante tiene que ser simétrica. Pero, en segundo lugar, tenemos que ser cuidadosos en la formulación de las alternativas sobre las cuales buscamos aplicar el principio de indiferencia. Ninguna de estas alternativas, en el estado actual de nuestro

[81] Φ (a) es una función proposicional, o sea, una proposición donde sólo un elemento es variable. Por ejemplo, Φ (blanca) puede significar "la próxima bola que se extraerá será blanca", lo cual cambiando por Φ (negra) es "la próxima bola que se extraerá será negra". La utilización por parte de Keynes de funciones proposicionales también muestra la influencia de Russell en su pensamiento.

conocimiento, tiene que poder ser dividida en dos o más alternativas que puedan ser expresadas en la misma forma y que sean mutuamente excluyentes.

Es fácil ver como las limitaciones que Keynes impone al principio de indiferencia advierten en contra de su aplicación en casos como los que antes vimos que culminaban en paradojas. El primer caso donde vimos que se generaban paradojas era cuando se comparaban como alternativas una proposición y su contradictoria. En ese caso vimos que el principio de indiferencia basado en la ignorancia llevaba a otorgar una probabilidad de ½ a un sin número de proposiciones y sus respectivos contradictorios. Por ejemplo: "el libro tiene tapa blanca", "el libro tiene tapa verde" o "el libro tiene tapa roja". En cada uno de esos casos, la contradictoria que se ofrece como alternativa no cumple con las exigencias de Keynes ya que es susceptible de ser abierta en múltiples alternativas de la misma forma, excluyentes entre sí y posibles en base a la evidencia. Esto es, "el libro no tiene tapa blanca" incluye a "el libro tiene tapa verde" y "el libro tiene tapa roja". Alternativas que además son excluyentes entre sí y posibles dada la evidencia de un libro en un envoltorio.

El segundo ejemplo que vimos, referido al lugar de nacimiento de un hombre del que nada se sabe y partiendo de un desconocimiento total de la distribución demográfica del mundo, enfrentaba el mismo tipo de complicación. La alternativa que sea europeo, podía ser dividida en sucesivas alternativas de la misma forma, excluyentes entre si y posibles a la luz de la evidencia disponible. Es decir, que sea inglés o que sea francés.

Vale la pena remarcar que Keynes se da cuenta que estas limitaciones reducen enormemente la aplicabilidad del principio de indiferencia. Pero esta reducción no implica tanto una limitación a los juicios de probabilidad, sino más bien, una advertencia en contra de su reducción a números precisos. El mismo Keynes advierte que las limitaciones impuestas "son fatales para la utilidad práctica del principio de indiferencia" (J. M. Keynes, 1921, p. 61, traducción propia) y que "el reconocimiento de que no todas las probabilidades son numéricas, limita el alcance del principio de indiferencia" (J. M. Keynes, 1921, p. 65, traducción propia). Por lo cual, se debe ser cuidadoso al plantear, que el esquema keynesiano es insuficiente debido a que no permite cuantificar tantas probabilidades como otros sistemas. Como ya se dijo con anterioridad, la intención de Keynes es "limitar, no extender, la doctrina popular" de que las "probabilidades son, en el sentido pleno y literal de la palabra, medibles" (J. M. Keynes, 1921, p. 20, traducción propia). Pasamos entonces a estudiar aquellas situaciones donde puede haber juicios de preferencia sin necesidad de que estos se traduzcan a probabilidades numéricas.

7.4. El principio de preferencia entre alternativas

El capítulo cinco del *Treatise* obscuramente titulado "Otros métodos para la determinación de probabilidades", en realidad se ocupa de los juicios de preferencia entre alternativas, en lugar de los casos de indiferencia estudiados en el capítulo cuatro. Como se vio en el apartado anterior, Keynes cree que son pocos los argumentos que pueden ser reducidos a un conteo finito de alternativas equi-probables. Si todos los juicios de preferencia surgieran de la consideración conjunta de varias alternativas equiprobables entre sí, *a la* J. Bernoulli, entonces toda probabilidad sería efectivamente un número, una proporción de casos favorables sobre totales, y podría ser comparada con cualquier otra. Pero, para Keynes, en la mayoría de los casos donde podemos emitir un juicio en términos de mayor, menor o igual, no es porque estas probabilidades sean asociables a un número, sino porque somos capaces de ejercitar un juicio de preferencia entre dos alternativas del mismo modo que podemos ejercitar un juicio sobre la similitud de dos objetos. De nuevo, en muchos casos podemos decir que dada la evidencia *h*, *a* es más probable que *b*, pero no podemos decir si es el doble, el triple, o *x* veces más probable. Sólo existe el juicio de preferencia que ordena probabilidades en una escala de magnitud que no guarda una relación comparativa con otras escalas de magnitud. No sólo existe múltiples escalas, sino que algunos miembros viven simultáneamente en varias de ellas, volviendo posible comparar *a* con *b* y *a* con *c*, pero no *b* con *c*. Por lo cual, si se quisiera reducir a número alguna de estas escalas ordenadas, sabiendo que no sería comparable con otras, su selección sería compleja y hasta cierto punto arbitraria.

En el capítulo IV del *Treatise,* Keynes buscó re-habilitar el principio de indiferencia de modo tal que las condiciones para su aplicación sean claras y seguras. Ahora, en el capítulo V, busca establecer cuáles son las condiciones generales que permiten los juicios de preferencia.

> "El objeto de las siguientes reglas y principios es reducir los juicios de preferencia y relevancia, que estamos obligados a hacer, a unos pocos tipos relativamente simples" (J. M. Keynes, 1921, p. 65, traducción propia).

La idea es encontrar las reglas generales que estructuran los juicios de preferencia para así potenciar la capacidad de discernimiento entre juicios válidos e inválidos. Como vimos en el caso del principio de indiferencia, puede haber juicios que, a simple vista, parezcan válidos pero que, una vez analizada su estructura y las premisas sobre las que se sostienen, se muestren inválidos. Lo mismo sucede con los juicios de preferencia, que no se siguen de juicios de indiferencia.

En ninguno de estos casos se puede escapar al juicio directo o intuición del individuo en cuestión. Pero esto no es visto por Keynes como una debilidad. El hecho de que, en última instancia, se dependa de la intuición no debe conducirnos a la conclusión de que estos juicios "no tienen base alguna en la razón, o que son subjetivos" ya que la intuición es también necesaria para los razonamientos deductivos y no por eso decimos que no son razonables.

> "No se le pide más al poder intuitivo aplicado a casos particulares que determinar si una nueva evidencia habla, considerando la cuestión en su conjunto, a favor o en contra de una conclusión dada… Es razonable mantener con los lógicos de Port Royal que podemos sacar una conclusión que es realmente probable al prestar atención a todas las circunstancias que acompañan el caso" (J. M. Keynes, 1921, p. 70, traducción propia)

Keynes insiste a lo largo de todo su *Treatise* con la relevancia de la intuición a los fines de los juicios de probabilidad. Estos son entendidos no como una manifestación de preferencias personal sino como la capacidad individual para percibir relaciones objetivas entre la evidencia y la conclusión. Carabelli (1988) y O´Donnell (1989) muestran que este es un elemento sumamente importante en el pensamiento de Keynes que no abandonó ni siquiera en sus escritos económicos de madurez. Sin embargo, estos estudiosos de la obra de Keynes, no parecen haber reparado en que, Keynes, cada vez que busca reforzar su afirmación de que la probabilidad debe ser considerada como una relación lógica que debe ser intuida, hace referencia a las opiniones de los filósofos de fines de siglo XVII.

De todos modos, Keynes plantea que hay por lo menos dos situaciones generales que gobiernan unívocamente los juicios de preferencia:

i. Cuando comparamos $(ab/h)_{q2}$ con $(a/h)_{q1}$. O sea, cuando se comparan dos conclusiones alternativas en base a la misma evidencia y una de las alternativas incluye a la otra y, además, suma contenido independiente. Esta última condición, que sume contenido independiente, equivale, en la notación aquí adoptada, a que $(b/ah)_{q3} \neq 1$. Es decir, que *b*, no pueda ser inferido con certeza de la evidencia *ah*. En casos de este tipo $(ab/h)_{q2}$ siempre será menor que $(a/h)_{q1}$. Esto es, $(ab/h)_{q2} < (a/h)_{q1}$. Un ejemplo, si entramos a nuestro departamento y vemos huellas de barro de lo que parece ser un perro, la conclusión "hay un perro en el departamento" [$(a/h)_{q1}$] siempre es más probable que "hay un perro negro en el departamento" [$(ab/h)_{q2}$].

ii. Cuando comparamos $(a/h1h2)_{q2}$ con $(a/h1)_{q1}$ siempre que h2, en el caso de ser relevante, otorgue evidencia unívocamente a favor o en contra de *a*. Si *h2* otorga evidencia a favor, entonces $(a/h1h2)_{q2}$ será mayor a $(a/h1)_{q1}$. En caso de que la evidencia sea en contra será menor. Y en caso de que la evidencia que otorgue sea irrelevante será igual. Es importante que *h2* no permita la partición en evidencia contradictoria, porque, en ese caso, puede volverse imposible la comparación entre la probabilidad original y la final. Supongamos que *h2=h3 y h4*; siendo que *h3* provee evidencia a favor de *a* y *h4* en contra. Entonces: $(a/h1h3)_{q3} > (a/h1)_{q1}$ y $(a/h1h4)_{q4} < (a/h1)_{q1}$. De esto también podemos concluir que $(a/h1h3h4)_{q5} < (a/h1h3)_{q3}$ o $(a/h1h3h4)_{q5} > (a/h1h4)_{q4}$. Pero no podemos proponer una regla general para la comparación entre $(a/h1h3h4)_{q5}$ y $(a/h1)_{q1}$. Incluso puede suceder que estas dos probabilidades no sean comparables en absoluto.

iii. Un tercer tipo de preferencia puede surgir como producto de la combinación con el principio de indiferencia. Si $(a/h1h2)_{q2} > (a/h1)_{q1} = (b/h1)_{q4} > (b/h1h3)_{q3}$, entonces $(a/h1h2)_{q2} > (b/h1h3)_{q3}$.

Pero, ¿Todos los juicios de preferencia pueden ser ubicados en los tres tipos anteriores? Keynes admite que, a primera vista, a veces, pareciera que realizamos juicios de preferencias entre alternativas con evidencia totalmente distinta. Por ejemplo, "juzgamos más probable… que Cesar haya invadido Gran Bretaña a que Rómulo haya sido el fundador de Roma" (J. M. Keynes, 1921, p. 67, traducción propia). En este caso, parecería ser que nuestro juicio se está pronunciando sobre alternativas sin una base de evidencia común. Pero Keynes cree que, incluso en estos casos puede encontrarse un terreno común gracias al cual llevamos a cabo el juicio.

> "Podríamos argumentar en este caso que, la fundación de Roma por parte de Rómulo descansa únicamente en la tradición, mientras que para la invasión de Gran Bretaña por parte de César tenemos evidencia *adicional* de otro tipo... esto sin considerar la duda adicional involucrada en el mantenimiento de una tradición entre los tiempos de Rómulo y César. Mediante algún análisis de este tipo, nuestro juicio de comparación podría incluirse dentro de las categorías anteriores." (J. M. Keynes, 1921, p. 67, traducción propia)

Lo que propone Keynes es ampliar lo que se considera evidencia, de modo que deje de estar referida a "cuestiones de hecho" (*matters of fact)* y pase a referirse a una categoría más general que demarca su origen. De este modo, la "tradición" pasa a ser considerada una evidencia común para ambas alternativas consideradas. A esta reducción de evidencias a un terreno común Keynes, tomando prestado un término de Von Kries, lo llama "esquematización". Keynes está convencido que, si se admite la validez del proceso de esquematización, todos los juicios de preferencia que pretenden basarse en razones, y no en un capricho personal, pueden reducirse a los tres tipos presentados anteriormente.

Estas "reglas generales" que enmarcan los juicios de preferencia/indiferencia y de relevancia/irrelevancia son, para Keynes, el objeto sobre el cual deberían girar las discusiones que atañen a la teoría de probabilidades. Que la probabilidad atañe a juicios en base a evidencias y que no todas las probabilidades son numéricamente medibles, son dos elementos que, para Keynes, no pueden ser razonablemente cuestionados.

> "Creo que, en general, todas las escuelas de pensamiento coincidirán en que la probabilidad de una conclusión es, en un sentido importante, relativa a las premisas dadas. Sobre este tema y también sobre el hecho de que nuestro conocimiento de muchas probabilidades no es numéricamente definido, bien podría ser para el futuro un final de desacuerdo, y la disputa podría reservarse para la interpretación filosófica de estos hechos resueltos, lo cual es irracional negar, más allá de como busquemos explicarlos." (J. M. Keynes, 1921, p. 102 y 103, traducción propia)

El cálculo de probabilidades, si se entiende a la probabilidad como el juicio razonable dada una determinada evidencia, es una sub-rama de esta disciplina, que puede ser aplicada sólo en casos muy particulares y limitados. Para Keynes, la única forma en la que los juicios de probabilidad pueden volverse numéricos y ser tratados correctamente mediante la teoría matemática de la probabilidad, es mediante un juicio de indiferencia entre alternativas exhaustivas, indivisibles y exclusivas entre sí.

Los problemas del principio de indiferencia basado en la ignorancia de Laplace, no eran extraños a nadie que haya escrito sobre el tema en la segunda mitad del siglo XIX, sin embargo, como se vio en el Capítulo 3, la respuesta común no fue abandonar el supuesto de que la probabilidad es numéricamente medible sino asociarla crecientemente a la frecuencia estadística. De hecho, a principios de siglo XX, cuando Keynes trabajaba en su *Treatise,* esta era la visión más difundida de la probabilidad. Incluso, como muchos autores han remarcado (Baccini, 2004; Bateman, 1996; Crespo, 2016; Gillies, 2000; Landro, 2014), las motivaciones personales que empujaron a Keynes a trabajar sobre la clarificación del concepto de probabilidad estuvieron vinculadas al repudio a la concepción frecuentista implícita en *Principia Ethica* (1922) de Moore. Pasemos entonces a revisar el lugar que Keynes guarda para las reflexiones frecuentistas dentro de su esquema.

7.5. La subsunción de la teoría frecuentista dentro del esquema keynesiano

Lo primero que hay que decir de la visión de Keynes sobre la teoría frecuentista es que reconoce sus virtudes. En este sentido admite que está mayormente libre de los problemas que acucian a la escuela de Laplace.

> "Tal teoría posee ventajas manifiestas. No hay ningún misterio al respecto. No hay nuevos "indefinibles", ni apelaciones a la intuición. La medición no conduce a dificultades; nuestras probabilidades o frecuencias son números ordinarios, sobre los cuales el aparato aritmético puede ser aplicado con seguridad. Y, al mismo tiempo, parece cristalizar en una forma clara y explícita la opinión flotante del sentido común de que un evento es o no es probable en ciertas circunstancias de acuerdo con lo que es o no es habitual como cuestión de hecho y experiencia." (J. M. Keynes, 1921, p. 94 y 95, traducción propia)

Existen, entonces, ventajas evidentes en aceptar la teoría frecuentista de la probabilidad. De este modo, todas las probabilidades son expresables numéricamente y asumen un sentido que es fácil de apreciar. Keynes rescata en este sentido “el elemento de verdad que acarrea la teoría frecuentista y que le provee su plausibilidad”. Y no teme en admitir que, en algunos casos, apropiadamente acotados, la visión frecuentista otorga “una explicación verdadera… de los argumentos más precisos en probabilidad, y de aquellos para los cuales el tratamiento matemático es fácilmente aplicable.” (J. M. Keynes, 1921, p. 109, traducción propia)

Pero, para Keynes, el principal problema de la visión frecuentista es su estrechez.

> “Es la crítica obvia a esta teoría, así como la correcta, que la identificación de la probabilidad con la frecuencia estadística es una desviación muy grave del uso establecido de las palabras; porque excluye claramente una gran cantidad de juicios que generalmente se cree que tratan de probabilidad.” (J. M. Keynes, 1921, p. 95, traducción propia)

Para Keynes, la teoría frecuentista no es una teoría general de la probabilidad, ya que existen muchos argumentos que manifiestamente deja de lado, lo cual puede resultar aceptable en el caso de que se reconozca a la probabilidad un alcance mucho más limitado que el que busca darle Keynes. En particular, considerar a la concepción frecuentista de la probabilidad como una explicación completa de los juicios de probabilidad implica aceptar que “la probabilidad no es la guía de la vida, y que al seguirla no estamos actuando de acuerdo con la razón” (J. M. Keynes, 1921, p. 96, traducción propia). Como ya se dijo, las preocupaciones iniciales que llevaron a Keynes a ocuparse de la probabilidad estaban relacionadas al direccionamiento de la conducta. De aceptarse la acepción frecuentista de la probabilidad la conducta individual queda relegada a la causalidad estadística típica de Quetelet en el siglo XIX y esto es algo que Keynes no puede aceptar[82].

Adicionalmente, Keynes cree que, en aquellos argumentos que incumben a la interpretación frecuentista se han pasado por alto condiciones que son necesarias para su validez. Muchos defensores de la teoría frecuentista no han considerado suficientemente las restricciones que permiten asociar la probabilidad con la frecuencia límite de una serie, llevando su argumentación a casos donde esa frecuencia límite no existe o, simplemente, es imposible conocerla. De reconocerse la inaplicabilidad de la visión frecuentista en

[82] Resulta notable que Keynes recupera con desaprobación las apreciaciones de Kant sobre la influencia de la causalidad estadística en el libre alberdío de los individuos que citáramos en nota al pie en el Capítulo 3 de la Parte I.

estos casos, se vería que las situaciones que admiten una aplicación juiciosa de esta teoría son muy limitadas.

> "… algunos escritores han creído que Venn[83] ha propuesto una teoría completa de la probabilidad, fallando en darse cuenta de que no está interesado en absoluto en el sentido en el que podemos decir que una inducción o analogía, o testimonio, o memoria, o tren de argumentos es más probable que otro; y, en segundo lugar, él mismo no siempre se ha mantenido dentro de los límites estrechos, que él mismo ha establecido como propios de su teoría." (J. M. Keynes, 1921, p. 98, traducción propia)

El mismo Venn (y R. Von Mises también) admite que el sentido en el que usa la palabra probabilidad es más estrecho al que comúnmente se le da, pero, desde su perspectiva, esto está justificado por el esfuerzo de dar un tratamiento "científico" al tema, lo cual equivale, en realidad, a dar una medida numérica a las afirmaciones de probabilidad. Los otros usos del término probabilidad, desde la perspectiva de Venn, no admiten un tratamiento unificado[84] y, por eso, deben ser separados de aquellos que si pueden reducirse a una estructura lógica común. La estructura lógica a la que Venn reduce toda probabilidad "científica es aquella implícita en la causalidad estadística estudiada en la Parte I, donde las instancias individuales son referidas a un conjunto de pertenencia y gobernadas estocásticamente por la proporción de casos favorables sobre casos totales del grupo.

---

[83] Vale la pena aclarar que Keynes sólo conocía la versión frecuentista de Venn al momento de escribir su *Treatise* y en repetidas ocasiones aclara que su criticismo está dirigido esencialmente a esa obra porque es la única presentación completa y coherente de la misma que conoce. En este sentido indica que considera necesario que alguno de sus defensores realice el esfuerzo de una nueva presentación de las bases de dicha teoría ya que está seguro de que muchos, como el caso de Pearson, no coinciden con algunas afirmaciones de Venn aunque comparten la comprensión frecuentista de la probabilidad en general. Sin embargo, algunas de las debilidades manifiestas del tratado de Venn, como creer que las series a las que las probabilidades se refieren son entidades objetivas desprendidas de toda concepción de las mismas, fueron superadas por R. Von Mises y puestas en una sintonía similar a lo que Keynes considera una teoría frecuentista válida. Sólo que Keynes otorga un alcance mucho más limitado a esta, del que el matemático austríaco pretende.

[84] "En cada caso en que extendemos nuestras inferencias por Inducción o Analogía, o dependemos del testimonio de otros, o confiamos en nuestra propia memoria del pasado, o llegamos a una conclusión a través de la comparación de argumentos contradictorios, o incluso hacemos una deducción larga y complicada por medio de la matemática o la lógica, tenemos un resultado del cual apenas podemos sentirnos tan seguros como de las premisas de las que se obtuvo. En todos estos casos, entonces, somos conscientes de las diferentes cantidades de creencias, pero ¿Son las leyes según las cuales la creencia es producida y variada de la misma forma? Si no pueden ser reducidos a un esquema armonioso, si, de hecho, en el mejor de los casos pueden ser reducidos a una cantidad de esquemas diferentes, cada uno con su propio cuerpo de leyes y reglas, entonces es vano esforzarse por forzarlos en una sola ciencia." (Venn, 1876, p. 124, traducción propia)

El *Treatise* de Keynes está dirigido a mostrar que aquellos argumentos que Venn descarta, tienen una "importante interpretación lógica sobre la cual se puede generalizar" (J. M. Keynes, 1921, p. 96, traducción propia). Que semejantes argumentos existen es algo que ni Venn, ni R. Von Mises, están dispuestos a contradecir, si, en cambio, la posibilidad de reducirlos a un marco lógico común. Como se vio en los capítulos y apartados anteriores, Keynes propone un esquema que contiene todas estas afirmaciones dentro de un marco lógico que depende en última instancia de los juicios de relevancia y preferencia/indiferencia. Esto último, desde la perspectiva de algunos estudiosos sobre el tema, implica una apelación a una intuición metafísica que impide la utilidad práctica de la teoría de probabilidades (Gillies, 2000). Pero, antes de apresurarnos en esta conclusión, vale la pena reconocer que una intuición similar es demandada para los razonamientos deductivos y que la teoría frecuentista tampoco es ajena a este tipo de juicios.

7.6. Sobre los juicios de relevancia necesariamente implícitos en la teoría frecuentista

Como mostramos en el Capítulo 3, la esencia de la teoría frecuentista de la probabilidad, tanto en la versión debida a Venn como a aquella debida a R. Von Mises, es reducir la aplicación de los argumentos de probabilidad a la noción de causalidad estadística estudiada en la Parte I de esta tesis. Así las instancias individuales son referidas a series o colectivos mediante la identificación de características comunes a todas ellas y, luego, se establece una relación estocástica entre la proporción de casos que presentan otra característica (irrelevante para definir la serie) y cada una de las instancias individuales. De este modo, "nuestro conocimiento con respecto a la clase como un todo puede brindarnos una guía valiosa para tratar con una instancia individual" (J. M. Keynes, 1921, p. 95, traducción propia). La probabilidad, para la visión frecuentista, no es más que una forma de establecer una relación estocástica entre las instancias individuales y las proporciones del conjunto de pertenencia.

Pero de esta característica surge uno de los problemas más salientes de esta visión. ¿Cómo podemos establecer la clase a la que una instancia individual debe ser referida? ¿Podemos, acaso, evitar todo juicio o apelación a la intuición en esta consideración? Keynes cree que no. Toda instancia individual pertenece a una infinita cantidad de conjuntos según cuales sean las dimensiones a las que se le preste atención. Si se tomara en cuenta todas las dimensiones de las que somos conscientes de una instancia individual y, por ende, si “el proceso de reducción de la clase fuera llevado a su punto más lejano, generalmente deberíamos quedarnos con una clase cuyo único miembro es la proposición en cuestión” (J. M. Keynes, 1921, p. 103, traducción propia). Debe aceptarse que una instancia individual siempre puede ser referida a distintas clases llevando a frecuencias estadísticas muy distintas.

Tomemos como ejemplo el análisis criminológico donde es típica la categorización de los criminales según sexo, edad, origen étnico, nivel de ingresos, etc. Este tipo de análisis lleva muchas veces a afirmaciones del tipo “la proporción de hombres de tez negra, origen latino y bajos recursos que cometen ilícitos es mayor a la proporción de mujeres de tez blanca, origen anglosajón y alto poder adquisitivo”. Lo cual conduce a que, cuando un hombre corriente que acaba de *aggiornarse* con estas estadísticas, se cruza a Pedro, hombre de tez negra, origen latino y bajos recursos, sospeche de sus intenciones delictivas. Sin embargo, aquí Pedro sufre una injusticia, porque además de todo eso, tiene un buen nivel educativo, dos hijos, esposa, vive en el norte de la ciudad y le apasiona la carpintería, entre muchas otras cosas. De haberse considerado todos estos elementos al momento de elaborar las estadísticas, quizás Pedro hubiese formado parte de un estrato poblacional con menor tasa delictiva y se hubiese ahorrado el maltrato de sus conciudadanos.

Este componente subjetivo en la determinación de la clase de referencia es conocido como el “problema de las categorías” y, Keynes, no cree que haya otra salida a esto que un juicio de relevancia. Sólo un juicio de relevancia puede dictaminar que dimensiones son, valga la redundancia, relevantes a los fines de elaborar la clase de referencia sobre la cual se estudiará la frecuencia estadística. “¿Qué sustituto tiene la teoría frecuentista para ofrecer a los juicios de relevancia e indiferencia? Y sin algo de este tipo, ¿qué principio hay para determinar de forma única la clase, cuya frecuencia debe medir la probabilidad de un argumento?” (J. M. Keynes, 1921, p. 103, traducción propia). Si admitimos que no es posible formular una regla mecánica por la cual definir unívocamente las clases de referencia, de modo que se evite la apelación a juicios de relevancia, aun cuando se insista en que todas las probabilidades deben ser medidas por las frecuencias estadísticas de clases relevantemente definidas, deberá aceptarse que la teoría keynesiana engloba conceptualmente a la teoría frecuentista y clarifica algunas de sus principales limitaciones, advirtiendo ante un uso acrítico de la misma.

> “Relevancia es un término importante en probabilidad, cuyo significado es fácilmente inteligible. Yo ya he dado mi propia definición. Pero no sé cómo se explicaría en términos de la teoría frecuentista. Que los partidarios de esta teoría hayan apreciado plenamente la dificultad, es algo que dudo mucho. Es una cuestión fundamental que involucra la peculiar esencia de la probabilidad, que impide que se explique en términos de frecuencia estadística o cualquier otra cosa.” (J. M. Keynes, 1921, p. 104, traducción propia)

Entonces, no es cierto que la visión frecuentista de la probabilidad pueda evadir la apelación a los juicios de relevancia que son fundamentales a toda probabilidad. En ejemplos como el de la urna conteniendo bolas de dos colores en una proporción determinada, la clase relevante es fácilmente inteligible. Todos los elementos del conjunto comparten el hecho de ser bolas y estar presentes en esta urna específica. Los elementos de este conjunto así definido sólo difieren con respecto a su color, el cual, a su vez, se encuentra repartido en una proporción definida que permite la aplicación del principio de causalidad estadística siempre que las bolas sean retiradas de la urna al azar. Sin embargo, en la mayoría de los problemas a los que se busca aplicar la teoría frecuentista de la probabilidad dicha proporción no es conocida con certeza, sino que es inferida, en general, por medio de un número limitado de repeticiones vía inducción. ¿Puede la teoría frecuentista ser aplicada con seguridad en estos casos? ¿Puede, acaso, justificar la aplicación de estos métodos inductivos? Pasemos a analizar estas cuestiones.

7.7. Juicios de probabilidad que exceden el tratamiento estadístico

La teoría frecuentista, cuando carece de un conocimiento cierto sobre la frecuencia estadística que determina un fenómeno dentro de una clase, apela a la inducción para justificar el uso de una frecuencia que, lejos de ser cierta, tiene bases reconocidamente dudables. El mismo Venn admite que la frecuencia utilizada para establecer la probabilidad de casos individuales dentro de series "puede obtenerse mediante cualquiera de las numerosas reglas provistas por Inducción, o puede inferirse deductivamente… su valor puede verse disminuido por su dependencia del testimonio de testigos, o por ser recordado por nuestra propia memoria. Su valor real puede estar influenciado por estas causas o cualquier combinación de ellas, pero todas estas son cuestiones preliminares con las que no tenemos nada que ver directamente. Suponemos que nuestra proporción estadística es verdadera, descuidando la disminución de su valor por los procesos mediante los cuales la logramos" (Venn, 1876, p. 194, traducción propia).

Pero, para Keynes, aquí hay un problema ya que, “lejos de ser la inducción un apoyo a las reglas fundamentales de la probabilidad, ella misma depende de ellas” (J. M. Keynes, 1921, p. 107, traducción propia). En el próximo capítulo estudiaremos en detalle el análisis de Keynes sobre la inducción, pero por ahora bastará observar que, para Keynes, en lugar de ser la probabilidad (en el sentido de Venn) la que se apoya en métodos inductivos, son estos últimos los que son recomendados sólo por su probabilidad (en el sentido de Keynes).

Que toda inducción es sólo probable, es algo que no parece abrigar muchas dudas. Sin embargo, vale la pena preguntarse sobre el significado de esto para la teoría frecuentista. Siendo coherentes con el significado atribuido a la probabilidad por esta teoría, esto implicaría que una proporción mayoritaria de las conclusiones que emanan de procesos inductivos resultan ser verdaderas. Keynes, y cualquiera que este familiarizado con la historia de la ciencia, sabe que más bien lo contrario es cierto. No obstante lo cual, “invariablemente suponemos que, dado nuestro conocimiento actual, es lógico y razonable atribuir algún peso al método inductivo, incluso si la experiencia futura fuera a mostrarnos que ni una de sus conclusiones puede ser verificada en los hechos.” (J. M. Keynes, 1921, p. 108,traducción propia).

Tomemos un ejemplo, supongamos que estadísticas, relevadas en un territorio en la década de 1980, establecen que 3 de cada 10 niños fallecieron antes de llegar a los 4 años de edad.

> “La inducción podría basar en esto la dudosa afirmación de que todos los niños mueren en esa proporción. Pero no podemos afirmar con esta base, como Venn pretende hacer, que la probabilidad de muerte de un infante en sus cuatro primeros años es esta. No podemos decir más que es probable (en mi sentido) que exista semejante probabilidad (en su sentido).” (J. M. Keynes, 1921, p. 99, traducción propia)

Y si luego obtuviéramos información adicional, mediante la relevación de una nueva década o de nuevos territorios, que confirmara esta proporción estadística, el método inductivo nos llevaría a creer que esta inferencia es ahora más probable de lo que era antes. Pero ¿Qué sentido puede dársele a esta mayor probabilidad dentro de la teoría frecuentista? Nuevamente siendo coherentes con la misma esto implicaría que la proporción de las conclusiones verdaderas en el conjunto de las inducciones basadas en x repeticiones es necesariamente mayor a aquellas basadas en y repeticiones, siendo $x>y$. Pero, ¿Quién se arriesgaría a dar seriamente un valor numérico a estas probabilidades? Y aún si les diéramos un valor numérico ¿podemos realmente comparar la probabilidad de una inducción, por ejemplo, la proporción de niños que morirán antes de los 4 años, con la de otra, por ejemplo, la proporción de bolas de dos colores en una urna que sabemos contiene 20 bolas? ¿Podemos realmente decir que la proporción de casos en donde la primera será verdadera es mayor a la segunda porque la primera está basada en x repeticiones y la segunda en y? De nuevo, ¿Qué bases puede otorgar la teoría frecuentista para semejante afirmación?

Volviendo a los argumentos del Capítulo 5, Keynes insiste en que no. La probabilidad de una inducción no puede ser comprendida en los términos de la teoría frecuentista, pero si, en cambio, en los términos de un juicio de preferencia que no es numéricamente estimable. Por lo cual, Keynes concluye que “la teoría frecuentista… al menos en su estado actual, falla enteramente al explicar o justificar la fuente más importante de los argumentos más usuales en el campo de la inferencia probable” (J. M. Keynes, 1921, p. 108, traducción propia).

La imposibilidad de justificar el método inductivo en términos de la teoría frecuentista, para Keynes, no es más que una confirmación de que no todo lo que es probable se vincula a una frecuencia estadística.

> “Si bien es indudable que muchos juicios valiosos en probabilidad se basan en parte en el conocimiento de frecuencias estadísticas, y que se puede sostener que muchos más, con cierta verosimilitud, se derivan indirectamente de ellos, queda una gran masa de argumentos probables que sería paradójico justificar de la misma manera.” (J. M. Keynes, 1921, p. 108, traducción propia)

Pero pasemos mejor a estudiar en mayor detalle la visión de Keynes sobre la inducción y sobre los distintos desarrollos que buscaron fundar la inferencia estadística en base a la teoría de probabilidades.

Capítulo 8
Keynes sobre la inducción y la inferencia estadística

8.1. Introducción

Keynes reconoce que “el número de libros, que tratan sobre la teoría inductiva, es extraordinariamente pequeño” (J. M. Keynes, 1921, p. 265, traducción propia). Desde su punto de vista, las figuras salientes en este punto son Bacon, Hume y Mill, y, sólo en un segundo lugar, Laplace y Jevons. Bacon fue el primero en defender el método, pero luego llegaron las dudas escépticas de Hume y, desde entonces, la cuestión quedó abierta. Esto, sin embargo, no impidió que la inducción sea “admitida en el *organon* de pruebas científicas, sin mucha ayuda de los lógicos, nadie sabe bien cuándo” (J. M. Keynes, 1921, p. 265, traducción propia). La defensa que Mill ensayó del método no convenció a Keynes y, como él mismo relata, era generalmente ridiculizada en los manuales de lógica de principios de siglo XX, los cuales, sin embargo, no desechaban el método ni ofrecían alternativas.

En este punto, Keynes, se ubica estrictamente del lado de Hume. Expone sus dudas escépticas y muestra que las intenciones de refutarlas por parte de Mill, o cualquier otro, fallaron en percibir la profundidad de la cuestión. En estos asuntos “Hume ha sido el maestro” (J. M. Keynes, 1921, p. 272, traducción propia). Por otro lado, la filosofía trascendental de Kant, para Keynes, fue un intento de eludir el problema en lugar de enfrentarlo en sus propios términos.

> “La declaración de Hume en contra de la inducción nunca ha sido mejorada; y los sucesivos intentos de los filósofos, dirigidos por Kant, de descubrir una solución trascendental les ha impedido enfrentar los argumentos hostiles y encontrar una solución en el mismo terreno que es concebible que hubiera sido satisfactorio para Hume.” (J. M. Keynes, 1921, p. 272, traducción propia)

Es la opinión del tesista que Keynes, lamentablemente, no logró apreciar la relevancia ni el sentido del giro copernicano de Kant en su *Crítica de la razón pura* (2010). Si bien, Keynes menciona a Kant y sabe que su filosofía fue en algún punto motivada por las dudas de Hume, no intenta exponer sus ideas y de encontrar sus puntos débiles como si lo hace con todo el resto de los autores con los que manifiesta su desacuerdo. No es aquí el lugar para desarrollar esta opinión, pero el tesista está convencido de que la concepción keynesiana de la probabilidad se vería enriquecida, no refutada, por el giro copernicano de Kant.

Sin embargo, Kant no fue el único que intento dar respuesta a las dudas escépticas de Hume. En el Capítulo 4 vimos que, contemporáneamente al giro copernicano de Kant, se gestó una tradición alternativa por parte de los matemáticos de la escuela de Laplace, primero, y la escuela de Quetelet, luego. En dicho capítulo, ensayamos una reconstrucción de este proceso y distinguimos dos tendencias generales. Por un lado, hubo quienes utilizaron la inducción como un método para estimar probabilidades desconocidas y, por otro lado, quienes hicieron el camino inverso y concibieron a la probabilidad como el fundamento del método inductivo.

J. Bernoulli inició el proyecto con un teorema que demostraba que dada la probabilidad de una serie de eventos independientes era posible predecir, dentro de determinados límites, la frecuencia que se observaría si se repite el experimento una cantidad suficiente de veces. Bayes/Price y Laplace, modificaron el sentido del proyecto al trabajar sobre la inversión del teorema de J. Bernoulli, es decir, buscaron demostrar que partiendo de la observación de la frecuencia de éxito en una serie de experimentos era posible inferir la probabilidad que gobernaba la serie. Al hacer esto creían estar indagando sobre la “probabilidad de las causas” de estos fenómenos. Finalmente, ya en el siglo XIX, hubo un retorno al teorema de J. Bernoulli, devenido en ley de los grandes números tras los aportes de Poisson. El crecimiento de la interpretación frecuentista de la probabilidad llevó a comprender a esta última como un fenómeno natural, una proporción que existe más allá de que sea conocida o no. En aquellos casos donde dicha proporción es desconocida, la corriente frecuentista, apeló a la inducción para estimarla.

La inducción, originalmente, buscó establecer generalizaciones que se cumplan en forma necesaria e inmutable. Pero, a lo largo del siglo XVIII y especialmente del XIX, se direccionó crecientemente a enunciar generalizaciones que se cumplen “la mayoría de las veces, aunque no todas las veces”. En estas últimas, gran parte del desafío reside en la definición de un conjunto apropiado, según algunas dimensiones conceptuales, y la determinación de la proporción de casos en la que, otra de dimensión conceptual, se presenta.

Keynes comienza por distinguir entre estos dos tipos de inducciones. A aquéllas que buscan encontrar relaciones necesarias e inmutables las llama “inducciones universales”, mientras que a aquellas que buscan formular leyes de causalidad estadística prefiere llamarlas “correlaciones inductivas” o “inferencias estadísticas”. El problema inductivo atañe a ambas, pero en el caso de las inducciones universales este se presenta en un modo más simple. Las inducciones universales, dirá Keynes, admiten distintos grados de probabilidad, es decir, distintos grados de creencia racional, pero establecen relaciones que no son de grado sino necesarias. En las correlaciones inductivas el problema es más complejo porque existe una doble dimensión de probabilidad, en primer lugar, las correlaciones inductivas son probables en el mismo sentido que las inducciones universales, pero, además, se suma la gradación implícita en la afirmación que se realiza.

Keynes dedica la Parte III de su *Treatise*, la cual incluye los capítulos 18 al 23, al estudio de la relación entre su teoría de probabilidades y el problema de la inducción en general, lo cual lo lleva a concentrarse principalmente en las inducciones universales y las dudas escépticas que Hume presentó a las mismas. Luego, dedica la Parte V, que incluye los capítulos que van del 27 al 33, a estudiar la correlación inductiva o inferencia estadística. Siguiendo este ordenamiento primero discutimos la relación de la teoría de probabilidades de Keynes con el problema de la inducción en general para luego avanzar sobre los principales temas vinculados a la inferencia estadística.

8.2. Analogía e inducción pura

Keynes consideraba muy importante la conexión entre inducción y probabilidad. Como se vio en el Capítulo 7, la poca claridad respecto a la relación de estos conceptos es uno de sus argumentos en contra de la teoría frecuentista de la probabilidad. También se vio en el Capítulo 6 que uno de los ejemplos a los que Keynes recurre para mostrar la inconmensurabilidad de probabilidades es la comparación de la probabilidad de dos inducciones. En definitiva, Keynes afirma que “la conexión fundamental entre el método inductivo y la probabilidad merece todo el énfasis que puedo darle” (J. M. Keynes, 1921, p. 220, traducción propia).

Desde su perspectiva, uno de los primeros desafíos es desentrañar “¿Qué bases tenemos para considerar estos argumentos como racionales?”. Como ya dijimos, en este aspecto, para Keynes, “Hume ha sido el maestro”. Y son *sus* dudas escépticas las que busca resolver. De hecho, Keynes, abre el capítulo sobre inducción con la siguiente cita de Hume sobre el problema:

> “De causas aparentemente similares esperamos efectos similares… Ahora bien, parece evidente que si esta conclusión fuera formada por la razón sería tan perfecta al principio y con un solo ejemplo como después de una serie tan larga de experiencias. Pero las cosas ocurren muy de otro modo. No hay cosas que tengan tanto parecido entre sí como los huevos y, sin embargo, nadie espera encontrar el mismo gusto y sabor en todos ellos porque tengan esa aparente similitud. Sólo después de una larga serie de experimentos uniformes de cualquier clase alcanzamos una firme confianza y seguridad respecto a un suceso particular. Ahora bien, ¿dónde está el proceso de razonamiento que de un caso saca una conclusión tan distinta a la que se infiere de cien casos no diferentes al primero? Planteo este problema tanto con fines de conocimiento como de suscitar dificultades. Porque no puedo encontrar ni imaginar un razonamiento tal. Pero aún mantengo mi espíritu abierto a la enseñanza si alguien quisiera dignarse a dispensármela.” (Hume, 1939, p. 77)

Antes que nada, Keynes está interesado en comprender la fuente lógica del razonamiento inductivo. En este sentido distingue entre la creencia que es despertada por *analogía* y aquella que surge de lo que él prefiere llamar *inducción pura*. “Argumentamos desde la analogía siempre que dependemos en la similitud de los huevos, y desde inducción pura cuando confiamos en el *número* de los experimentos” (J. M. Keynes, 1921, p. 218, traducción propia). Entonces busca diferenciar el elemento de similitud que, por analogía, nos lleva a creer en la asociación entre dos conceptos y el elemento de mera repetición en la observación de dicha unión. Hume también razona desde estas dos fuentes y si bien al principio pone en duda la razonabilidad de los argumentos por analogía[85], luego deja caer todo el peso de sus dudas escépticas sobre el segundo componente. Para Keynes, tanto Hume como cualquier otro autor posterior que buscara defender el método inductivo, especialmente la escuela de Laplace, se concentraron excesivamente en el

[85] “Si se nos presenta un cuerpo de color y consistencia iguales a los del pan que anteriormente hemos comido, no tendríamos inconveniente en volver a comerlo, previendo con certeza un alimento y sustento iguales. Ahora bien, éste es un proceso del espíritu o del pensamiento cuyo fundamento me gustaría conocer.” (Hume, 1939, p. 74). Keynes comparte que es la similitud la que nos lleva creer que este nuevo pan será nutritivo. Pero a diferencia de Hume, al menos al Hume de esta cita, no cree que esa similitud nos lleve a la “certeza” de las capacidades nutritivas del pan. Sólo nos lleva a la probabilidad de dicha unión que, como indica Locke, no es más que un juicio que presume dicha unión, pero no la conoce.

elemento puramente inductivo, sin percibir que este carece de sentido desechando el elemento analógico.

Para Keynes, a los fines de los argumentos inductivos no es tan importante el número de veces que se repitió un experimento, sino qué tan diferentes fueron esas instancias. Volviendo al ejemplo de los huevos de Hume, Keynes cree que su "argumento podría ser mejorado" si en lugar de considerar experimentos uniformes, estos "hubieran diferido en tantos aspectos como sea posible excepto la similitud de los huevos. Debería haber probado huevos en el pueblo y en el campo, en enero y en junio. Entonces podría haber descubierto que los huevos pueden ser buenos o malos, sin importar como se ven" (J. M. Keynes, 1921, p. 218 y 219, traducción propia). Es este principio de variación de las condiciones no esenciales de la inducción lo que le da fuerza, no la mera repetición de instancias. Cada vez que logramos variar una condición no esencial manteniendo la unión que la inducción se propone, Keynes dirá que estamos reforzando la *analogía negativa*. Es esta última la que nos lleva a creer razonablemente en que dos conceptos están unidos, más allá de si luego conociéramos nuevas instancias que prueben la falsedad de dicha creencia.

> "Si los experimentos de Hume hubiesen sido *absolutamente* uniformes, habría estado en lo cierto al levantar dudas acerca de la conclusión. No hay proceso del razonamiento, que de una instancia pueda sacar una conclusión diferente de aquella que infiere de cientos de instancias, si se sabe que las últimas no difieren en *ningún* modo de la primera." (J. M. Keynes, 1921, p. 219, traducción propia, cursivas en el original)

En el esquema de Keynes la verificación de una instancia que aumenta la *analogía negativa* es una evidencia a favor de una determinada conclusión. Si podemos percibir la analogía negativa quiere decir que realizamos un juicio sobre la relevancia de esa instancia respecto a la conclusión bajo consideración, es decir, esa instancia hizo más probable a la conclusión. Y cada nueva instancia que refuerce la analogía negativa hará más probable a la conclusión de la inducción. Una nueva instancia que sea, en el alcance de nuestro conocimiento, totalmente idéntica a la anterior no otorga bases lógicas para un mayor grado de creencia racional en la conclusión de la inducción.

La mera repetición de instancias, o inducción pura, es para Keynes "el último recurso – el menos satisfactorio de los métodos" que un científico puede usar (J. M.

Keynes, 1921, p. 241, traducción propia). La mera repetición de instancia puede tener valor sólo en aquellos casos donde las condiciones experimentales no son apropiadamente conocidas o controlables. Entonces, al repetir instancias, podemos estar reforzando la analogía negativa en alguna dimensión que escapa a nuestro conocimiento. Sólo por eso otorgamos un mayor asentimiento a las conclusiones de inducciones que han sido repetidas un mayor número de veces. Pero la repetición, por la repetición misma, de algo que ya fue probado en exactamente las mismas condiciones no aporta a nuestra creencia racional. En términos de Keynes, no es una evidencia que pueda ser considerada relevante.

Un aspecto a destacar del argumento de Keynes es que no busca restringir su alcance a objetos empíricos. El método inductivo, con su componente analógico e inductivo puro, es relevante en todo tipo de indagaciones, incluso en las matemáticas. "Me inclino a pensar que… los aplicamos naturalmente a todo tipo de argumentos por igual, incluidos los argumentos formales como, por ejemplo, sobre los números" (J. M. Keynes, 1921, p. 242, traducción propia)[86]. Keynes da como ejemplo la fórmula de Fermat para números primos: $F_n = 2^{2^n} + 1$, donde n es un número natural. Fermat creía que el resultado de esta fórmula siempre sería un número primo y, de hecho, si se prueba con los números de más cálculo más simple (0, 1, 2, 3, 4) esto es así. Cada una de estas pruebas, para Keynes, son instancias que fortalecen la analogía negativa y, por ende, la probabilidad de que la generalización de Fermat sea correcta. Este ejemplo, donde las condiciones de contexto son absolutamente controladas fruto de su condición formal, muestra que la inducción pura, por si misma, no puede tener ningún valor. Nadie cree que la repetición en el cómputo de la fórmula de Fermat con n=1, incremente su probabilidad de ser verdadera. Sólo cuando se prueba para un n distinto la fórmula parece adquirir mayor verosimilitud. No fue hasta 1732 que Euler, computo el resultado para n=5 obteniendo: $F_5 = 4.294.967.297 = 641 \text{ x } 6.700.417$, demostrando que Fermat había estado en un error.

La diferencia entre la analogía y la inducción pura que hace Keynes también permite comprender lo que Popper (1992) luego llamaría "experimentos cruciales". Bajo "ciertas condiciones observamos como cruciales un número insignificante de

[86] De Finetti va por esta misma línea cuando afirma que "… el pensamiento probabilístico no sólo no está excluido, sino que es incluso necesario en el trabajo matemático. El razonamiento inductivo es necesario en el momento creativo; porque nadie trataría de probar un teorema si no le atribuyera una cierta verosimilitud" (de Finetti, 1972, p. 149, traducción propia)

experimentos” (J. M. Keynes, 1921, p. 240, traducción propia). El peso que le damos a cada repetición experimental depende de nuestro conocimiento sobre las condiciones reinantes y sobre instancias previas. Se puede ostentar un grado de probabilidad considerable en un principio probado sólo en unas pocas instancias si juzgamos como muy relevantes dichas instancias. Mientras que la repetición de esas mismas instancias, por más de que sean idénticas en número, no estarían reforzando el principio.

8.3. Probabilidad y verdad

Antes de revisar los esfuerzos que hizo Keynes por justificar el método inductivo vale reforzar un aspecto que ya se discutió en el Capitulo 5 y que atañe “a la incapacidad frecuente de distinguir lo racional de lo verdadero” (J. M. Keynes, 1921, p. 246, traducción propia). Que una conclusión sea probable, en términos de Keynes, no guarda ninguna relación con su veracidad, ni con su posibilidad de ser verdadera. Sólo implica que existen evidencias para prestarle razonablemente nuestro asentimiento. El método inductivo fabrica evidencias a favor de una generalización vía analogía, pero dicha evidencia es, por definición, falible y, por ende, no tiene ninguna relación directa con la verdad.

> “Un argumento inductivo afirma, no que una cierta cuestión de hecho es así, sino que, en relación con cierta evidencia, hay una probabilidad a su favor. La validez de la inducción, en relación con la evidencia original, no se altera, por lo tanto, si, como un hecho, resulta ser que lo contrario es verdadero.” (J. M. Keynes, 1921, p. 221, traducción propia)

Y aquí es importante enfatizar nuevamente el carácter relacional de la probabilidad para Keynes. A la luz de una sucesión de instancias que refuerzan la analogía negativa tenemos evidencia que justifica la creencia racional en la inducción, pero si luego nuevas instancias condujeran a demostrar su falsedad, esto no mostraría que fuimos irracionales al creer lo que creímos en base a la evidencia entonces disponible[87]. Sólo

[87] Es interesante marcar que Keynes dedica varias páginas a mostrar lo injusto que fueron algunos al burlarse del hombre primitivo y acusarlo de irracional y supersticioso. Tras presentar un caso donde un pueblo campesino de Polonia abandonó sus herramientas de hierro y volvió a los antiguos instrumentos de madera tras la sospecha que estas eran las causantes de una sucesión de años de mala cosecha, Keynes afirma: “El método de razonamiento de los campesinos no es diferente del científico, y, seguramente, debe haber tenido para ellos un grado de probabilidad apreciable.” (J. M. Keynes, 1921, p. 246, traducción

demuestra que en base a esta nueva evidencia lo que antes era justificadamente probable ahora es imposible.

> "La inducción nos dice que, en base a cierta evidencia, cierta conclusión es razonable, no verdadera. Si el sol no sale mañana… esto no prueba que fuimos ingenuos o irracionales al creer lo contrario." (J. M. Keynes, 1921, p. 245, traducción propia)

En gran medida esto implica otorgar límites más estrechos de los que generalmente se busca dar al método inductivo. Para Keynes, no se puede asegurar que el método inductivo conduzca a la verdad. En el mejor de los casos una afirmación como la anterior, que la inducción conduce a la verdad, es sólo probable. Como ya vimos en el Capítulo 5, "la probabilidad empieza y termina con la probabilidad" (J. M. Keynes, 1921, p. 322, traducción propia). La única justificación del método inductivo es la probabilidad, y la decisión de tomar el curso de acción más probable no tiene otra justificación que su probabilidad. Lo máximo que podemos decir es que es probable que seguir los cursos de acción probables nos conduzcan a la verdad o al éxito.

> "Que una investigación científica guiada por las consideraciones más probables vaya a llevar generalmente a la verdad, en lugar de a la falsedad, es, en el mejor de los casos, sólo probable. La proposición que afirma que un curso de acción guiado por las consideraciones más probables vaya a llevar generalmente al éxito, ciertamente no es verdad y no tiene nada que la recomiende más que su probabilidad." (J. M. Keynes, 1921, p. 322, traducción propia)

Entonces, Keynes, pone un reparo sobre las objeciones de Hume al método inductivo al señalar que es la analogía negativa en la repetición de instancias lo que otorga

---

propia). La fuente de Keynes en estos temas es *Golden Bought: a Study in Magic and Religion* de James Frazer, un antropólogo escocés contemporáneo a Levy Bruhl. En otro pasaje Keynes cita textualmente a Frazer: "Es una superstición curiosa… esta de los Dusuns, que atribuyen cualquier cosa – ya se buena o mala, afortunada o desafortunada- que les pasa a alguna cosa novedosa que haya arribado a su territorio. Por ejemplo, el hecho de que yo viva en Kindram causó el clima intensamente cálido que estuvimos experimentando el último tiempo", y luego concluye Keynes; "Qué es esta curiosa superstición si no es el método de la diferencia?" (J. M. Keynes, 1921, p. 246, traducción propia) bases lógicas al habitual proceso por el cual otorgamos cierto grado de creencia a la repetición de instancias que confirman la conclusión de una inducción. Pero creencia, por más de que sea racional, no es conocimiento y el método inductivo no conduce al último sino sólo al primero. Que gran parte de lo que generalmente llamamos conocimiento científico sea sólo probable, en el sentido de que es una creencia basada en evidencias y argumentos razonables, es una afirmación incómoda pero que no escapa a ningún científico moderno[88].

8.3. Sobre el fundamento de la inducción

Antes de continuar vale la pena aclarar que Keynes no resuelve las dudas escépticas de Hume, sino que re-direcciona el peso de las mismas desde la inducción pura a la analogía. Es la analogía, positiva o negativa, la que yace a la espera de una justificación detrás de los razonamientos inductivos. ¿Por qué la similitud con instancias anteriores o la similitud de dos conceptos nos despierta una creencia en su unión? Hume demostró que esa pregunta no puede tener a la experiencia como respuesta. Existe circularidad si se busca fundar los razonamientos analógicos en la experiencia pasada. Se justifica la analogía mediante argumentos analógicos. Keynes trata de precisar con la mayor claridad posible la forma en la que llevamos adelante los razonamientos analógicos, pero no logra dar razones para las dudas escépticas de Hume.

Tras intentar justificar los razonamientos analógicos, Keynes, se da cuenta de que los argumentos presentados difícilmente satisfagan a la mayoría. De hecho, a lo largo de dicha justificación Keynes se ve empujado constantemente a sumar nuevas condiciones y supuestos de difícil aceptación y, en muchos casos, de naturaleza metafísica.

> “No pretendo haber dado ninguna razón perfectamente adecuada para aceptar la teoría que he expuesto. La hipótesis inductiva se encuentra en una posición

[88] Keynes se refiere en numerosas partes del *Treatise* al caso de la teoría de la selección natural de Darwin como ejemplo de que lo que generalmente consideramos una teoría científica está basada en consideraciones que, por más racionales y objetivas que sean, son sólo probables. Por ejemplo: “Cuando sostenemos que Darwin da bases válidas para que aceptemos su teoría de la selección natural, no nos referimos simplemente a que estamos psicológicamente inclinados a estar de acuerdo con él; es seguro que también intentamos transmitir nuestra creencia de que estamos actuando racionalmente al considerar probable su teoría. Creemos que existe una relación objetiva y real entre la evidencia de Darwin y sus conclusiones, que es independiente del mero hecho de nuestra creencia, y que es tan real y objetivo, aunque en un grado diferente, como el que existiría si el argumento fuese tan demostrativo como un silogismo.” (J. M. Keynes, 1921, p. 5, traducción propia).

> peculiar donde no parece ser un axioma lógico evidente por sí mismo, ni un objeto de *familiaridad directa*… Mientras la teoría del conocimiento sea tan imperfectamente entendida como ahora, y nos deje con tanta incertidumbre acerca de las bases de muchas de nuestras convicciones más firmes, sería absurdo adherir a un escepticismo especial acerca de estas. No creo que el argumento anterior haya revelado una razón para tal escepticismo. Necesitamos estar convencidos de que esta convicción recibe su invisible certeza de un principio válido obscuramente presente en nuestras mentes, a pesar de que aún elude la visión de los ojos de la filosofía." (J. M. Keynes, 1921, p. 264, traducción propia).

Revisemos brevemente el esquema que Keynes presenta para justificar los razonamientos inductivos en general, y analógicos en particular. Para Keynes, cada instancia u objeto de nuestra cognición está compuesto de múltiples características o dimensiones perceptibles: a_1, a_2... a_r. Lo que hacemos en un argumento inductivo es, mediante un juicio de relevancia, escoger algunas de estas características, digamos a_1 y a_2, y nos fijamos hasta qué punto estas dimensiones nos permiten inferir otras, digamos a_{r-1} y a_r. Siempre que razonamos desde la similitud hacemos básicamente esto. Esto es lo que Keynes llama la analogía positiva. La evidencia que ofrece la analogía positiva en una instancia es idéntica a la que ofrece en cientos de instancias. Pero si en una primera instancia vemos que a_1 y a_2, además de estar acompañados por a_{r-1} y a_r, estuvieron acompañados por a_3, entonces, una nueva instancia donde no este a_3, pero si el resto, aumenta nuestra evidencia a favor de la inducción por analogía negativa.

Sin embargo, Keynes admite que existe una dificultad fundamental en este proceso que surge de la imposibilidad de definir con certeza las dimensiones relevantes que definen las instancias de una generalización ¿Cómo saber si las sucesivas instancias son repeticiones de una misma generalización? ¿Cómo saber que no hay alguna otra dimensión, digamos a_n, que sea relevante a los fines de la inducción pero que no consideramos en nuestras primeras instancias? Por ejemplo, uno puede creer que a_1 y a_2 estan unidos a a_{r-1} y a_r, y, de hecho, confirmar en múltiples instancias que esto es así. Pero siempre puede ser que, en realidad, no sean a_1 y a_2 los que conviven siempre con a_{r-1} y a_r, sino que exista a_n, que no habíamos considerado hasta el momento, y que en todas las instancias que registramos acompaño a a_1 y a_2, pero, en nuevas instancias, pueda estar separado de estos y, sin embargo, seguir unido a a_{r-1} y a_r. La única solución que Keynes ve a este escollo es limitar, por suposición, las dimensiones independientes y relevantes de la experiencia. A esto lo llama “principio de limitación de la variedad independiente”. Pero es muy difícil creer que una suposición de este tipo tenga alguna relevancia en la investigación en ciencias naturales y mucho menos en asuntos económicos, políticos y éticos.

Para Keynes, detrás de la analogía, positiva y negativa, está inmanente la suposición de que si encontramos dos conjuntos de cualidades que coexisten, es porque es probable que pertenezcan a un mismo grupo o serie que determine su coexistencia. Si esta coexistencia se da siempre, se trata de una inducción universal, y si se da sólo algunas veces, se trata de una correlación inductiva. Es decir, la mera coexistencia de las cualidades conlleva la percepción de una relación de probabilidad entre la coexistencia observada y la afirmación de que ambas cualidades están ligadas entre sí en forma necesaria o contingente.

Es evidente que describir las suposiciones que se esconden detrás de estos razonamientos no remedia las dudas escépticas de Hume. El filósofo escoses se preguntó cuáles son las razones de dichas suposiciones, no cuáles eran esas suposiciones. Hume sabe que razonamos por similitud, simplemente no puede entender cómo puede justificarse este razonamiento sin caer en la circularidad de utilizar el mismo principio que se busca explicar. Decir que basamos nuestros argumentos en la similitud porque antes lo vimos funcionar, equivale a decir que, en otra ocasión similar a esta comprobamos que el razonamiento por similitud fue adecuado, por lo cual, la similitud entre las situaciones nos justifica en razonar vía similitud. La circularidad no se evita por apelar a la similitud en lugar de a la causalidad o la inducción pura.

A pesar de estas limitaciones en el abordaje keynesiano, debe reconocérsele cierto mérito al diferenciar el componente analógico del puramente inductivo. Como se verá, esto permite establecer con mayor precisión los límites de este tipo de razonamientos y comprender algunos de los excesos de la escuela de Laplace y Quetelet. Pasemos entonces a estudiar la visión de Keynes sobre la correlación inductiva o inferencia estadística.

8.4. Inferencia estadística

El último tema que queda por abordar es aquel referido a la inferencia estadística. Recordemos que en la introducción a este capítulo distinguimos entre las inducciones universales y las correlaciones inductivas o inferencia estadística. La diferencia entre estas es que la primera busca establecer relaciones cuyo cumplimiento se da siempre, mientras que las segundas buscan estudiar relaciones que se cumplen sólo en una proporción de las instancias. Esta distinción es paralela a la de causalidad mecánica y causalidad estadística. Keynes entiende que la inferencia estadística está en estrecha relación con la noción de causalidad estadística.

> "El descubrimiento gradual, que hay ciertas clases de fenómenos, en los que, aunque es imposible predecir lo que sucederá en cada caso individual, sin embargo, hay una regularidad de ocurrencia si los fenómenos se consideran juntos en conjuntos sucesivos, da la clave para la investigación abstracta sobre la cual estamos a punto de embarcarnos." (J. M. Keynes, 1921, p. 336, traducción propia)

Como se vio en la introducción a este capítulo, la inferencia estadística implica una mayor complejidad ya que implica la presencia de una doble dimensión de probabilidad. Por un lado, se debe tener en cuenta la probabilidad de la generalización y, por otro, la relación entre las instancias individuales y la proporción del conjunto al que hace referencia la generalización. Muchas veces, especialmente dentro de la interpretación frecuentista de la probabilidad, la concentración en la segunda dimensión llevó a olvidar que la generalización de la que se parte también es sólo probable.

La estructura de la inferencia estadística es más compleja que la de la inducción universal, pero si se la estudia desde la pretensión de lo que busca establecer es menos exigente. Las relaciones que busca establecer la inferencia inductiva son de más fácil cumplimiento que las que pretende una inducción universal. Sería muy difícil establecer una inducción universal mediante la cual un perro pueda saber bajo qué condiciones va a recibir las sobras de la comida. Al perro le sirve saber que *a veces* recibe las sobras de la comida para sentarse cerca de la mesa cuando se está comiendo. En un caso como este una inducción universal puede ser imposible, ya que puede ser que la familia carezca de una estructura respecto a esto y tenga un comportamiento errático sobre cuando darle las sobras al perro, incluso puede ser que sea imposible otorgar una frecuencia estable a los casos en los que esto sucede, no obstante lo cual, hasta el perro sabe que es probable que reciba sobras de vez en cuando y eso es motivo suficiente para la vigilia.

Como ya se dijo en varias instancias de esta tesis, la existencia de relaciones que se cumplen "la mayoría de las veces, aunque no todas las veces" es algo que ha acompañado al hombre, y a la mayoría de los animales, desde tiempos inmemoriales. Sin embargo, sólo a partir del siglo XVII se le dio un tratamiento formal y se buscó reducirlo a formulaciones matemáticas que permitan comprenderlo y predecirlo. Es importante entender que este proceso de formalización se dio esencialmente desde dos abordajes distintos:

i. Primero, empezando con el "teorema dorado" de J. Bernoulli, se buscó predecir la frecuencia estadística que resultará como consecuencia de una probabilidad determinada en cada uno de los fenómenos. La teoría frecuentista está íntimamente vinculada con esta tradición.
ii. En segundo lugar, se buscó razonar a la inversa. Dada la frecuencia estadística observada se buscó estimar la probabilidad de un determinado fenómeno. Esto es la famosa inversión del teorema de J. Bernoulli y tiene importantes consecuencias en la enunciación de reglas inductivas como la regla de sucesión. La escuela Bayesiana de probabilidad, con su respectiva interpretación personalista del siglo XX, está vinculada a esta tradición.

En ambos abordajes se partió de suponer que toda probabilidad es un número preciso y que, por ende, guarda una relación estrecha con la frecuencia que busca estimar o a través de la que es estimada. Esta es una diferencia fundamental con el abordaje keynesiano. Para Keynes, la teoría de la inferencia estadística es válida e importante, pero antes de apresurarse en los cálculos debemos detenernos a considerar bajo qué condiciones puede ser útil y en qué condiciones simplemente nos conduce al engaño a través de la ilusión de precisión. Como en la mayoría de las objeciones que Keynes levanta a las aplicaciones matemáticas de la probabilidad, estas se vinculan con la falta de claridad sobre las premisas que les permiten arribar a sus conclusiones. De aclararse estas se vería que sus conclusiones son excesivas. Pasemos entonces a analizar el primer abordaje antes presentado.

8.5. J. Bernoulli y la estimación de frecuencias estadísticas

Como se vio en la Parte I, el *Ars Conjectandi* que J. Bernoulli no llegó a publicar en vida ha tenido una importante y extensa repercusión en el pensamiento probabilístico del siglo XVIII y XIX. Tanto Laplace como Quetelet, han reconocido la eminencia de su pensamiento y la importancia del teorema que demostró. Keynes también lo reconoce pero advierte que "el teorema sólo es válido sujeto a condiciones más estrictas que las que usualmente se han recordado y en contextos que son la excepción, no la regla" (J. M. Keynes, 1921, p. 337, traducción propia).

En la Parte I, vimos que J. Bernoulli utiliza la analogía de la urna para presentar sus ideas y, en ese contexto, demuestra que, a medida que aumenta la extracción (con reposición) y registro del color de las bolas, se reduce la probabilidad de que la diferencia entre la frecuencia observada y la verdadera proporción en la urna sea menor a un cierto valor arbitrario. Dicho de otro modo, su teorema consiste en mostrar que dada una serie de experimentos con resultados dicotómicos ($e_1, e_2 \ldots e_n$) gobernados individualmente por una misma probabilidad (p), entonces se puede asegurar que, si el número de observaciones es lo suficientemente grande, la proporción de éxitos observados se aproximara tanto como queramos a p.

El frecuentismo del XIX, no parece estar diciendo otra cosa que esto mismo. Con la única diferencia que, para ellos, la frecuencia no se acerca a la probabilidad, sino que *es* la probabilidad en el límite. Por ejemplo, Ellis afirma "un evento es más probable que otro debido a la creencia de que a la larga sucederá con más frecuencia" (Ellis extraído de J. M. Keynes, 1921, p. 341, traducción propia).

Pero Keynes advierte que el teorema no puede ser aplicado válidamente a cualquier situación. La existencia de una frecuencia no es suficiente para inferir válidamente que dicha frecuencia es estable y permitir la aplicación del teorema de J. Bernoulli. Para Keynes existen esencialmente dos suposiciones importantes para que el teorema sea válido que quedan escondidas detrás de la analogía de la urna:

1- La primera es que la probabilidad de cada uno de los resultados registrados es la misma [$p(e_1) = p(e_2) = \ldots = p(e_n)$]. En el caso de la urna esto implica que tanto la primera bola como la última en ser extraída tienen la misma probabilidad de ser blanca o negra. Es evidente que no existen muchas situaciones que estén sujetas a estas condiciones. Basta suponer, como hizo Condorcet, que las urnas de las que se extraen las bolas son diferentes para dar de baja este supuesto. Esto volvería inválida la aplicación del teorema de J. Bernoulli en su formulación original.

   Sin embargo, como vimos en el Capítulo 4 de la Parte I, Poisson extendió el teorema de J. Bernoulli de modo tal que contemple estas situaciones. De hecho, esa extensión es la que lleva a la enunciación de la ley de los grandes números[89]

[89] "… la "Ley de los Grandes Números" no es en absoluto un buen nombre para el principio que subyace a la Inducción Estadística. La "Estabilidad de Frecuencias Estadísticas" sería un nombre mucho mejor. El primero sugiere, tal vez como Poisson intentó sugerir, pero que es ciertamente falso, que cualquier clase de

propiamente dicha. No caben dudas que la extensión que Poisson logró del teorema de J. Bernoulli lo vuelve legítimamente aplicable a situaciones que, sólo con el teorema de J. Bernoulli, no podrían haber sido consideradas válidas. Como se vio en la Parte I "la concepción de Poisson fue mayormente popularizada a través de los escritos de Quetelet" (J. M. Keynes, 1921, p. 334, traducción propia). Keynes tiene algunas palabras de elogio para Quetelet, mayormente por su prosa, pero sobre todo tiene críticas. Quetelet fue, a sus ojos, un gran divulgador del método estadístico y, sólo por eso, tiene méritos suficientes para ser considerado "el padre del método estadístico moderno" (J. M. Keynes, 1921, p. 334, traducción propia). Pero también es en gran parte responsable de que la teoría de probabilidades aún no sea "perfectamente respetable en el salón de la ciencia" (J. M. Keynes, 1921, p. 335, traducción propia).

> "Quetelet escribe con una admiración casi religiosa sobre estas misteriosas leyes, y sin duda comete el error de tratarlas como tan adecuadas y completas en sí mismas como las leyes de la física, y tan poco necesitadas de análisis o explicaciones adicionales." (J. M. Keynes, 1921, p. 335, traducción propia)

Es por esto que "es importante no exagerar el grado en que el método de Poisson ha extendido la aplicación de los resultados de Bernoulli" (J. M. Keynes, 1921, p. 346, traducción propia). Poisson demuestra que no es necesario que todas las probabilidades de la serie que va a constituir la frecuencia predicha sean idénticas, pero no resuelve las limitaciones generadas por el segundo supuesto que Keynes marca como implícito en el teorema de J. Bernoulli.

2- La segunda condición que debe cumplirse para que los teoremas de J. Bernoulli y Poisson tengan validez, es que el conocimiento sobre los resultados en los primeros experimentos no debe afectar la probabilidad del próximo experimento. En el caso de la urna esto implica decir que el hecho de que hayamos extraído *p*

evento muestra regularidad estadística si se toma un número suficiente de instancias. También alienta el método de procedimiento, por el cual se considera legítimo tomar cualquier frecuencia o grado de asociación observado en un conjunto numeroso de estadísticas y suponer con investigación insuficiente que, debido a que las estadísticas son numerosas, la frecuencia observada es, por lo tanto, estable. La observación muestra que algunas frecuencias estadísticas son, dentro de límites más estrechos o más amplios, estables. Pero las frecuencias estables no son muy comunes y no pueden suponerse a la ligera." (J. M. Keynes, 1921, p. 336, traducción propia).

bolas negras y q bolas blancas no debe afectar la probabilidad de que en la próxima extracción saquemos una bola negra o blanca.

J. Bernoulli, en su exposición del problema, logra esto suponiendo que la extracción se realiza con reposición, es decir, volviendo a ingresar la bola extraída a la urna una vez que se toma nota de su color. Es fácil ver que, si se quita el supuesto de reposición, y las bolas una vez extraídas permanecen fuera de la urna, la probabilidad de los distintos experimentos no sólo no sería idéntica, sino que iría transformándose en un sentido determinado a medida que vamos extrayendo las bolas. Una situación como esta llevaría a una transformación "material" en las condiciones que gobiernan la probabilidad de los eventos. En una situación así, si partimos de conocer la proporción presente en la urna, podemos calcular con precisión la transformación que cada extracción genera en la probabilidad de la próxima extracción. Pero no es necesario que acontezca una transformación "material" para que las probabilidades, en el sentido de grados de creencia racionales, se vean afectadas por el conocimiento de los resultados que van aconteciendo. Puede darse el caso, que es el que en realidad imaginó J. Bernoulli y sobre el cuál trabajó Laplace, donde estemos extrayendo de una urna de la cuál desconocemos la proporción de bolas de los dos colores. Cada extracción, en este caso, por más de que haya reposición, nos da información valiosa sobre la proporción que puede estar presente en la urna y, por ende, modifica nuestro grado de creencia racional en que la próxima extracción sea de una bola blanca o negra. Es muy importante notar que esto lleva a condiciones muy distintas a aquellas que fueron superadas por Poisson en (1). No se trata simplemente de que las probabilidades son distintas, sino que, en este caso, se plantea una transformación en la probabilidad en un sentido determinado y conocido.

En términos clásicos esto implica que no existe independencia entre las instancias. Sin embargo, aquellos autores que buscan dar un sentido estrictamente físico a la probabilidad no incluirían el segundo caso presentado por Keynes dentro de la violación del principio de independencia, ya que, en este caso, el conocimiento que adquirimos con cada una de las instancias "no nos lleva a discriminar entre las condiciones a las que están sujetas las diferentes instancias, sino a modificar nuestra opinión sobre la naturaleza de las condiciones que se aplican a todos los términos por igual" (J. M. Keynes, 1921, p. 346, traducción propia)[90]. Keynes, concibiendo la probabilidad como el grado de creencia justificado por la evidencia, lo incluye dentro de los casos de dependencia. Es más, para Keynes, "son estas instancias, donde hay un cambio en el conocimiento pero no en las condiciones materiales… las que son más frecuentemente pasadas por alto" y, además, "las que mejor se conforman a las situaciones del mundo real" (J. M. Keynes, 1921, p. 346, traducción propia)[91].

En la segunda suposición que marca Keynes nos topamos con la misma situación que Laplace plantea en su famosa inversión del teorema de J. Bernoulli. Cuando desconocemos la proporción de bolas de dos colores dentro de una urna, la sucesiva extracción con reposición de las bolas parece darnos información relevante sobre dicha proporción. Del mismo modo que, dada una proporción, podemos estudiar cual es la frecuencia más probable en *n* extracciones, debería ser posible estimar cuál es la proporción más probable dada una frecuencia observada. Incluso debería ser posible establecer una regla por la cual, cada resultado adicional lleve a la transformación de la proporción más probable. Como se vio en el Capítulo 4, esto es exactamente lo que hizo Laplace. Primero invirtió el teorema de J. Bernoulli y luego formuló una regla por la cual cada observación adicional modifica la estimación de la probabilidad que gobierna a los eventos bajo escrutinio, a saber, la regla de sucesión. Pasemos entonces a revisar cada una de estas instancias.

8.6. La inversión del teorema de J. Bernoulli

Como se vio, J. Bernoulli demostró que, si una serie de eventos está gobernada por una probabilidad determinada en cada una de sus instancias, y estas instancias son independientes, entonces puede predecirse, dentro de ciertos límites, la frecuencia que se

[90] Para la teoría clásica de la probabilidad existe independencia cuando: $p(e_2/e_1) \neq p(e_2)$. Pero nuevamente la crítica de Keynes va dirigida a que una expresión de este tipo no hace referencia al conocimiento implícito en cada una de las instancias y, por ende, puede dejar afuera instancias como la que se describió en segunda instancia. En términos keynesianos la independencia queda definida en términos de relevancia: $(e_2/he_1)_{q1} \neq (e_2/h)_{q2}$, es decir, no hay independencia siempre que e_1 sea relevante a los fines del grado de confianza que estamos justificados en ostentar en e_2.

[91] Keynes parece estar pensando en todas aquellas situaciones que se conforman a lo que actualmente se estudia bajo la denominación de series de tiempo, en contraste al corte transversal. Las técnicas estadísticas para el análisis de series de tiempo fueron desarrolladas en la segunda mitad del siglo XX y, por ende, quedan fuera del alcance de esta tesis, aunque es una de las líneas que se abren para investigaciones futuras.

observará tras repetir el experimento una cierta cantidad de veces. De donde proviene dicha probabilidad, cómo hacemos para conocerla, es algo que el teorema no discute ni resuelve. El teorema no establece una generalización inductiva, sino una consecuencia de la existencia, presupuesta, de dicha generalización. Su inversión, en cambio, si implica pasar de la observación de instancias a una generalización y, por ende, entra de lleno dentro de los problemas generales de la inducción discutidos en los tres primeros apartados de este capítulo. En este sentido Keynes advierte que "la naturaleza del problema excluye cualquier otro método, y se puede demostrar que los dispositivos matemáticos directos dependen de supuestos insoportables" (J. M. Keynes, 1921, p. 367, traducción propia).

La mayor crítica que Keynes tiene para hacer a estos esfuerzos es que pretendieron resolver matemáticamente un problema que es de teoría del conocimiento. La inferencia estadística no puede aislarse de la inducción y pretender ser un problema puramente matemático. Los métodos matemáticos que buscan mecanizar el proceso inductivo son, para Keynes, "los hijos del pensamiento suelto y los padres de la charlatanería" (J. M. Keynes, 1921, p. 384, traducción propia). Si el problema de la inducción universal no puede ser resuelto sin apelación a juicios directos y argumentos analógicos, e incluso así quedan cabos sueltos, mucho menos podrá resolverse el problema de la inferencia estadística que, como vimos, implica una mayor complejidad debido a su doble dimensión probabilística y a que, efectivamente, conlleva una mayor complejidad matemática.

> "Nadie supone que podamos medir exactamente la probabilidad de una inducción. Sin embargo, muchas personas parecen creer que en el tipo de argumento más débil, y mucho más difícil, donde la asociación bajo consideración se ha presentado en nuestra experiencia, no de forma invariable, sino simplemente en cierta proporción, podemos atribuir una medida precisa a nuestras expectativas futuras, y se puede atribuir certeza práctica a las predicciones que se encuentran dentro de límites relativamente estrechos… esta afirmación absurda hubiese sido universalmente rechazada hace mucho tiempo si no fuese porque aquellos que la hicieron se ocultaron exitosamente de los ojos del sentido común en un laberinto de matemáticas."
> (J. M. Keynes, 1921, p. 388 y 389, traducción propia)

Keynes recurre al “gran Leibniz” (p. 272) para reafirmar su pensamiento en esta cuestión. De hecho, recurre a la correspondencia entre Leibniz y J. Bernoulli que fue brevemente reseñada en Capítulo 4 de la Parte 1. En esa instancia, Leibniz, reflejaba sus dudas ante el método de descubrimiento de probabilidades *a posteriori* que J. Bernoulli creía haber descubierto. Recordemos que si bien J. Bernoulli no demuestra el camino a la inversión de su teorema gran parte del *Ars* Conjectandi y su correspondencia con Leibniz muestra que esa era su pretensión. Vale la pena citar nuevamente la respuesta que Leibniz otorga a J. Bernoulli ya que es reveladora respecto a las coincidencias entre el polímata alemán y Keynes.

> “La estimación de probabilidades es extremadamente útil, aunque en varias situaciones políticas y legales, no hay tanta necesidad de cálculos exactos como la hay de una recapitulación precisa de todas las circunstancias... los sucesos que dependen de un número infinito de casos no pueden ser determinados por un número finito de experimentos; de hecho, la naturaleza tiene sus propios hábitos, nacidos del retorno de las causas, pero solo "en general". Y entonces, ¿quién podría asegurar que un experimento posterior no se apartará un tanto de la regla de todos los experimentos precedentes debido a las mutabilidades propias de las cosas?” (Leibniz, 1855, pp. 83–84, traducción propia)

La primera parte de la cita es reveladora sobre la similitud entre el pensamiento de Keynes y Leibniz sobre la probabilidad. Esto no debería ser sorpresa ya que el mismo Keynes empieza su *Treatise* afirmando que el “tema de este libro fue abordado por primera vez en la mente de Leibniz…” (J. M. Keynes, 1921, p. v, traducción propia). Leibniz, quien al igual que Locke consideraba a los jurisconsultos como modelo de razonamiento lógico en cuestiones contingentes, está señalando que para la probabilidad es más importante tomar en consideración los detalles que hacen a la circunstancia que la contabilización del número de instancias en la que sucedió algo. La capacidad de discernimiento, de notar diferencias y similitudes, es más importante que el cálculo riguroso. Esto mismo es lo que busca enfatizar Keynes a lo largo de todo su *Treatise* y esto es lo que, en esta tesis, se argumenta que Keynes toma de los filósofos que trataron la probabilidad hacia fines del siglo XVII y principios del XVIII. Este sentido de la probabilidad que se vincula más al proceso de comparación y diferencia que al cálculo exacto, es lo que Keynes busca restablecer a principios del siglo XX desde categorías fuertemente influenciadas por "Cambridge" (Moore, Russell y Johnson).

> "La visión de Leibniz, que se basa principalmente en consideraciones de analogía y que exige "no tanta sutileza matemática como una declaración precisa de todas las circunstancias", es, sustancialmente, la opinión que se busca respaldar…" (J. M. Keynes, 1921, p. 369, traducción propia)

La segunda parte de la afirmación de Leibniz apunta al problema de la inducción implícito en el método de estimación de probabilidades *a posteriori* de J. Bernoulli. Leibniz advierte en contra de la posibilidad de estimar probabilidades que gobiernen un número infinito de sucesos mediante un número finito de observaciones. Para que una inducción sea válida se necesita saber que, tanto las instancias registradas como las instancias posteriores sobre las que se busca que el principio sea efectivo, sean idénticas, al menos en cuanto a todas las dimensiones relevantes del fenómeno. Necesitamos estar seguros de que lo que llamamos repeticiones sean efectivamente la repetición de un fenómeno común y gobernado por las mismas leyes. Pero ¿Cómo saber si las dimensiones que estamos considerando no son demasiado estrechas o nuestra generalización demasiado abarcadora? ¿Qué nos asegura que no haya otra dimensión que no tuvimos en cuenta que cambie las cosas en nuevas instancias? ¿Podemos acaso estar seguros de que consideramos todas las dimensiones relevantes que rodean a un evento? Leibniz y Keynes, enfatizan la importancia de estas consideraciones por encima del conteo de instancias. Una "declaración de frecuencia no analizada no puede decirnos esto" (J. M. Keynes, 1921, p. 371, traducción propia) y ninguna regla mecánica que tenga como único insumo dicha frecuencia podrá resolver estas preguntas.

Este problema que ya discutimos en el caso de la inducción universal se presenta con la misma vigencia en el caso de la correlación inductiva y otorga a la misma "un elemento de duda y vaguedad, que no es fácilmente medible" (J. M. Keynes, 1921, p. 389, traducción propia).

> "Es un elemento de duda precisamente similar al que existe en el caso de generalización inductivas. Pero es más probable que lo olvidemos. Ya que, al haber superado las dificultades peculiares de la correlación, es probable y para

> nada extraño, que un estadístico sienta que ha superado *todas* las dificultades.” (1921, p. 389, traducción propia, cursivas en el original)

Tomemos el ejemplo clásico de la probabilidad de que nazca un varón. Si lo que buscamos establecer es la generalización que afirma que la probabilidad de que nazca un varón es $\frac{v}{v+m}$. Para constatar esta generalización, a diferencia de la inducción universal, no nos sirve observar instancias particulares por separado. El nacimiento de un varón o de una mujer, no confirma ni rechaza la correlación inductiva. Para tener elementos que nos permitan refutar la misma requerimos de una muestra representativa y aleatoria de instancias particulares de esta generalización. Una muestra así constituida nos permitirá contrastar la proporción observada con nuestra generalización hipotética. Grandes diferencias entre ellas evidencian dificultades en nuestra generalización y pequeñas diferencias dan evidencias a favor de la misma. En ambos casos nuestra conclusión es sólo probable.

Pero antes de apresurarnos a considerar la conclusión vale preguntarnos ¿cómo hacemos para colectar esa muestra y asegurarnos que sea representativa y aleatoria? En este sentido podríamos preguntarnos, ¿Nos referimos a cualquier nacimiento en cualquier lugar del universo? ¿En cualquier momento del tiempo? ¿Debemos considerar la historia de nacimientos en las familias del padre y de la madre? ¿Acaso lo que ingirieron los padres meses antes de la concepción puede ser relevante? Algunos de estos elementos, si los consideramos relevantes, nos llevaran a acotar el alcance de nuestra generalización. Por ejemplo, puede ser que sólo seamos capaces de relevar casos en Argentina por lo cual nuestra muestra impone límites concretos al alcance de nuestra generalización. En el caso del tiempo, de admitirse su relevancia, estamos frente a un problema insuperable que quita todo poder predictivo a nuestras inferencias. En definitiva, todos estos elementos conllevan juicios de relevancia que deben ser explicitados y Keynes, siguiendo a Leibniz, enfatiza que, a los fines de la probabilidad, es mucho más importante la “recapitulación precisa de todas las circunstancias” que el cálculo exacto que podemos creer estar haciendo.

Pero llevemos el argumento un poco más allá. Antes dijimos que para que una inferencia estadística sea válida la muestra de la que partimos debe ser representativa y seleccionada al azar de la población a la cuál buscamos aplicar nuestra generalización. Si aceptamos que es imposible estar seguros de que todas las dimensiones relevantes del problema fueron tomadas en cuenta ¿Cómo podemos asegurar la representatividad y aleatoriedad de una muestra respecto a dimensiones que no han siquiera pasado por nuestra mente? Claramente si no somos conscientes de la relevancia de una determinada dimensión de los objetos a los que buscamos aplicar nuestra generalización no vamos a ser capaces de asegurar la representatividad de los mismos en nuestra muestra.

Tomemos otro ejemplo, supongamos que estamos buscando establecer la generalización que la proporción de hombres que mueren a los sesenta años es $\frac{m}{m+v}$. En un caso como este es fácil ver que existen un *sin número* de dimensiones relevantes a los fines de la generalización. Que sean relevantes, aún si nos mantenemos en el sentido más estrecho de la probabilidad frecuentista, implica que su probabilidad se va a modificar como fruto de la consideración de las mismas. Por ejemplo, la probabilidad de morir a los sesenta años probablemente valla a modificarse si consideramos separadamente a los hombres que mostraron registros de buena salud a lo largo de su vida y los que no, los que fuman de los que no, los que viven en una ciudad plagada de accidentes de tránsito de los que no, los que están en el hospital de aquellos que están en prisión, en su casa o en un asilo, etc.

¿Cómo podemos estar seguros de que hemos considerado todas las dimensiones relevantes para asegurar que nuestra muestra es representativa y aleatoria? A menos que tomemos el "principio de limitación de la variedad independiente" que propone Keynes, este proceso siempre será incompleto y no existe ningún modo por el cuál podamos medir la distancia con respecto a esa completitud[92]. Esa imposibilidad de abarcar todas las dimensiones del objeto, es fruto de la "mutabilidad propia de las cosas" y, aunque Keynes no lo dice ni piensa así, dicha mutabilidad se debe a que la cosa no es diferente al concepto que tenemos de ella, el cual es intrínsecamente mutable y, por ende, carece de una completitud estática en el sentido que busca Keynes. En definitiva, las dudas escépticas que invadían a Hume y a Leibniz sobre el método inductivo mantienen su vigencia en la

[92] Vale mencionar que las principales herramientas de inferencia estadística que se utilizan en la actualidad, como la regresión estadística, fueron desarrolladas principalmente en la primera mitad del siglo XX y Keynes no las discute en su *Treatise*. En el modelo clásico de regresión bi-variada se aíslan dos variables, digamos A y B, y se las relaciona funcionalmente del siguiente modo A= f(B)+ e. e es el error de la estimación que busca sintetizar todas aquellas dimensiones que no fueron consideradas a través de B. Para que la regresión sea válida debe mostrarse que e tiene un comportamiento aleatorio. Es importante enfatizar que nunca se tiene certeza sobre la perfecta aleatoreidad de e, sino que, en la práctica estadística, se fabrican distintas pruebas que dan evidencia de que e tiene un comportamiento aleatorio o mayormente aleatorio lo cual nos justifica en suponer que la regresión es válida. Esta incertidumbre respecto a la validez de la regresión, que en la práctica es comúnmente olvidada, es lo que Keynes busca enfatizar.

inferencia estadística y es dudoso que la solución de las mismas vaya a provenir de una demostración matemática.

Volvamos a la inversión del teorema de J. Bernoulli. Keynes admite que existen situaciones donde la inversión es válida, pero estas son situaciones muy limitadas generalmente asociadas a condiciones idealmente fabricadas como las de los juegos de azar. “Si supiéramos que nuestro caso es similar a un juego de azar, podríamos esperar inferir posibilidades de las frecuencias, con la misma confianza con la que deducimos frecuencias de posibilidades” (J. M. Keynes, 1921, p. 384 y 385, traducción propia). Cuanto más asimilable sea la situación que tenemos enfrente a las condiciones ideales de un juego de azar, más probable será el paso desde frecuencias a probabilidades. ¿Qué significa que sea asimilable a las condiciones ideales de un juego de azar? Para Keynes esto implica que percibamos una menor multiplicidad de dimensiones relevantes en la determinación del fenómeno. Pero nuevamente, salvo que adhiramos al supuesto de “limitación de la variedad independiente” y por ende congelemos el concepto en una de sus instancias, no podemos confiar en estas distinciones en modo seguro y concluyente.

Pero incluso en situaciones ideales existen dificultades adicionales respecto a la validez del principio de indiferencia en la determinación de la probabilidad *a priori* necesaria para la inversión del teorema. Por las razones que vimos en el Capítulo 7, Keynes no cree que sea una aplicación válida del principio de indiferencia la que hacen Laplace y Bayes. “No veo, sin embargo, ninguna justificación para esta asunción…no satisfacen las condiciones que se han establecido… para alternativas que son iguales ante el Principio de Indiferencia.” (J. M. Keynes, 1921, p. 387, traducción propia). La solución de Keynes, que consiste en dividir en intervalos dichas proporciones y aplicar sobre estos el principio de indiferencia, dista de ser satisfactoria.

8.7. La regla de sucesión de Laplace

Lo que Venn (1876) popularizó como la “regla de sucesión” de Laplace es, para Keynes, el colmo de la aplicación descuidada de los principios de inferencia estadística. La regla de sucesión descuida precisamente aquello que Keynes busca enfatizar, es decir, la consideración minuciosa de las similitudes y diferencias entre las instancias pasadas de las que se conoce el resultado y las instancias a las que se busca aplicar el principio.

La regla, originalmente propuesta por Laplace, pretende estimar con precisión numérica la probabilidad de cualquier evento a la luz, únicamente, de la frecuencia con la que se observó que el evento sucedía en el pasado. De esto modo sabiendo únicamente que un evento sucedió *m* veces en el pasado y falló en suceder otras *n* veces, Laplace propuso que la probabilidad de que suceda en la próxima instancia es siempre $\frac{m+1}{m+n+2}$. Por lo cual, la probabilidad de que suceda algo que nunca sucedió y sobre el cual no tenemos ninguna razón para creer que es más posible que suceda que no, por más disparatado que suene, es siempre ½, y aún si falló en suceder en la primera instancia que buscamos corroborarlo, la probabilidad de que suceda en la próxima es tan alta como 1/3.

A los fines de la crítica de Keynes, debe comprenderse que esta regla no soluciona los problemas generales de la inducción y la apelación a juicios de relevancia sobre la evidencia disponible. No hay forma en la que podamos estar seguros de que una *misma* instancia se repitió *m+n* veces, ni verificar nuevas instancias de la misma, sin llevar a cabo juicios sobre la irrelevancia de todas las dimensiones del fenómeno que excedan aquellas que estemos considerando. Como dicho juicio de irrelevancia jamás es completo, sino más bien un atajo por medio del descarte de todo aquello que excede a lo considerado, tampoco es susceptible de medirse con precisión numérica. No podemos decir que esta inducción, a diferencia de aquella otra, es el doble, o el triple de confiable. A lo sumo, cuando existen situaciones como las descriptas en el Capítulo 6, podemos hablar de que una inducción es más confiable a la otra, pero nunca siendo capaces de otorgar una medida numérica precisa.

La regla de sucesión no otorga una probabilidad a la generalización inductiva. No nos dice que tan probable es que este método de estimación de probabilidades sea correcto. Supone que el mismo es correcto, escudándose en una demostración matemática que descansa sobre supuestos insostenibles, y lo pone a trabajar directamente sobre instancias que se suponen iguales. Este segundo supuesto es el que más importa criticar a Keynes, porque al esconderlo se transforma el problema inductivo en un problema esencialmente matemático, y cuando se lo resuelve, se pretende haber resuelto el problema inductivo. Si no se puede garantizar la analogía perfecta entre las instancias, entonces, lo demostrado matemáticamente, pierde sentido a los fines del método inductivo porque no se amolda al material sobre el que se trabaja, cuya característica esencial y relevante es la diferencia en algunas de sus dimensiones y la similitud en otras. Si partimos diciendo que son repeticiones de una misma instancia, entonces, está todo perdido desde el principio.

Keynes no quiere desechar la inferencia estadística, la valora y está convencido de que brindará frutos valiosos a la ciencia. Pero sí quiere advertir que la inducción pura, la mera contabilización de instancias, no reemplaza a la consideración minuciosa de las similitudes y diferencias entre la mismas. Y, de modo similar, el cálculo riguroso al que a veces es posible reducir los juicios de preferencia/indiferencia no reemplaza a los juicios de relevancia, sino que es posible sólo gracias a ellos.

En conclusión, la principal enseñanza que deja el análisis de Keynes sobre la posibilidad de estimar probabilidades partiendo de frecuencias observadas es que considera al problema en el contexto de los problemas de la inducción, en lugar de considerarlo abstractamente en el marco de definiciones arbitrarias. En este sentido llama la atención sobre las dificultades que rodean al problema advirtiendo en contra de soluciones puramente matemáticas. Las dudas de Hume sobre la inducción universal se aplican con la misma fuerza a la inferencia estadística. Que la conclusión de una inducción no sea universal sino de grado, no quita el manto de duda que envuelve a la inducción, en todo caso, aumenta sus dificultades.

Parte III

El episodio del *Treatise* a la luz de la crítica de Ramsey y la teoría personalista de la probabilidad

Capítulo 9
La teoría personalista de la probabilidad y su relación con la concepción keynesiana de la probabilidad

9.1. Introducción

Cinco años después de que Keynes publique su *Treatise*, en 1926, Frank Ramsey, con sólo 23 años, en un breve ensayo titulado *Truth and Probability* (1931), criticó la postura logicista de Keynes e inauguró la corriente personalista de la probabilidad. La visión personalista de la probabilidad fue desarrollada en mayor profundidad, y en forma independiente a Ramsey, por Bruno de Finetti (1972, 1980) en la década del 30´. Luego, en la década del 50´, esta interpretación comenzó a ganar mayores adherentes y, gracias a los aportes de Savage (1972) en la axiomatización de la teoría de probabilidades y de Von Neumann y Morgenstern (2007) en relación a la utilidad esperada, la misma se afianzó dentro de la escuela neoclásica como la teoría de la elección racional en contextos de incertidumbre.

En un escrito de 1933, dedicado a la memoria de Ramsey (murió en 1930 con sólo 26 años), Keynes acusó recibo de su crítica y le dio la razón en parte de su argumentación: “Hasta aquí me entrego a Ramsey, creo que tiene razón.” (J. M. Keynes, 1933, p. 244, traducción propia). Ha habido cierta controversia sobre si la crítica de Ramsey llevó a que Keynes abandone su postura de la probabilidad a cambio de la visión personalista de Ramsey. Jeffreys (1998), Good (1950) y Bateman (1987b) defendieron esta postura, mientras que Winslow (1986, 1989), Carabelli (1988) y O´Donnell (1989) defendieron la idea contraria de que si bien Keynes aceptó algunas de las críticas de Ramsey, esto no implicó que reemplazara completamente su teoría de probabilidades por la de Ramsey. No es nuestra intención aquí resolver esta controversia, sino entender ambos episodios en el contexto de la historia del concepto de probabilidad, que no es otra que la historia delas promesas incumplidas de la probabilidad que surgió en la Ilustración.

La teoría personalista rechaza la relevancia de discutir el sentido objetivo de la probabilidad. Para ellos, la probabilidad es el grado de creencia personal de cualquier individuo en cualquier momento del tiempo. Cada individuo tiene sus grados de creencia propios y los modifica constantemente. Para estos autores, el objetivo fundamental de la teoría de probabilidades no es indicar qué es razonable creer a la luz de cierta evidencia, sino asegurarse que las creencias que tiene el individuo, cualesquiera sean, sean consistentes entre sí.

La concepción personalista de la probabilidad, tal como la desarrollaron Ramsey y de Finetti, tiene en común con la concepción keynesiana, y podría sumarse con la escuela de Laplace, el lidiar con grados de creencia, en lugar de con frecuencias de conjuntos precisamente delimitados. Esto llevó a que algunos autores, como Hacking (2006), Gillies (2000), o el mismo de Finetti (1985), consideren a ambas dentro de la misma categoría de interpretaciones epistémicas o lógicas de la probabilidad. Sin embargo, debe notarse que hay una diferencia muy marcada entre las ideas de Laplace y Keynes y aquellas del personalismo del siglo XX. En realidad, es una diferencia entre el personalismo y toda la tradición de pensamiento sobre probabilidad. Todos los entendimientos de la probabilidad, desde las nociones originales de Locke y Port Royal, pasando por la escuela de Laplace y Quetelet e incluyendo a la propuesta keynesiana, difieren de la concepción personalista en exigir a la probabilidad que se pronuncie sobre qué es razonable creer a la luz de una cierta evidencia. La teoría personalista no pide esto a la probabilidad, o al menos no en un principio. En este aspecto la concepción keynesiana es más próxima a la escuela de Quetelet, o a la de Laplace, que a la teoría personalista de la probabilidad.

Es la opinión de este tesista que debemos a Ramsey el haber clarificado el requisito de consistencia de la doctrina de las posibilidades, del componente propositivo/sintético de la misma o, como el mismo Ramsey dice, de la búsqueda de la verdad. La escuela de Locke estaba especialmente preocupada por el segundo componente, pero los esfuerzos por trasladar la doctrina de las posibilidades al terreno de reflexión de la probabilidad llevaron a mezclar constantemente las exigencias de consistencia con la búsqueda de lo que es razonable creer. El *Treatise* de Keynes está completamente absorbido por esta última preocupación dejando entrever esta tensión dentro del concepto de probabilidad. El personalismo de Ramsey y de Finetti terminan de ponerla a la luz de un modo mucho más tangible al priorizar la lógica de la consistencia sobre la lógica de la verdad.

9.2. Lógica formal o de la consistencia

Ramsey admite que la teoría de probabilidades es esencialmente lógica, pero reconoce que dentro de la misma se han mezclado exigencias distintas. En general la lógica se divide en lógica deductiva e inductiva, una división adecuada a su parecer, pero cuyo sentido debe precisarse. Siguiendo con una distinción originada en Kant (2010), propone dividir los argumentos lógicos en "dos tipos radicalmente diferentes", por un lado están los "explicativos, analíticos o deductivos" y, por el otro, los "amplificativos, sintéticos, o (hablando ligeramente) inductivos". Los últimos tienen como objetivo adquirir nuevo conocimiento, mientras que los primeros son "solamente un método de ordenar nuestro conocimiento y eliminar inconsistencias o contradicciones" (Ramsey, 1931, p. 187, traducción propia). Ramsey propone múltiples nombres para referirse a la lógica que se encarga tanto de uno como de otro objetivo. A aquella que se encarga de eliminar inconsistencias la llama lógica menor, de la consistencia, de la coherencia, formal o deductiva. A la segunda, en cambio, la llama la lógica mayor, humana, de la verdad, del descubrimiento o inductiva.

> "La lógica debe entonces caer definitivamente en dos partes: tenemos la lógica menor, que es la lógica de la coherencia o lógica formal; y la lógica más grande, que es la lógica del descubrimiento, o lógica inductiva." (Ramsey, 1931, p. 187, traducción propia)

Pero, a su vez, advierte que esta distinción no es paralela a la de conocimiento y opinión, o entre creencias ciertas y creencias dudables o parciales. La lógica menor, la de la consistencia, puede ser aplicada a un sistema de creencias ciertas o a un sistema de creencias parciales. La aplicación de la lógica de la consistencia al conocimiento es un paso ineludible en el desarrollo conceptual, pero no devela ningún conocimiento nuevo, sino que aclara aquello que ya está presente en sus premisas incluyendo sus contradicciones. Para Ramsey, la teoría matemática de la probabilidad no es más que una extensión de dicha aplicación de la lógica formal a las creencias parciales.

Del mismo modo que un silogismo deductivo se reduce a señalar la inconsistencia entre una premisa y el contrario de su conclusión, la teoría matemática de la probabilidad, que no es otra cosa que la doctrina de las posibilidades, se dedica a señalar la inconsistencia entre algunos grados de creencia que tomamos como nuestras premisas y otros grados de creencia que se relacionan lógicamente con los primeros. "Si a entonces b", en realidad, se reduce a observar que "a" no es consistente con "no b". Del mismo modo, "a =1/3" es inconsistente con "no a = 1/3". O, si "a y b=1/3" y "a y no b=1/3", entonces "no a", por requisito de consistencia, también tiene que ser 1/3. Ramsey avizoró y de Finetti demostró que todas las reglas de la probabilidad matemática pueden ser deducidas de este criterio de consistencia.

Esto es, sin dudas, una importante clarificación de lo que significa e implica la doctrina de las posibilidades. Partiendo de cualquier conjunto de creencias ordenado se puede mostrar que la doctrina de las posibilidades es la forma consistente de elaborar sobre esas creencias[93]. Esto es importante porque permite entender que doctrina es indiferente al modo en que se construyen sus premisas. A los fines de la lógica formal no es necesario proveer ninguna justificación a dichas premisas. Estas pueden ser asociadas unívocamente con frecuencias observadas o ser libradas a las inclinaciones personales de cada individuo, mientras sean consistentes el herramental matemático podrá ser aplicado de modo de elaborar sobre esas premisas. La operación matemática de dichas premisas no va a develar nada que no esté implícito en la forma en la que fueron construidas esas premisas[94].

De este modo, principios de indiferencia como el de Laplace, o incluso la reformulación de Keynes, son innecesarios para justificar la aplicación de la doctrina de las posibilidades. Basta con decir que estas son las creencias personales y hacer uso del herramental matemático para evitar inconsistencias al elaborar sobre ellas.

> "… ahora se puede prescindir totalmente del principio de indiferencia; no consideramos que pertenezca a la lógica formal decir cuál debería ser la expectativa de un hombre al sacar una bola blanca o negra de una urna; Sus expectativas originales pueden estar donde le guste siempre y cuando se mantengan dentro de los límites de la consistencia; todo lo que tenemos que señalar es que, si él tiene ciertas expectativas, está obligado a tener ciertas otras. Esto es simplemente alinear la probabilidad con la lógica formal ordinaria, que no critica las premisas, sino que simplemente declara que

[93] Todos los propulsores de la teoría personalista de la probabilidad proponen concebir el grado de creencia de un individuo como la medida hasta la cual el individuo estaría dispuesto a actuar en base a dicha creencia. En este sentido proponen un esquema de apuestas como método para forzar la manifestación de estas creencias. En este sentido se entiende que si un individuo está dispuesto a arriesgar una moneda a cambio del beneficio de obtener dos monedas, en el caso de que algo suceda, es porque cree que la probabilidad de que eso suceda es de al menos 1/3. En este sentido, estos autores proponen un retorno a la primacía de la noción de expectativa sobre la de probabilidad (*a la* Huygens).

[94] Por el momento dejamos de lado la consideración de la condicionalidad bayesiana como método de aprender de la experiencia. En el apartado 9.6. tratamos este tema en cierto detalle.

ciertas conclusiones son las únicas que concuerdan con estas." (Ramsey, 1931, p. 190, traducción propia)[95]

Entonces basta con cumplir con las exigencias de consistencia de la lógica formal para hacer un uso correcto de la doctrina de las posibilidades. Pero ¿dónde deja esto al análisis keynesiano sobre las relaciones de probabilidad? ¿Son ellas parte de la lógica formal o acaso forman parte de una lógica distinta?

9.3. Las relaciones de probabilidad no pertenecen a la lógica formal

Recordemos que Keynes propuso comprender la probabilidad como una relación entre premisas y conclusiones que no alcanza la certeza. En su *Treatise*, las relaciones de probabilidad son conocidas como resultado de juicios directos que indican la relevancia de la evidencia y la prefrencia/indiferencia sobre alternativas. Como se vio en la Parte II, Keynes busca concebir estas relaciones de probabilidad en el mismo sentido en que se conciben las relaciones lógicas clásicas sólo que generalizando a la posibilidad de que estas tengan grados. Por ejemplo

> "Del mismo modo en que… se supone que a veces podemos juzgar directamente que una conclusión *se sigue de* una premisa, no es una gran extensión de esta suposición suponer que a veces podemos reconocer que una conclusión *se sigue parcialmente de,* o se encuentra en una relación de probabilidad con, una premisa." (J. M. Keynes, 1921, p. 52, traducción propia, cursivas en el original)

Ramsey, habiendo clarificado la diferencia entre la lógica formal, que se ocupa de la consistencia, y la lógica humana, que se ocupa de buscar la verdad, señala que estas

[95] Ramsey abre su tratado con una serie de citas de filósofos y lógicos reconocidos. Una de ellas es la siguiente debida a Donkits: "Cuando se presentan a nuestra mente varias hipótesis que creemos mutuamente excluyentes y exhaustivas, pero sobre las cuales no sabemos nada más, distribuimos nuestras creencias por igual entre ellas ... Si esto se admite como una descripción adecuada de como realmente distribuimos nuestra creencia en casos simples, la totalidad de la teoría subsiguiente sigue como una deducción de la forma en que debemos distribuirla en casos complejos si *fuéramos a ser consistentes*." (Ramsey, 1931). La primera parte es una enunciación del principio de indiferencia de Laplace, mientras que la segunda enfatizada con itálicas de Ramsey, presenta la condición de consistencia. Lo que propone Ramsey es olvidar el principio de indiferencia, dejar que cada quien distribuya sus creencias como quiera, y quedarse con el requisito de consistencia.

relaciones de probabilidad definitivamente no pertenecen a la lógica formal y, por ende, no pueden ser consideradas como una ampliación de las relaciones de la lógica deductiva.

> "Según el Sr. Keynes, los argumentos deductivos e inductivos válidos son fundamentalmente parecidos; ambos están justificados por relaciones lógicas entre premisas y conclusiones y difieren solo en grado. Esta posición... no puedo aceptar. No veo qué pueden ser estas relaciones lógicas no concluyentes o cómo pueden justificar creencias parciales. En el caso de los argumentos lógicos concluyentes, puedo aceptar la explicación de su validez dada por muchas autoridades... Kant, De Morgan, Peirce y Wittgenstein... están de acuerdo en que la conclusión de un argumento formalmente válido está contenida en sus premisas; negar la conclusión al aceptar las premisas sería contradictorio; una deducción formal no aumenta nuestro conocimiento, sino que sólo revela claramente lo que ya sabemos en otra forma; y estamos obligados a aceptar su validez a riesgo de ser inconsistente con nosotros mismos... Pero en el caso de un argumento inductivo esto no sucede en lo más mínimo; es imposible representarlo como un argumento deductivo meramente más débil en grado; es absurdo decir que el sentido de la conclusión está parcialmente contenido en el de las premisas. Podríamos aceptar las premisas y rechazar por completo la conclusión sin ningún tipo de inconsistencia o contradicción." (Ramsey, 1931, p. 186 y 187, traducción propia)

Clarificado el alcance de la lógica formal, es evidente que las relaciones de probabilidad a las que Keynes hace mención en su *Treatise* no pueden ser parte de la misma. Las relaciones de probabilidad de Keynes tienen un componente sintético/amplificativo. No se reducen a presentar la información de las premisas en una forma distinta, sino que buscan extraer de las mismas conclusiones relevantes respecto a otras proposiciones. Las relaciones de probabilidad de Keynes no son parte de la lógica de la consistencia y no puede decirse que son intuidas en el mismo sentido que se intuyen relaciones lógicas conclusivas. Después de Ramsey, Keynes no sostendría más esa idea.

> "Ramsey argumenta, en contra de la opinión que yo había expuesto, que la probabilidad no se relaciona con las relaciones objetivas entre proposiciones

> sino (en cierto sentido) con grados de creencia, y logra demostrar que el cálculo de probabilidades simplemente equivale a un conjunto de reglas para asegurar que el sistema de grados de creencia que tenemos sea un sistema consistente. Así, el cálculo de probabilidades pertenece a la lógica formal. Pero la base de nuestros grados de creencia... es parte de nuestra vestidura humana, otorgada a nosotros quizás simplemente por selección natural, análogo a nuestras percepciones y nuestros recuerdos en lugar de a la lógica formal. Hasta aquí me entrego a Ramsey, creo que tiene razón." (J. M. Keynes, 1933, p. 243, traducción propia)

Como dijimos antes, esto fue interpretado por varios autores como una renuncia a la totalidad de sus ideas presentadas en el *Treatise* y su reemplazo por la interpretación personalista de la probabilidad (Bateman, 1987b). No creo que sea así, pero más importante no creo que deba ser así. Como vimos en la Parte II, el objetivo de Keynes es limitar, no expandir la relevancia del cálculo de probabilidades y es mi parecer que, Ramsey, al señalar que el cálculo de probabilidades se limita a cumplir con las exigencias de la lógica formal le está poniendo límites claros a su alcance, más claros que los que le puso Keynes. Si sólo exigimos consistencia a nuestros grados de creencias, entonces se pierde completamente la relación entre probabilidad e inducción y con el direccionamiento de la conducta[96].

El mismo Keynes da cuenta de esto. Momentos antes de conceder a Ramsey que el cálculo de probabilidades pertenece a la lógica formal, señala que el proyecto de Russell de reducir toda la filosofía a su componente analítico había fracasado, como siempre sucede, como producto de su desarrollo hasta sus últimas consecuencias.

> "La primera impresión transmitida por el trabajo de Russell fue que el campo de la lógica formal se extendió enormemente. Sin embargo, la consecuencia gradual del perfeccionamiento del tratamiento formal en manos de él mismo, de Wittgenstein y de Ramsey fue, gradualmente, vaciarlo de contenido y

[96] Los personalistas suelen argumentar que, en caso de que un individuo no sea coherente respecto a sus probabilidades, entonces se le podría proponer un esquema de apuestas donde con certeza se garantice que ese individuo va a perder. Esto, para algunos, demuestra que a la larga se debe ser coherente sino se pierde todo el patrimonio. Estos autores no parecen preocuparse por que esas creencias, además de coherentes, se ajusten a los hechos. Alguien que cree que los números que terminan en tres tienen el doble de posibilidades de salir en la ruleta, por más consistente que sea, también perderá rápidamente su patrimonio. Y alguien que no pueda interpretar las señales económicas para predecir los movimientos de los mercados, lo mismo.

reducirlo cada vez más a meros huesos secos, hasta que finalmente pareció no solo excluir toda experiencia, sino también la mayoría de los principios, generalmente considerados lógicos, del pensamiento razonable.” (J. M. Keynes, 1933, p. 243, traducción propia)

La distinción de Ramsey es muy importante porque permite observar con claridad una confusión implícita en el *Treatise*. Las relaciones de probabilidad que Keynes busca definir no pertenecen a la lógica formal, o por lo menos no únicamente, sino que, principalmente, pretenden servir a lo que Ramsey llama lógica humana o de la verdad. Por ejemplo, defendiendo la idea de que la probabilidad es relativa a nuestro conocimiento Keynes cita las siguientes palabras de Bradley: “La probabilidad nos dice qué debemos creer, qué debemos creer dados ciertos datos… La probabilidad no es más "relativa" y "subjetiva" que cualquier otro acto de Inferencia lógica a partir de premisas hipotéticas" (J. M. Keynes, 1921, p. 91, traducción propia).

La lógica humana, o lógica de la verdad, siempre estuvo latente en las discusiones sobre probabilidad. Sin dudas era el tema central que interesaba a los filósofos de fines de siglo XVII, pero no perdió su vigencia con la escuela de Laplace, ni con la de Quetelet. Laplace creía que la aplicación de la doctrina de las posibilidades al campo de la probabilidad llevaría a eliminar las diferencias entre los individuos ya que “hace apreciar con exactitud lo que las mentes precisas sienten como una especie de instinto” (Laplace extraído de Todhunter, 1865, p. 504, traducción propia). De este modo Laplace combinaba en una única expresión los requisitos de consistencia, implícitos en su la doctrina de las posibilidades, con la búsqueda de qué es razonable creer. En su esquema, esto último, se reducía a aplicar el principio de indiferencia para otorgar un valor numérico a nuestros grados de creencia.

La escuela frecuentista, o de Quetelet, rechazando la razonabilidad del principio de indiferencia de Laplace, buscó reemplazarlo por la noción de frecuencia dentro de una serie o colectivo. En este sentido rechazó el principio de indiferencia como una formulación arbitraria y contradictoria y lo reemplazó por, tomando las palabras de Cournot, “una relación que subsiste entre las cosas en sí mismas” y que difiere de “nuestra manera de juzgar o sentirnos, variando de un individuo a otro” (Cournot, 1843, p. 82, traducción propia). La escuela de Quetelet creyó estar sorteando las contradicciones de Laplace al ubicar el objeto de la lógica humana por fuera de nuestra cognición, como algo que no debe ser pensado o razonado, sino que simplemente es.

Keynes, al igual que de Finetti, muestra que no tiene sentido hablar de tal cosa como una relación entre las cosas en sí mismas. Si conocemos una relación o creemos en ella, entonces, está necesariamente atravesada por nuestra cognición. Von Mises, principal exponente de la escuela frecuentista en la primera mitad del siglo XX, comparte esta visión. Y, como vimos en el Capítulo 7, una vez que se admite que la serie o el colectivo es una abstracción útil mediada por un juicio de relevancia (*a la* Keynes) entonces la noción frecuentista queda subsumida dentro de la concepción keynesiana.

Ahora bien, la diferencia entre el personalismo y el esquema de Keynes reside en que el primero parte de prescindir del objetivo de la lógica humana o lógica de la verdad. Para el personalismo la probabilidad es el grado de creencia del individuo, cualquiera que sea, lo único que importa es que sea consistente. Pero esto importa a los fines de que sus grados de creencia puedan ser expresados numéricamente y trabajados matemáticamente. Es decir, importa a la lógica formal, no a la lógica humana. Para los personalistas primero se debe cumplir con los requisitos de la lógica formal prescindiendo de la lógica humana.

La concepción de la probabilidad de Keynes, en cambio, parte de definirse en orientación a los intereses de la lógica humana. La probabilidad, para Keynes, es el grado de creencia que la evidencia nos justifica en sostener. Es el juicio que, dada una evidencia determinada, cualquier individuo racional debería compartir. La teoría de la probabilidad de Keynes esta principalmente preocupada por dar respuestas a la lógica humana o lógica de la verdad. Además, las relaciones de probabilidad de Keynes cumplen con la lógica formal, es decir, cumplen con una serie de axiomas que permite la consistencia de estas relaciones. Por ejemplo, si a/h es preferible b/h, y a/hh1 es preferible a a/h, entonces a/hh1 debe ser preferible a b/h. Pero la prioridad, implícita en la definición de lo que es la probabilidad, está invertida. Keynes define la probabilidad en términos de la lógica humana y Ramsey define la probabilidad en términos de la lógica formal. Pasemos a revisar las ideas de Ramsey en el campo de la lógica humana donde efectivamente se cruza con las nociones keynesianas.

9.4. Lógica humana o de la verdad

Entonces, si uno se detiene en las exigencias de la lógica formal, la probabilidad se reduce a indicarnos qué creencias son consistentes con otras que ya poseemos por algún otro medio. Si, en cambio, buscamos satisfacer las exigencias de la lógica humana estamos buscando desentrañar qué es razonable creer a la luz de ciertas evidencias. A los fines de la lógica formal da lo mismo creer en la teoría de la evolución de Darwin o en el arca de Noé. También da lo mismo que un individuo crea que en la ruleta los números que terminan en 3 tienen el doble de chances de salir que alguien que crea que todos los números tienen la misma probabilidad de salir. También da lo mismo creer en el testimonio de una persona internada en un manicomio que en el de cinco personas independientes y reconocidas por su veracidad. Siempre que estas creencias sean consistentes, la lógica formal no tiene nada que objetar y van a ser creencias susceptibles de ser tratadas matemáticamente.

Por ende, la lógica formal y sus exigencias no nos ayudan en la búsqueda de la verdad o de la razonabilidad en el sentido que es relevante para Keynes o para nadie que haya escrito sobre el tema desde los lógicos de Port Royal en adelante. Saber qué grado de creencia es razonable sostener a la luz de cierta evidencia es, para Ramsey, el objetivo de la lógica entendida en su sentido más extenso, que es la lógica humana o lógica de la verdad.

Más allá de los requerimientos de la lógica formal yacen los de la lógica humana o, también, lógica del descubrimiento que busca, a saber, ampliar el conocimiento. Introduciendo este tema, Ramsey cita el siguiente pasaje de la *Crítica de la razón pura*: "Porque, aunque una cognición de la forma lógica desea estar completamente de acuerdo con ella, eso no es contradictorio con ella misma, pero aún puede contradecir el objeto" (Kant extraído de Ramsey, 1931, p. 192, traducción propia). Es decir, por más que una cognición esté libre de contradicciones en sí misma, el concepto es, a su vez, el objeto para si, y si, para nosotros, dicho para si contradice al objeto en si, que también es en el concepto, entonces está en la naturaleza del concepto transformarse para eliminar dicha contradicción. Es la naturaleza transformativa del concepto, que no puede abandonar la pretensión de inclusividad y coherencia, lo que lleva a la lógica humana de Ramsey y Keynes.

En probabilidad esto implica la búsqueda constante por ajustar nuestras creencias de modo que no sean la expresión de un capricho irracional, sino que se ajusten a la evidencia disponible y nos sean útiles para decidir a qué prestar nuestro asentimiento y a qué no. Es en el ámbito de la lógica humana o lógica de la verdad donde la propuesta de Ramsey y Keynes se encuentran en el esfuerzo por diferenciar entre grados de creencia racionales y grados de creencia a secas.

Ramsey admite que le cuesta concebir la lógica más allá de la lógica de la consistencia y se imagina a Wittgenstein reprochándole esto y señalando que lo que él llama lógica humana o inductiva es, simplemente, "un sinsentido o parte de las ciencias naturales" (Ramsey, 1931, p. 192, traducción propia). En un principio Ramsey trata de bosquejar qué implicaría reducir esta lógica humana a la lógica formal. Es decir, cómo deberían transformarse los grados de creencia en forma consistente fruto de la acumulación de experiencias. Esto se reduce al teorema de Bayes donde el grado de creencia en *q* dado que se observó *p*, es la probabilidad de *p* y *q* sobre la probabilidad de *p*. Sin embargo, Ramsey deja este camino[97] sabiendo que no será suficiente para convencer a los defensores de la escuela que está criticando y explora por un momento el significado posible de la lógica humana o lógica de la verdad.

Tras preguntarse qué puede significar un grado de creencia racional, Ramsey llega a la conclusión de que esto refiere al modo en el que llegamos a dicho grado de creencia y que debe admitirse que existen algunas reglas o hábitos mentales que son más útiles que otros. La inducción pura, como Keynes la llama, es, a su entender, el principal hábito mental por el cual se amoldan razonablemente las probabilidades. "La inducción es un hábito tan útil, que por eso es razonable adoptarlo." (Ramsey, 1931, p. 199, traducción propia).

En el curso de sus reflexiones sobre este punto Ramsey es conducido a la hipótesis frecuentista, es decir, a aceptar que es racional sostener un grado de creencia equivalente a la proporción de casos en la que esperamos que algo suceda, o incluso peor, en la proporción de casos en la que algo es así como una cuestión de hecho.

> "Tomemos el hábito de formar una opinión de cierta manera; p.ej. el hábito de proceder de la opinión de que un hongo es amarillo a la opinión de que no es sano... si concedemos que se va a pensar siempre de la misma manera sobre todos los hongos amarillos, podemos preguntar qué grado de confianza sería mejor tener sobre la posibilidad de que este hongo no sea sano. Y la respuesta es que, en general, lo mejor es que el grado de creencia de que un hongo amarillo no es sano sea igual a la proporción de hongos amarillos que de hecho no son saludables... por lo tanto… la regla de la inferencia determina para nosotros un rango al que se puede aplicar la teoría frecuentista." (Ramsey, 1931, p. 196 y197, traducción propia)

[97] En el próximo apartado analizaremos en más detalle este curso de razonamiento ya que es el que adoptó y desarrolló de Finetti.

Ramsey aclara que el método inductivo no puede justificarse por la lógica formal. El mismo se ve justificado por la lógica humana que, en sus términos, se reduce a enumerar los hábitos útiles a los fines de acercarse a la verdad.

> "Todos estamos de acuerdo en que un hombre que no aplica el método inductivo sería irrazonable: la pregunta es qué significa esto. En mi opinión, esto no significa que el hombre pecaría de alguna manera contra la lógica formal o la probabilidad formal; sino, simplemente, que no tiene un hábito muy útil, sin el cual está mucho peor, en el sentido de que es mucho menos posible que tenga opiniones verdaderas" (Ramsey, 1931, p. 198, traducción propia)

Por razones en las que profundizamos en la Parte II, esto es inaceptable para Keynes. El mismo lo deja claro en su comentario sobre Ramsey.

> "Pero al tratar de distinguir los grados de creencia "racionales" de la creencia en general, creo, no fue del todo exitoso. No se está llegando al fondo del principio de inducción simplemente por decir que es un hábito mental útil." (J. M. Keynes, 1933, p. 244 traducción propia)

Una vez en el terreno de la lógica de la verdad, la posición de Ramsey se vuelve mucho más endeble y vuelve a incurrir en las mismas confusiones que el *Treatise* abordó. Si bien en otro pasaje Ramsey había afirmado que "la pretensión de algunos exponentes de la teoría frecuentista de que creencia parcial significa creencia plena en una proposición de frecuencia no se pueden sostener" (Ramsey, 1931, p. 189, traducción propia), una vez en el terreno de la lógica de la verdad, reduce su concepción del grado de creencia razonable a esto mismo, una creencia certera sobre una afirmación de proporciones. Su visión además lleva a olvidar las recomendaciones de la escuela de Locke sobre la importancia de considerar todas las dimensiones del caso a la hora de estimar la probabilidad. Para decidir sobre la probabilidad de que un hongo particular sea perjudicial a la salud, seguramente existen muchas dimensiones adicionales que son relevantes además de su color. Sin un juicio de relevancia *a la* Keynes, no se puede hacer dicha delimitación. Finalmente, su justificación de la inducción no aporta nada nuevo y vuelve a suponer la inducción pura como una fuente legítima de la creencia sin dar nuevos argumentos.

9.5. De Finetti y el desarrollo de la visión personalista en relación al teorema de Bayes

De Finetti tuvo una larga y productiva vida académica. Siempre mantuvo la intensidad de su discurso y profundidad de sus ideas desde sus primeras publicaciones en la década del treinta hasta sus últimas obras en la década del ochenta. Como indica Landro (2010) la mayoría de las ideas de de Finetti ya estaban listas cuando aún era un estudiante de grado en 1927, pero recién comenzó su publicación en 1930. Dada su inmensa producción académica, una visión detallada de sus ideas y la evolución que sufireron con el tiempo es una tarea que rebasa los objetivos aquí perseguidos. Pero si nos interesa marcar la unión que de Finetti logró entre la teoría personalista y la doctrina bayesiana, ya que es algo que otorgó mayor alcance a la interpretación personalista de la probabilidad y Ramsey no desarrolló completamente.

De Finetti desarrolló la concepción personalista de la probabilidad en forma independiente a Ramsey y llegó a la misma conclusión, a saber, que todas las reglas de la probabilidad matemática pueden ser reducidas a una serie de axiomas que busquen la coherencia en los grados de creencia de un individuo cualquiera. Dado un ordenamiento personal por el cual el individuo pueda decir si un evento incierto es para él "(a) igualmente posible, (b) más posible, o (c) menos posible que otro" (de Finetti, 1980, p. 138, traducción propia), la exigencia de consistencia es suficiente para una aplicación segura de las reglas de la probabilidad matemática. Esto equivale a decir, que dado ese ordenamiento propuesto por el individuo, las reglas de la probabilidad matemática, que no son otras que las de la lógica formal, evitan que seamos contradictorios con nosotos mismos.

De Finetti también distingue entre los objetivos de la lógica formal y aquellos de la lógica humana, sólo que mantiene la distinción clásica entre razonamientos deductivos e inductivos.

> "Hablar de "razonamiento" inductivo significa, sin embargo, atribuir cierta validez a ese modo de aprendizaje, considerarlo no como resultado de una reacción psicológica caprichosa, sino como un proceso mental susceptible de

análisis, interpretación y justificación..." (de Finetti, 1972, p. 147, traducción propia).

La idea de de Finetti es que el nivel personal de la probabilidad es relevante en el punto de partida, en lo que antes era conocido y debatido como las probabilidades *a priori*. De Finetti, en línea con Ramsey, suguiere que se puede olvidar definitivamente el principio de indiferencia basado en la ignorancia de Laplace o cualquier otro principio que determine las probabilidades *a priori*. La teoría de probabilidades, desde su punto de vista, debe reducirse a la doctrinade las posibilidades y, en este sentido, nada puede decir sobre dicho punto de partida. El punto de partida debe ser cualquiera que el individuo quiera siempre que sea exhaustivo en la descripción de las alternativas. La doctrina de las posibilidades le permite elaborar grados de creencias más complejos en base a los grados de creencia simples que él mismo determino.

Pero para de Finetti, y aquí penetra en el terreno de la lógica inductiva, la doctrina de las posibilidades, también es importante para guiar el desarrollo racional de las creencias del individuo a medida que va acumulando experiencia. El proceso por el cual el individuo transforma sus creencias como fruto de su experiencia, para de Finetti, ya había sido presentado con brillantez, aunque afectado por la influencia del principio de indiferencia, por Bayes. La noción fundamental es la de probabilidad condicional. Es decir, cuál es la probabilidad de un evento dado que se sabe que otro evento sucedió. El teorema de Bayes nos "muestra cómo las evaluaciones de las probabilidades de eventos futuros deben ser modificadas a la luz de los eventos observados" (de Finetti, 1985, p. 149, traducción propia). Recordemos la formulación básica del teorema de Bayes:

$$P(H/E) = \frac{P(E/H)\ x\ P(H)}{P(E)}$$

Esto es, la probabilidad del evento o hipótesis H a la luz del evento E, es el resultado del producto de la probabilidad de H y la probabilidad del evento E dado H sobre la probabilidad del evento E. En el capítulo 4 de la Parte I estudiamos el proceso que llevó a Bayes, y luego a Laplace, a enunciar esta regla. En la pluma de estos autores se creía que esta regla permitía indagar sobre la "probabilidad de las causas". De Finetti, sin embargo, es reticente de todo este tipo de expresiones que buscan referir al mundo como una entidad independiente de nuestro conocimiento. La regla de Bayes, para de

Finetti, no indica nada más que la transformación sobre nuestras creencias que genera un evento cualquiera.

> “El teorema de Bayes expresa la transformación de la probabilidad inicial P (H) ... a la probabilidad final P (H / E), es decir, el comportamiento de un hombre que aumenta o disminuye su credibilidad en una hipótesis en respuesta a nuevos hechos que afectan la plausibilidad de la hipótesis. Más exactamente, este es el comportamiento que "debería ser" seguido por una persona razonable…” (de Finetti, 1972, p. 150, traducción propia)

De Finetti cree que la relatividad impuesta por el sujeto en la evaluación de las probabilidades *a priori* se ve sustancialmente reducida a medida que aumenta la recopilación de experiencia. De Finetti sugiere que cada nueva experiencia lleva a que el individuo aumente o disminuya su grado de creencia, según dicha experiencia otorge evidencia a favor o en contra de H. Esto es evidentemente similar al pensamiento de Keynes, sin embargo, siendo de Finetti participe de una concepción integramente numérica de la probabilidad, cree que dicha transformación es matemáticamente calculable mediante el teorema de Bayes. En este sentido, la transformación de creencias en la que esta pensando de Finetti no es personal, sino que sigue un curso objetivo que lleva generalmente al acuerdo entre las personas siempre que haya evidencias suficientes.

> “En cuanto a la objeción de que, partiendo de evaluaciones subjetivas, no podemos llegar a conclusiones acordadas, debemos recordar el punto correctamente expuesto por Poincaré… la divergencia de las creencias subjetivas iniciales tiene… poca influencia en la opinión final alcanzada después de una experiencia suficientemente rica.” (de Finetti, 1985, p. 87, traducción propia)

En este aspecto las visiones de Keynes y de Finetti son más similares de lo que generalmente se acostumbra aceptar. En algún punto las diferencias en sus esquemas son el resultado de dar prioridad a la lógica formal, y por ende a la posibilidad de tratar matemáticamente los grados de creencia, o a la lógica humana o lógica de la verdad. De Finetti parte de un ordenamiento personal de las creencias, es decir, parte de un entorno donde las exigencias de la lógica formal se cumplen respecto a las creencias personales, pero luego los hechos que se van conociendo van definiendo el grado de creencia del individuo de modo que responda a las exigencias de la lógica humana. Keynes, en cambio, define a la probabilidad de modo que desde el principio responda a la lógica humana. La probabilidad, para Keynes, es el juicio que surge de observar una conclusión en relación a cierta evidencia. Ese paso transformativo que para de Finetti queda definido en el teorema de Bayes, es la probabilidad para Keynes. Keynes separa desde el inicio las creencias arbitrarias del sujeto, de aquellas que tienen un correlato en evidencias concreta. Prioriza la lógica humana desde la misma definición de lo que es la probabilidad.

El mismo de Finetti acepta esta similitud con la posición keynesiana. De hecho, de Finetti tenía un concepto bastante bueno del *Treatise* keynesiano. En 1938 publicó una reseña del *Treatise* de Keynes y de *Scientific Inference* (1973) de Jeffreys, mostrando más simpatía que animosidad por ambos esfuerzos. La reseña comienza con el título "Dos libros sobre los que vale la pena pensar" (de Finetti, 1985, p. 79, traducción propia). Si bien remarca que la principal diferencia entre los autores y él se debe a "la respuesta a la pregunta: es la probabilidad subjetiva?" (de Finetti, 1985, p. 83, traducción propia), en numerosos pasajes señala los puntos de acuerdo con estos autores y cierra la reseña diciendo

> "El acuerdo (al menos parcial) entre mi punto de vista y el que podríamos llamar el punto de vista de Cambridge, incluso me agrada… muchos de los argumentos desarrollados con gran habilidad por Keynes y Jeffreys me parecen particularmente efectivos para aclarar, defender y hacer necesaria la concepción "lógica" de la probabilidad." (de Finetti, 1985, p. 90)

Si bien aclara que existen desacuerdos básicos respecto a la concepción de la probabilidad y el rol jugado por la subjetividad en estos juicios cree que existe "una substancial identidad de visión en un problema filosófico más profundo: aquel de la inducción" (de Finetti, 1985, p. 84, traducción propia). Como vimos, la lógica inductiva, para de Finetti, se reduce a la aplicación del teorema de Bayes. Sin embargo, de Finetti reconoce que, si bien esta es la forma general en la que funciona la inferencia inductiva, esta cobra un rostro particular si se cumplen condiciones específicas que permiten la aplicación de la inferencia estadística. Pasemos entonces a revisar esta distinción.

9.6. La evidencia estadística y no estadística en el esquema bayesiano

De Finetti, al igual que Keynes, reprocha al frecuentismo el haber reducido el campo de la probabilidad y la inferencia estadística al circunscribirlos a “zonas donde las nociones de simetría (como en el dado) o de regularidad estadistica (como en el sexo de futuros nacimientos) facilitan la evaluación de las probabilidades y el acuerdo respecto a ellas entre distintos individuos” (de Finetti, 1972, p. 149, traducción propia). Pero, para de Finetti, no existe una diferencia substancial entre estos casos y otros casos de incertidumbre que carecen del componente de regularidad, o al menos, dicha diferencia no lleva a una concepción distinta de la probabilidad. Este es un rasgo que comparte con Keynes, que también observa al frecuentismo como una reducción innecesaria del campo del pensamiento probabilistico. Pero de Finetti quiere cubrir con su teoría un campo incluso mayor que el que se propuso cubrir Keynes, por que también busca abarcar las creencias parciales que no son basadas en evidencias sino en el capricho. Es decir, aquellas creencias que cumplen con las exigencias de la lógica formal pero no con las de la lógica humana.

Ahora bien, no caben dudas de que el personalismo se amolda a casos donde no existe una frecuencia estable, como por ejemplo, resultados de eventos deportivos, eventos políticos, valuaciones de inversión, etc (de Finetti, 1980, p. 152). Pero ¿Qué hay de aquellos fenómenos que si son explicados por la teoría frecuentista, al menos al punto de permitir una aplicación práctica exitosa? ¿Cómo explica de Finetti que, partiendo de grados de creencia personales, lleguemos a observar una homogeneidad tan grande en las creencias sobre algunos resultados como los de los juegos de azar? La respuesta ya la dimos en el apartado anterior. Para de Finetti, si bien cada individuo tiene grados de creencia arbitrarios cuando carece de experiencia, una vez que va acumulandola y siempre que esta experiencia presente un cierto grado de simetría, que de Finetti llama “intercambiabilidad”, todos tienden a una misma gradación de sus creencias que es, a su vez, un correlato de las frecuencias observadas.

Para de Finetti, esto se da cuando los distintos eventos registrados que construyen nuestro grado de creencia, son *análogos* o, de acuerdo a una terminología con la que de Finetti expresamente desacuerda, *idénticos*. Esto permite concebir a la serie de eventos como una serie de repeticiones del mismo fenómeno[98]. Si la evidencia con la que

[98] De Finetti, al igual que Keynes, es reticente a utilizar la expresión “repetición del mismo evento”, ya que si se lo considerara suficientemente en detalle se vería que cada evento es único e irrepetible. En cambio,

contamos es de ese tipo y, además, nos lleva "a una cierta simetría en nuestra opinión, que nosotros llamamos "intercambiabilidad"[99], entonces estamos, en consecuencia, dispuestos a ser influenciados más y más por la frecuencia observada a medida que dicha experiencia aumenta" (de Finetti, 1972, p. 152, traducción propia).

De Finetti da un ejemplo bastante clarificador. Si estamos interesados en determinar nuestro grado de creencia en que en el próximo tiro de una moneda específica salga cara, y partimos de conocer la frecuencia resultante de un experimento donde se realizaron 1000 repeticiones sobre la misma moneda que nos interesa. Entonces, si realizamos un nuevo experimento de, digamos 20 repeticiones, el resultado de dicho experimento tendrá para nosotros poca capacidad de influir en nuestra creencia. En palabras de de Finetti, "los nuevos resultados –por así decirlo- se ven tapados por el peso abrumador de los resultados previos" (de Finetti, 1972, p. 155, traducción propia).

El individuo percibe la "intercambiabilidad" de los fenómenos cuando interpreta que la probabilidad de cualquier combinación del mismo número de repeticiones que lleven a la misma frecuencia es idéntica. El clásico caso de la urna es un buen ejemplo para representar lo que implica la intercambiabilidad. Supongamos una urna con dos bolas blancas y una bola negra y donde realizamos extracciones sin reposición. En este caso los eventos son intercambiables por que el individuo debería ser indiferente entre la probabilidad de sacar primero una bola blanca, después una negra y después una blanca o sacar primero la negra y luego las dos blancas. Esto es,

$$P(B;N;B) = P(N;B;B)$$
$$P(B)\ x\ P(N/B)\ \ x\ P(B/ByN)\ =\ P(N)\ x\ P(B/N)\ \ x\ P(B/ByN)$$
$$\frac{2}{3}\ x\frac{1}{2}x1 = \frac{1}{3} * 1 * 1 = \frac{1}{3}$$

La probabilidad de cualquier combinación de las tres bolas de la urna es idéntica y, por ende, las combinaciones son intercambiables. Vale notar que la intercambiabilidad, es una condición más inclusiva que la independencia en su sentido clásico, esto es, siempre que hay independencia, hay intercambiabilidad, pero no siempre que hay

propone utilizar la expresión "repetición del mismo fenómeno" e insiste en que las distintas repeticiones son análogas, parecidas, y no idénticas.

[99] Vale la pena marcar que el concepto lógico de intercambiabilidad fue introducido originalmente por W. E. Johnson, el mismo que tuvo una influencia notable en el pensamiento de Keynes al punto, por ejemplo, de sugerirle la distinción entre proposiciones primarias y secundarias.

intercambiabilidad, hay independencia. El ejemplo provisto es una demostración de esto último. Las extracciones de la urna sin reposición no son independientes, no obstante lo cual, se cumple el criterio de intercambiabilidad.

Entonces, si se cumple la intercambiabilidad la condicionalidad bayesiana va a llevar a que el grado de creencia de cualquier individuo se aproxime cada vez más a la frecuencia observada. Cada individuo puede partir de grados de creencia distintos, pero van a tender al mismo grado de creencia gobernado por la frecuencia.

Ahora bien, para aplicar la condicionalidad bayesiana de modo que la frecuencia sea el insumo fundamental en dicha transformación, el individuo debe juzgar que se cumple con la intercambiabilidad. Si el individuo juzgara mal y aprendiera sólo de las frecuencias cuando en realidad la intercambiabilidad no se cumple, entonces sería conducido al error. Seguiría cumpliendo con las condiciones de la lógica formal pero no con las de la lógica humana. Gillies (2000) da un ejemplo que ya comentamos previamente. Si se buscara aplicar este criterio de aprendizaje a la probabilidad de que salga el sol el próximo día, todo marcharía muy bien mientras que el sol continúe saliendo. Pero si un día el sol fallara en salir, lo extremadamente único del caso, nos llevaría a pensar que algo profundo ha cambiado en el orden planetario y no lo consideraríamos como un resultado negativo que es opacado por más de un millón de resultados positivos. En definitiva, para aplicar el criterio de transformación bayesiano que se corresponde al caso de intercambiabilidad se sigue necesitando la intermediación de un juicio que considere que esa es la situación y que, por ende, el grado de creencia debe ser transformado de acuerdo a la frecuencia observada.

En ausencia de ese juicio, el caso de transformación bayesiana general que de Finetti presenta, aquel que se adapta en sentido general a cualquier tipo de problemas inciertos, no es de fácil aplicación y su interpretación es al menos tan compleja como la propuesta keynesiana. Tomemos un ejemplo que, además, nos servirá para ilustrar las diferencias entre el enfoque keynesiano y el enfoque de de Finetti. Supongamos que se detiene al azar a una persona por la calle y se le pregunta, sin darle ningún tipo de información, ¿ud cree que Graco fue el asesino? El peatón no sabe ni siquiera quién es Graco, ni quién ha sido asesinado, ni dónde, ni cuándo[100]. De Finetti diría que esto no

[100] Vale la pena aclarar que de Finetti pensaba en este mismo tipo de ejemplos cuando se refería a la aplicación amplia de la teoría de probabilidades. Por ejemplo: "Supongase que un individuo es sospechado de un crimen e información y testimonios son colectados sobre la posibilidad de que sea culpable. El conjunto E de todos los hechos comprobados Ei puede prácticamente asegurar la culpabilidad o inocencia,

importa y que si al peaton se le ofreciera una serie de apuestas se podría ver el grado de creencia que tiene en esta afirmación. Keynes, en cambio, diría que el peaton no puede responder la pregunta en términos de probabilidad, ya que no hay premisa alguna sobre la que basar el juicio. Diría que el peso de los argumentos es nulo y en base a argumentos nulos no se puede tener una creencia racional en nada.

Si luego se le fuera ofreciendo al peaton evidencia del caso, por ejemplo, que el asesinato sucedió en el medio de una turba y que un testigo declaró que el asesino llevaba una túnica negra igual a la que Graco y otros dos sujetos tenían, de Finetti diría que el individuo, cualquiera el grado de creencia del que partió, iría modificandolo a la luz de la evidencia utilizando la regla de Bayes. Keynes, en cambio, diría que recién ahí empezaría a basar su juicio en la probabilidad. A medida que la evidencia se le presenta el individuo iría juzgando su relevancia y llegando a nuevas relaciones de probabilidad que lo inclinarían a favor de la culpabilidad o de la inocencia de Graco.

En el caso de Keynes, ante cada nueva evidencia intervendría un juicio sobre la relevancia de la evidencia y la preferencia que genera, es decir, en el caso de ser relevante si aumenta o disminuye la probabilidad. En el caso de de Finetti, en cambio, este proceso sería mediado por la regla de Bayes. Esto es, la probabilidad de que Graco sea el asesino dada la evidencia, es igual a la probabilidad de la evidencia dado que Graco es el asesino por la probabilidad *a priori* de que Graco sea el asesino, sobre la probabilidad *a priori* de la evidencia.

$$P(Graco_{asesino}/evidencia) = \frac{P(evidencia/Graco_{asesino})}{P(evidencia)}\ x\ P(Graco_{asesino})$$

Cuando intervienen frecuencias, como en el caso de la intercambiabilidad, es bastante simple ver cómo aplicar esta regla, pero , en casos como este, donde no existen frecuencias, no queda del todo claro cómo deberían computarse las probabilidades numéricas necesarias para realizar la transformación. De la formula queda claro que siempre que la probabilidad de la evidencia bajo la hipótesis de que Graco es el asesino sea más grande que la probabilidad de la evidencia sin hipótesis alguna ($\frac{P(E/G_a)}{P(E)} > 1; P(G_a/E) > P(G_a)$), la transformación llevará a aumentar la probabilidad de que Graco

si, considerando nuestra opinión inicial, los hechos que tienden en una misma dirección son suficientemente predominantes.” (de Finetti, 1972, p. 152, traducción propia) sea el asesino *a posteriori*. En el caso contrario llevará a disminuir su probabilidad bajo la evidencia ($\frac{P(E/G_a)}{P(E)} < 1; P(G_a/E) < P(G_a)$).

Pero, ¿Cuál sería la probabilidad de la evidencia dado que Graco es el asesino? ¿Hay algún sentido objetivo en el que dicha probabilidad pueda computarse o debe aplicarse el mismo criterio personal que se aplica a las probabilidades *a priori*? De Finetti no da ejemplos concretos de cómo sería este proceso de computación de probabilidades numéricas. Pero lo piensa en modo muy similar a Keynes, en el sentido de que esas probabilidades numéricas son juicios. En el esquema bayesiano el juicio se reduce a considerar si la evidencia es más probable bajo la hipótesis de que Graco es el asesino, que sin la hipótesis ($\frac{P\left(\frac{E}{G_a}\right)}{P(E)} >$ ó < 1). La asignación de números que haga el individuo debe reflejar el resultado de su juicio. De hecho, para de Finetti, no existe una distinción fundamental entre juicio y medida.

> "Realmente no hay separación. Las mediciones son juicios más agudos, y los juicios son mediciones más amplias; no existe nada mejor que hacer que utilizar los datos disponibles, independientemente de su precisión." (de Finetti, 1972, p. 165, traducción propia)

Sin embargo si la asignación de números a las probabilidades es arbitrario cabe preguntarse sobre la utilidad de este tipo de computación frente al esquema básico de comparación keynesiana.

Que el grado de creencia personal es el resultado de la contemplación de la evidencia es algo que de Finetti no niega, y a lo que le da una importancia central. No contemplar esta característica de la probabilidad es olvidar completamente las exigencias de la lógica humana y, si bien es la lógica formal lo que permite operar matemáticamente los grados de creencia, estos no tendrían sentido si no guardaran relación con la evidencia disponible. "Parece más allá de toda duda y es de vital importancia que, para evaluar correctamente cualquier hipótesis... se debe comparar el peso de todos los argumentos a favor y en contra conocidos en el momento dado" (de Finetti, 1972, p. 152, traducción propia). Y enfatiza nuevamente esto al tratar con las exigencias de la lógica inductiva, al decir

> “Entre las muchas facetas que parece tener esta discusión, el tema dominante – y quizás al que todos los otros temas se pueden remontar- es… la necesidad de tomar en cuenta todo lo que es conocido, sin importar el método o fuente que lo produjo… en lógica deductiva, si uno utiliza sólo una parte de las hipótesis, el conjunto de las conclusiones será más pequeño, pero todavía correcto; mientras que, en lógica inductiva, si uno omite parte de la información (a menos que sea irrelevante), la conclusión que se extraiga será incorrecta. Esto sucede por ejemplo cuando un testimonio favorable o desfavorable es eliminado a propósito, o de forma inadvertida.” (de Finetti, 1972, p. 156, traducción propia)

Una vez en el terreno de la lógica humana o lógica inductiva el pensamiento de de Finetti no difiere significativamente del de Keynes. De hecho, ambos consideran que esta es una de las principales falencias de la visión frecuentista. El esfuerzo por basarse únicamente en frecuencias los lleva constantemente a omitir información importante para la inferencia que se busca hacer.

> “Uno puede incluso decir que todas las deficiencias de la estadística objetivista emanan de la insistencia en usar sólo lo que parece estar sobre cimientos firmes. Esto recuerda a una persona que, al comparar el valor de dos casas, deja de lado diversos aspectos que son importantes pero difíciles de medir; una persona así preferiría hacer la hipótesis gratuita de que los factores "no medibles" se cancelan mutuamente en lugar de juzgarlos lo mejor posible.” (de Finetti, 1972, p. 165 traducción propia).

Entonces, la visión de Keynes y de Finetti, en cuanto a la lógica humana o inductiva, no difiere en aspectos fundamentales sino de énfasis. Prácticamente uno podría decir que sus diferencias se reducen a la posibilidad de tratar matemáticamente todas las probabilidades. Lo cual nos lleva a un aspecto de la crítica de Ramsey que obviamos tratar previamente. Pasemos entonces a ver cuál es la visión de Ramsey y de Finetti sobre los argumentos de Keynes en contra de la mensurabilidad de toda probabilidad.

9.7. Sobre la medida de toda probabilidad

En el estudio de la crítica de Ramsey al *Treatise* de Keynes obviamos tratar otro punto que muchos autores consideraron de mayor relevancia que la distinción entre lógica formal y lógica humana. Ramsey también criticó a Keynes su resistencia a tratar la probabilidad como necesariamente expresable en términos numéricos. Como vimos en la Parte II este es un tema sumamente importante para Keynes y que no abandonó en su madurez (O'Donnell, 1989), por lo que vale la pena revisar la crítica de Ramsey y entender su alcance. Este tema es importante, porque, de admitirse que toda probabilidad, en el sentido de Keynes, es efectivamente numérica, entonces, su teoría quedaría efectivamente reducida a la propuesta definettiana.

Lo primero que es importante destacar es que la crítica de Ramsey no busca establecer en forma definitiva que la probabilidad, en el sentido que discutió Keynes, es numérica. Sino que busca mostrar que Keynes se confundió al afirmar que sus relaciones de probabilidad tienen una relación unívoca con los grados de creencia que despiertan en un individuo, entendiendo el grado de creencia en el sentido de Ramsey, como disposición a apostar. De existir una relación de uno a uno entre las relaciones de probabilidad de Keynes y los grados de creencia de Ramsey, entonces, se seguiría que las relaciones de probabilidad también podrían ser expresadas numéricamente. Pero Ramsey coincide en que, lo que Keynes llamó probabilidad, a veces, no es medible, sólo que la conclusión correcta, para él, hubiese sido admitir que dichas relaciones de probabilidad no mantienen una relación de uno a uno con los grados de creencia.

> "Podría argumentarse que la verdadera conclusión en tal caso no es que, como piensa el Sr. Keynes, la relación de probabilidad no numérica corresponde un grado no numérico de creencia racional, sino que los grados de creencia, que siempre fueron numéricos, no se corresponden uno a uno con las relaciones de probabilidad que las justifican. Ya que suponiendo que es posible medir los grados de creencia con un psicogalvanómetro, o algún instrumento de este tipo, el señor Keynes difícilmente desearía que las relaciones de probabilidad se pudieran medir derivativamente con las medidas de las creencias que justifican." (Ramsey, 1931, p. 161, traducción propia)

Estas críticas parecen perder absolutamente de vista la posición de Keynes. En primer punto se parte de aceptar la posibilidad de medir numéricamente los grados de creencia personales, algo que, hasta la actualidad, y a pesar de la fuerte difusión de esta doctrina y los intensos esfuerzos de sus defensores, sigue bajo disputa[101]. El mismo Keynes se burla en el capítulo tres del *Treatise* de aquellos que "sugirieron seriamente un "barómetro de la probabilidad"" (J. M. Keynes, 1921, p. 20, traducción propia).

Pero, en segundo lugar, y más importante, se confunden los grados de creencia personales con grados de creencia racionales. Los primeros son relativos al individuo mientras que los segundos son relativos a la evidencia. Los grados de creencia racionales en los que Keynes está pensando no se traducen en una voluntad numéricamente específica de respaldar la afirmación mediante una apuesta. Ramsey parece estar pensando que cierta evidencia lleva a un grado de creencia numéricamente específico que, a su vez, es susceptible de ser exteriorizado mediante una apuesta. Como tratamos de mostrar en la Parte II, los grados de creencia racionales en los que piensa Keynes están vinculados a juicios de relevancia y preferencia, y sólo nos sirven para comparar distintas evidencias ante la misma conclusión, o distintas alternativas ante la misma evidencia.

No se traducen a una medida en un mismo orden de magnitud y definitivamente no llevan a la confianza para llevar a una apuesta específica. Para ponerlo en términos claros, dos individuos que compartan los juicios de relevancia y preferencia de Keynes no van a estar dispuestos a apostar lo mismo a que están en lo cierto. Dicha disposición a apostar es una gradación personal que, además de estar atravesada por distintos grados de aversión y propensión al riesgo, es arbitraria en el sentido que no puede señalar más evidencia que "una corazonada". Esto mismo es lo que Keynes sostiene cuando explica el negocio de los aseguradores revisado en el Capítulo 6 de la Parte II. Sería como pedirle a un juez que respalde su veredicto con una apuesta en lugar de con razones y evidencias. Dos jueces distintos pueden coincidir en que la evidencia disponible es suficiente para determinar su juicio a favor de una alternativa (por ej: Graco es el asesino) pero sin duda los veríamos vocear apuestas muy distintas si tuvieran que respaldar su veredicto con dinero. El veredicto del juez es estudiado por la concepción de Keynes sobre el grado de creencia racional, la disposición a apostar, en cambio, por la teoría personalista de Ramsey.

De Finetti parece comprender esta diferencia del tratado keynesiano. Y si bien él se declara en contra de concebir a algunas probabilidades como entidades no numéricas admite que hay algo de razón en lo que Keynes plantea. De Finetti reconoce que la posibilidad de reducir toda la teoría de la probabilidad al cálculo depende de "si todas las

[101] Ver Ellsberg (1961) y Bewley (1987, 2002), para una discusión sobre el tema.

probabilidades son numéricamente medibles, o, en forma cualitativa, si dos probabilidades son siempre comparable entre sí, en un modo tal que la primera sea necesariamente igual, mayor o menor a la segunda” (de Finetti, 1985, p. 88, traducción propia). Y si bien de Finetti no cree que tenga sentido sostener que esto no se cumple en el caso de los grados de creencia personales, entiende que Keynes busca diferenciarse de estas inclinaciones personales y, en ese caso, puede ser que no existan bases para la comparación entre dos grados de probabilidad.

> “A pesar de que considero inaceptable, como una cuestión de principios, la posición de Keynes… no obstante siento que contiene en ella un aspecto que merece consideración. Fundamentalmente, sin negar que para cada individuo las probabilidades de dos eventos deben ser comparables, puede ser que, en base a ciertos supuestos compartidos por todos, ciertas desigualdades tengan un sentido determinado, común a la opinión de todos, mientras que otras varían de un individuo a otro... Si uno niega el significado subjetivo de la probabilidad, no sería del todo irracional interpretar esto de acuerdo con Keynes como una ausencia de comparabilidad.” (de Finetti, 1985, p. 88, traducción propia)

En definitiva, el grado de creencia íntimo o la disposición a actuar de un individuo en base a ellos es algo distinto a lo que Keynes busco abordar en su *Treatise* bajo el nombre de grado de creencia racional. Dado el nivel de difusión de la doctrina personalista de la probabilidad y entendiendo la fuente de equivocación que puede provenir del término elegido por Keynes, quizás sería mejor hablar del juicio respaldado por la evidencia en lugar del grado de creencia racional.

Keynes abordó el tema de la probabilidad desde el concepto pre-matemático de probabilidad, como el juicio justificado por una cierta evidencia, y desde este punto de vista enunció las principales reglas de lógica formal que gobiernan estos juicios. En este sentido partió de la suposición de que existen evidencias, es decir, existen piezas de información que, si son conocidas, cualquier individuo, sin importar sus inclinaciones personales se vería inclinado a creer en la proposición que la evidencia fortalece o, en caso de que la debilite, a no darle peso. De nuevo, y a modo de conclusión, el esquema de Keynes fue pensado alrededor de las exigencias de la lógica inductiva, mientras que el de Ramsey y de Finetti, sin ser necesariamente repulsivo a las ideas de Keynes, prioriza las exigencias de la lógica formal y deja en segundo plano, insistiendo aquí y allí sobre su importancia, las consideraciones relevantes a la lógica inductiva.

Reflexiones Finales

Esta tesis se propuso estudiar el significado y relevancia del *Treatise on Probability* (1921) en la historia del concepto de probabilidad. Con este objetivo estudiamos casi tres siglos de pensamiento probabilístico. Desde las formulaciones originales de Pascal, Huygens y Port Royal, hasta el personalismo de Ramsey y De Finetti. Habiendo concluido el trayecto, parece apropiado detenernos a reconsiderar el concepto y dar respuestas, aunque sea provisorias, a las preguntas e inquietudes que planteamos en la Introducción y Plan de Obra.

El principal objetivo de la tesis estuvo dirigido a entender el episodio del *Treatise* en la historia del concepto de probabilidad. Pero, como aclaramos en la introducción, al preguntarnos sobre el episodio del *Treatise* indefectiblemente nos estamos preguntando sobre el trayecto del concepto de probabilidad y sus desafíos. En este sentido, la historia del concepto nos ayuda a entender cada uno de sus episodios, pero cada uno de sus episodios también nos llevan a reconsiderar su historia y con ella el concepto mismo.

En la Parte I de la tesis reconstruimos retrospectivamente la historia del concepto moderno de probabilidad desde mediados del siglo XVII hasta principios del XX. El primer desafío, abordado en el Capítulo 1, fue establecer qué define al concepto moderno de probabilidad. Allí vimos que, en el marco de la escolástica, la probabilidad estaba íntimamente vinculada a la ética y tenía como única fuente la jerarquía de opinión. De este modo, probable era aquello recomendado por la mayoría o los sabios. Sin embargo, hacia mediados del siglo XVII, esta comprensión de lo probable sufrió una significativa transformación. Cuando la estructura económica de la sociedad feudal entró en crisis, la probabilidad escolástica también entró en crisis. Para el probabilismo jesuita, la probabilidad se convirtió en la excusa para amoldar la doctrina moral de la Iglesia a los intereses de las nacientes burguesías. En ese contexto, los autores de *La lógica o el arte de pensar* de Port Royal, el convento jansenita que era declaradamente contrario al laxismo jesuita, buscaron rescatar la autoridad moral de la Iglesia separando el campo de operación de la probabilidad de la moral y restringiéndolo estrictamente a la lógica. La probabilidad, para estos autores, ya no tendría que ver con el juicio que nos formamos sobre la bondad o maldad de una acción, lo cual corresponde determinar a la moral, sino a lo que la lógica nos recomienda creer como verdadero o falso. De este modo, Arnauld y Nicole delimitaron el campo de la probabilidad moderna fijándole el desafío de indicarnos qué es razonable creer en aquellos eventos que tenemos razones para creer, aunque no juzguemos que su contrario sea imposible.

Entonces, la probabilidad surgió con el desafío de determinar qué es razonable creer a la luz de evidencias parciales. Pero, en paralelo a la delimitación de este campo de reflexión, surgió una doctrina mucho más estrecha: la doctrina del cálculo de las posibilidades. Como vimos en el Capítulo 2, esta doctrina también tuvo su origen en el contexto de los problemas que la naciente sociedad burguesa impuso a la estructura ideológica de la Baja Edad Media, más específicamente, la discusión sobre la licitud de los juegos de azar como especie dentro del género de los contratos aleatorios.

Esta doctrina fue frecuentemente confundida con el campo de reflexión de la probabilidad, pero debe entenderse que la doctrina de las posibilidades cubre, como toda doctrina, un campo estático de verdades establecidas dentro de límites concretos. Y, como tal, no puede dar respuesta a los desafíos que los lógicos de Port Royal encomendaron a la probabilidad. La doctrina de las posibilidades ofrece resolver un problema que no es el planteado por Port Royal. No responde a qué es razonable creer dada una serie de evidencias no conclusivas, sino de calcular el grado de posibilidad/creencia que se debe ostentar en circunstancias complejas si se es coherente con una descripción acabada del grado de posibilidad/creencia de circunstancias simples.

La teoría personalista estudiada en el Capítulo 9 aclaró significativamente esta limitación al mostrar que la doctrina de las posibilidades o, como ellos la llaman, la teoría matemática de la probabilidad, surge de exigir consistencia a los grados de creencia o posibilidad de un conjunto exhaustivo de alternativas. A la doctrina de las posibilidades no le incumbe la interpretación que se les dé a sus premisas. Pueden ser interpretadas como grados de creencia personales, como frecuencias estables, o, simplemente, supuestos como los grados de posibilidad de distintos resultados. Esto no importa a la doctrina de las posibilidades. Lo que si le importa es mostrar qué grados de creencia son consistentes con las premisas que se le provee. Al igual que un silogismo demostrativo no puede extraer conclusiones que no estén contenidas en sus premisas, la doctrina de las posibilidades no puede indicarnos qué creer más allá de las premisas que le proveemos.

Distinguir a la doctrina de las posibilidades de la teoría de la probabilidad es importante a los fines de comprender las diferencias entre las distintas escuelas de pensamiento sobre probabilidad que estudiamos a lo largo de la tesis. La diferencia entre estas escuelas no reside en la doctrina de las posibilidades. Tanto la escuela de Laplace, como la de Quetelet, o incluso la escuela personalista de de Finetti, utilizan las mismas reglas para el cómputo de probabilidades conjuntas o condicionadas. La diferencia está en la forma en que abordan la determinación de las premisas que consideran relevantes.

Es importante entender que el debate entre las escuelas de Laplace, Quetelet y de Finetti, giró en torno al método que se debe emplear para llegar a premisas verdaderas, de modo que la doctrina de las posibilidades otorgue, a su vez, conclusiones verdaderas. La escuela de Laplace consideró que la forma correcta para llegar a estas premisas es mediante el principio de indiferencia, es decir, estableciendo las alternativas que son posibles en el límite de nuestro conocimiento y cuanto más posible consideramos que es cada una respecto al resto. Para Laplace, todas las razones para considerar una alternativa mayor a otra podían traducirse en una relación cuantitativa que exprese cuantas veces más posible es una alternativa que el resto. Luego de considerar todas las razones asequibles a nuestro conocimiento, el principio de indiferencia de Laplace, postulaba que la ignorancia que impide determinar nuestro asentimiento podía ser transformado en indiferencia entre las alternativas restantes.

La escuela de Quetelet, tras comprender las numerosas paradojas a las que el principio de Laplace conducía, consideró que la única forma de acceder a premisas verdaderas que sirvieran a la doctrina de las posibilidades es la experiencia. En palabras de Venn, "la experiencia es nuestra única guía" (Venn, 1876, p. 174, traducción propia). Para la escuela de Quetelet, el único medio para adquirir premisas verdaderas es definir series de eventos conceptualmente idénticos y *conocer* la frecuencia con la que algún atributo se presenta en dichas series. Para esta tradición de pensamiento, esa proporción es la premisa verdadera que necesita la doctrina de las posibilidades y existe más allá de que la conozcamos o no. La inferencia estadística, para estos autores, es la ciencia que investiga los métodos para conocer esas proporciones que se suponen detrás de los fenómenos.

Finalmente, la escuela personalista o de de Finetti, estudiada en el Capítulo 9, renuncia definitivamente a toda objetividad en el proceso de definición de estas premisas. Para esta escuela no hay premisas verdaderas, por lo cual es mejor dejarlas libradas a las inclinaciones personales de cada sujeto y no perder más tiempo en el asunto.

Las tres escuelas anteriores, la de Laplace, Quetelet y de Finetti, difieren respecto al modo de arribar a las premisas relevantes de la doctrina de las posibilidades, pero coinciden en que el objetivo de la teoría de probabilidades es definir el método para arribar a dichas premisas. Es decir, coinciden en que la teoría de probabilidades es subsidiaria a la doctrina de las posibilidades. Su alcance está estrictamente limitado a la definición de estas premisas que siempre son una descripción exhaustiva de las alternativas posibles y del grado de posibilidad o creencia en cada una de ellas. Si entendemos que la historia del concepto de probabilidad está definida por las controversias entre estas tres escuelas, entonces no hay lugar para comprender al *Treatise* keynesiano en ese contexto.

Sin embargo, en el Capítulo 3, vimos que existió una cuarta escuela, que llamamos la escuela de Locke, que, a diferencia de las anteriores, no concibe a la teoría de la probabilidad en vínculo inseparable con la doctrina de las posibilidades. Esta escuela es previa a la fusión que J. Bernoulli propuso entre la naciente teoría de la probabilidad y la doctrina de las posibilidades por lo cual no se restringió a pensar el objeto de la primera en términos de definir las premisas de la segunda. Para esta escuela la probabilidad es el juicio que se basa en evidencias y no es necesariamente traducible a una fracción de la certeza. Esta fue la primera escuela de pensamiento sobre probabilidad y lejos de haber sido abandonada por haberse probado errónea o insuficiente, continua vigente en las instituciones de nuestro tiempo. Basta con considerar el sistema judicial de cualquier Estado moderno para observar que dichas instituciones reflejan las ideas de la escuela de Locke sobre la probabilidad y no las de Laplace, Quetelet o de Finetti.

La tesis que buscamos desarrollar en la Parte II consiste en mostrar que, el episodio del *Treatise* se torna entendible en el contexto de la historia del concepto de probabilidad una vez que reconocemos la existencia de la escuela de Locke. El *Treatise* es una expresión de la tensión que permaneció irresuelta en el concepto de probabilidad desde el pasaje de la escuela de Locke a las escuelas de la probabilidad matemática. La escuela de Locke se planteó desafíos que no pudo resolver, pero que la escuela de Laplace, y todas las que siguieron después, tampoco resolvieron. Keynes, en su *Treatise*, está recuperando estos desafíos y mostrando que los mismos no se restringen a definir un método mecánico por el cual arribar a las premisas de la doctrina de las posibilidades.

En el pasaje de la escuela de Locke a la escuela de Laplace, se redujo el objeto de la teoría de probabilidades desde la búsqueda de lo que es razonable creer a la luz de cierta evidencia a la búsqueda de las premisas de la doctrina de las posibilidades. Es decir, se pasó de indagar sobre las reglas que deben guiar un juicio razonable en base a evidencias parciales a la búsqueda de una fracción entre 0 y 1 que describa la plausibilidad de un evento o la intensidad de nuestra creencia en el mismo. Si partimos de suponer que todo juicio racional puede ser traducido a una medida entre 0 y 1, entonces, no hay una diferencia sustancial entre estas dos perspectivas, pero precisamente por eso es importante reparar en las observaciones de Keynes respecto a la imposibilidad de medir o comparar cualquier probabilidad que estudiamos en el Capítulo 6. Si se recupera el sentido que la escuela de Locke daba a la probabilidad, entonces, no siempre es posible comparar dos probabilidades. El mismo de Finetti comprende esto del planteamiento keynesiano. Para la escuela de Locke, y para Keynes, la probabilidad es el resultado de un juicio relativo a las evidencias disponibles y es imposible comparar dos conclusiones que no están apoyadas, ni siquiera en parte, en las mismas evidencias. Si no hay evidencia común, no hay base racional sobre la cuál comparar y, por ende, no hay forma de construir una única serie ordenada que permita su traducción a la escala de 0 a 1. Cada individuo puede tener una inclinación a preferir una sobre otra, pero estas son preferencias personales que no tienen base en evidencias concretas y, por ende, no interesan a la escuela de Locke o a Keynes.

Esta diferencia es, a su vez, importante para comprender la forma en la que cada una de estas escuelas abordó su relación con el método inductivo. La escuela de Quetelet partió de suponer la inducción como un método válido para estimar proporciones de series que están por fuera de nuestro conocimiento, mientras que la escuela de Laplace/Bayes buscó constituir a la teoría de probabilidades en el fundamento de dicho proceso. Keynes muestra que ambos abordajes están limitados por condiciones que no siempre fueron suficientemente tenidas en cuenta y que, a los fines de la inducción, es más importante tomar en cuenta los detalles de las circunstancias que apresurarse en el cálculo.

La escuela de Quetelet, haciendo uso del teorema de J. Bernoulli/Poisson, parte de concebir series constituidas por instancias idénticas en algunas de sus dimensiones y define a la probabilidad como una relación estocástica entre cada una de las instancias y la proporción existente en el conjunto. De este modo, la escuela de Quetelet toma cualquier frecuencia que surja de un conjunto suficientemente grande de repeticiones y la interpreta como un reflejo bastante próximo de la frecuencia estable que supone existe en la serie completa. Es decir, utiliza el método inductivo para llegar desde algunas observaciones particulares a una afirmación del conjunto. Pero esto conlleva dificultades importantes si esperamos que las fracciones así construidas nos ayuden a determinar qué es razonable creer a la luz de los eventos.

En primer lugar, esas dificultades surgen respecto a la definición de la serie. ¿Cómo elegimos las dimensiones conceptuales que delimitan lo que implica la repetición de una instancia? Cuantas más dimensiones consideremos más precisa será nuestra estimación de la probabilidad, entendida en el sentido frecuentista, del fenómeno que nos interesa, pero si llevamos el proceso de especificación muy lejos la serie se diluye en una única instancia que no admite repeticiones. En dicho proceso parece inevitable recurrir a juicios de relevancia como los que describió Keynes en su *Treatise*. Pero, dada la mutabilidad propia del concepto, nunca podemos estar seguros de si hemos considerado todas las dimensiones de un fenómeno que pueden ser relevantes. Como vimos en el Capítulo 8, el mismo Leibniz indicó a J. Bernoulli que, a los fines de la estimación de probabilidades, era más importante detenerse a considerar en detalle las circunstancias del caso que lanzarse a un cálculo apresurado.

En segundo lugar, dando por supuesta la posibilidad de definir una serie apropiadamente acotada, para que el razonamiento frecuentista sea adecuado, las distintas instancias deben ser independientes entre sí, es decir, el conocimiento sobre uno de sus resultados no puede afectar nuestro grado de creencia en el próximo. Esto deja las aplicaciones válidas de este tipo de razonamientos en un plano sumamente limitado, especialmente en relación a los problemas que revisten interés económico.

Finalmente, el frecuentismo no ofrece una justificación del método inductivo sino que parte de suponerla. En este sentido se pierde el sentido probable de todas las conclusiones que emanan de utilizar este método. Que toda conclusión que emana del método inductivo no es cierta, sino probable, es algo que difícilmente puede ser discutido. ¿Qué nos asegura que en el futuro las cosas no sean distintas "por la mera mutabilidad de las cosas"? Sin embargo, el frecuentismo no puede dar una explicación del significado de la probabilidad en ese contexto. ¿Qué quiere decir que las conclusiones del método inductivo son probables para el frecuentismo? ¿Quiere decir que sólo una proporción de las afirmaciones que surgen de aplicar el método inductivo son verdaderas? ¿Cómo podría establecerse semejante proporción cuando, por definición, estas generalizaciones son inciertas?

Estas reflexiones estaban presentes en la escuela de Locke que se resistió a aceptar la significancia del teorema de J. Bernoulli y no fue hasta que Bayes y Laplace lograron su inversión que el vínculo entre probabilidad e inducción fue fuertemente establecido. En la escuela de Laplace, la relación entre probabilidad e inducción fue inversa a la de la escuela de Quetelet. Laplace no concebía a la inducción como un medio para la estimación de probabilidades, sino a la probabilidad como la justificación de la inducción. Para esta escuela, dada una serie de eventos conceptualmente idénticos, cada nueva instancia aumenta la probabilidad de la generalización y, en este sentido, admite que la conclusión de toda inducción es sólo probable.

Pero al concebir a la probabilidad en estricta relación con la doctrina de las posibilidades, la escuela de Laplace debía encontrar un modo por el cuál otorgar una medida numérica a dicha probabilidad y cuantificar exactamente en cuanto aumenta nuestra confianza en una conclusión a medida que registramos repeticiones exitosas y fallidas del mismo fenómeno dentro de la serie conceptualmente definida. La escuela de Laplace logró esto mediante la aplicación del principio de indiferencia a las probabilidades *a priori* y aplicando sobre estas la transformación bayesiana a medida que se iban registrando éxitos y fracasos. Este proceso, que Laplace consideraba una reconstrucción fehaciente del proceso por el cual cualquier individuo racional direcciona sus grados de creencia a medida que acumula experiencia, fue sintetizado en la famosa regla de sucesión.

Keynes reacciona a ambas escuelas y busca retomar las dudas que Hume despertó sobre la validez del método inductivo. Hume se preguntó cuál es la razón por la cual confiamos en una generalización que hemos visto sostenerse en cientos de instancias iguales a la primera y no tanto en aquello que observamos una sola vez. Las escuelas de Quetelet y Laplace, sólo pueden explicar ese aumento en nuestra confianza en contextos donde se puede identificar una serie con una frecuencia estable e instancias independientes entre sí. Keynes, en cambio, cree que Hume está en lo cierto, cien instancias absolutamente idénticas a la primera no pueden ser un motivo para un mayor grado de creencia en una generalización. Pero aquí Keynes vuelve a la noción de evidencia de la escuela de Locke y afirma que lo que aumenta nuestra creencia es el hecho de que la generalización se sostuvo en instancias que no son idénticas. Lo importante es la diferencia entre las instancias no la mera contabilización de cuantas veces sucedió. Cada nueva instancia donde la generalización se sostiene a pesar de que las condiciones no esenciales variaron, es una evidencia a favor de la generalización. Si partimos de afirmar que son repeticiones de instancias idénticas, entonces, está todo perdido desde el principio. Es su diferencia lo importante y a lo que los científicos deben prestar especial interés.

Lo que más importa a Keynes al abordar el problema inductivo es mostrar que todo intento por mecanizar el proceso está destinado al fracaso. Existe un componente sintético en el razonamiento inductivo que no va a poder ser reemplazado por una regla estática. Incluso en aquellos casos donde aplicar una regla estática puede ser fructífero, como el caso de la urna con una cierta cantidad de bolas de dos colores, antes de emplear la regla debe haber un juicio sobre la relevancia de este método en las circunstancias reinantes. Al pretender reducir el razonamiento inductivo a una regla estática, se reduce el problema del conocimiento a un problema de cálculo, y cuando se resuelve la ecuación, se pretende haber resuelto el problema del conocimiento. Esto no es aceptable para Keynes y su principal preocupación está dirigida a evitar este tipo de confusiones.

La tendencia de las escuelas de Laplace y Quetelet a reducir el razonamiento inductivo al cálculo, es consecuencia de que conciben a la probabilidad en estricta relación con la doctrina de las posibilidades. La escuela de de Finetti, también entiende a la teoría de probabilidades en estricta relación a la doctrina de las posibilidades. Pero, al buscar las premisas de la doctrina de las posibilidades, las escuelas de Laplace y Quetelet creían estar enunciando un método para hallar premisas verdaderas, mientras que la escuela de de Finetti renunció a dicha aspiración y prefirió afirmar el carácter esencialmente personal de toda probabilidad. El episodio del *Treatise* se ubica en medio de este sisma; y comprenderlo nos ayuda, a su vez, a entender el surgimiento del personalismo y su contraposición, a veces exagerada, con el frecuentismo.

Tanto Keynes en el *Treatise*, como de Finetti en su larga vida académica, denunciaron las arbitrariedades de las escuelas de Laplace y Quetelet en la enunciación de métodos para establecer premisas verdaderas que sirvan a la doctrina de las posibilidades. Tanto el principio de indiferencia basado en la ignorancia del primero, como las ideas de frecuencia estable en una serie conceptualmente definida llevan, para Keynes y de Finetti, a un acotamiento arbitrario del campo de la probabilidad. Pero la respuesta de cada uno a estas limitaciones es distinta. Keynes, en el *Treatise*, conserva la pretensión de verdad de la probabilidad, pero renuncia a su concepción numérica y, por ende, a la posibilidad de servirse siempre de la doctrina de las posibilidades. De Finetti, en cambio, renuncia a la pretensión de verdad en la formulación de las premisas, pero conserva la concepción numérica y, por ende, la utilización de la doctrina de las posibilidades para operar sobre estas.

Esta es una diferencia muy importante, porque conservar la pretensión de verdad implica pretender dar una respuesta válida a la pregunta que definió el campo de lo probable desde Port Royal. Tanto Keynes, como Laplace o Quetelet, están buscando responder qué es razonable creer a la luz de ciertas evidencias. El personalismo de de Finetti, en cambio, al decir que la probabilidad es un grado de creencia personal parecería estar renunciando definitivamente a esta pretensión. Sin embargo, lo cierto es que el personalismo nunca hubiese sido considerado seriamente dentro de las escuelas del pensamiento probabilístico de no haber provisto alguna respuesta a este desafío.

La respuesta que el personalismo tiene para dar a esta cuestión viene de la mano de una reinterpretación del bayesianismo. La escuela personalista, si bien rechaza la existencia de un método por el cual arribar a premisas verdaderas, más allá de la introspección de cada individuo, confía en que, si se es consistente respecto a las creencias y se aplica el teorema de Bayes ante cada nuevo evento, los grados de creencia, en inicio personales, van a tender a un lugar común, que, desde esta perspectiva, se identifica con el grado de creencia que es razonable sostener a la luz de las evidencias. Utilizando estos argumentos, la escuela personalista cree haber solucionado las tensiones que Keynes trajo a la luz dentro del concepto de probabilidad.

Pero vale la pena insistir, en línea con los argumentos que presentamos en el Capítulo 9, en que esto no es así. El esquema de transformación de probabilidades bayesiano sólo es operacional ante la percepción de la intercambiabilidad, la cual requiere un juicio *a la* Keynes para ser válido y el proceso de aprendizaje se da sólo en términos de las frecuencias observadas en un modo similar a como se da en la escuela de Quetelet y, por ende, está sujeto a las mismas restricciones que ésta. Existe un gran cúmulo de afirmaciones probables que son basadas en evidencias objetivas que, si bien podrían pensarse en el esquema de aprendizaje bayesiano, no se puede ver cómo computar, ni qué sentido darle, a ese grado de creencia condicionado por la evidencia. Si el proceso de computación es personal, no se puede ver cómo este método conduce al juicio racional que trata la escuela de Locke o el *Treatise* de Keynes. Si es objetivo habría que precisar por qué medio se puede llegar a un valor numérico objetivo de una determinada evidencia, dada la hipótesis bajo escrutinio.

Tomemos para ilustrar el caso, el clásico ejemplo del juez que debe sentenciar sobre un homicidio. A medida que el juez va recabando evidencia su asentimiento se inclina hacia la culpabilidad o la inocencia del acusado. Si el proceso por el cual el juez construye su asentimiento es razonable y, por ende, en estricta referencia a la evidencia disponible, entonces, es esperable que otro juez comparta su sentencia. En caso de que no lo haga deberían poder sentarse a discutir las evidencias y argumentar a favor de una u otra alternativa hasta que se pusieran de acuerdo. La concepción de la probabilidad presentada por Keynes en su *Treatise*, al igual que la de la escuela de Locke, busca reflejar este proceso por el cual dos sujetos razonables deberían coincidir respecto a cuál es la conclusión más probable dirigiendo su atención únicamente a la evidencia disponible.

El esquema personal de de Finetti no va en esta dirección y es fácil ver cuánto más complicado sería el acuerdo de dos jueces si se les pidiera a ambos que apoyen su sentencia con una misma apuesta. En un caso como este, la sentencia es objetiva en el sentido de que se puede argumentar a su favor o en contra haciendo uso únicamente de las evidencias disponibles, pero ni bien la discusión vira a la definición del número que refleja el grado de convencimiento de cada juez, la cuestión se transforma en algo que carece de bases objetivas. Esto no quita que los jueces puedan vocear un número con el que se sientan confiados, pero dicha determinación es personal, algo que se amolda perfectamente a la concepción de de Finetti, pero que, por esa misma razón, es irreconciliable con Keynes o Locke.

Lo que nos interesa mostrar con esto es que la tensión que el *Treatise* trajo a la luz no se resuelve por la adopción del esquema personalista. El aprendizaje bayesiano y la intercambiabilidad no nos llevan mucho más lejos de lo que nos llevó el frecuentismo de la escuela de Quetelet. En aquellos eventos que percibimos que son gobernados por una ley invariable, que se replica constantemente, podemos aprender de las frecuencias estadísticas y mejorar nuestra previsión. Pero ¿qué hay de aquellos eventos que no son gobernados por esta ley invariable? ¿No es precisamente ahí donde es más importante desarrollar la teoría de la probabilidad?

Otro de los objetivos que nos planteamos en la Introducción y Plan de Obra fue determinar qué relevancia tiene el episodio del *Treatise* a los fines de la obra económica de Keynes y los desafíos de la teoría económica. Para poder ejercer un juicio sobre el primer punto, tenemos que clarificar antes cuál es, a nuestro entender, el principal aporte de la obra económica de Keynes. Otros autores podrán concebir su aporte en un sentido más amplio o más acotado y aún servirse de la investigación que aquí presentamos sobre las raíces conceptuales de su comprensión de la probabilidad. Desde nuestro punto de vista, la enunciación más clara de su aporte al pensamiento económico Keynes la dio en un artículo aclaratorio publicado un año después de la *Teoría general* en la *Quarterly Journal of Economicas*, titulado *The General Theory of Employment* (1937). En esa ocasión, Keynes afirmaría que lo que tiene para "ofrecer es… una teoría de por qué el producto y la ocupación son tan susceptibles a fluctuaciones…" (J. M. Keynes, 1937, p. 221, traducción propia).

Es la opinión de este tesista que esta es una enunciación apropiada de los objetivos y alcances de la *Teoría General* y que, mantener esto presente, es fundamental para evitar confusiones que obnubilen el desarrollo del concepto. Si esto es apropiadamente entendido debe reservarse el epíteto *General* que Keynes utilizó en su título a la concepción de múltiples equilibrios de la oferta y demanda global y el nivel de empleo general de una economía nacional o de la economía mundo, pero no debe confundirse esto con el campo íntegro de reflexión económica, el cual abarca un terreno mucho más amplio sobre el cual Keynes no se pronunció. Keynes no discute ni la teoría del valor, ni de la distribución, ni del capital a pesar de que fueron los principales campos de disputa teórica a lo largo del siglo XVIII y XIX. La postura de Keynes sobre estos problemas es doctrinaria. Toma la posición de Marshall como la versión definitiva sin apreciar las preguntas que la teoría económica se planteó y no pudo resolver sobre estos temas. Esto no busca quitar importancia a la *Teoría General*, sino brindar el contexto apropiado donde sus ideas pueden ser valoradas sin por ello opacar aquellas que enriquecieron el campo de la reflexión económica desde hace tiempo.

No es nuestra intención aquí desarrollar en detalle el principio de demanda efectiva de Keynes y el mecanismo de interrelación entre mercados por el cual concibió niveles de equilibrio estables por debajo del nivel de pleno empleo, sino mostrar el rol fundamental que la probabilidad ocupa en dicho proceso. Lo primero que hay que señalar es que el nivel de actividad, tal como lo concibe Keynes en la *Teoría* General, depende fundamentalmente de decisiones de corto y largo plazo. Las primeras refieren a las decisiones de producción y consumo cotidianas, mientras que las segundas a las de bienes de capital cuyo retorno depende de la relación entre su precio de oferta y su rendimiento *probable*. Mientras que en el primer tipo de decisiones podemos esperar un grado de previsibilidad bastante grande, en las últimas no: "el hecho más destacado es lo extremadamente precario de las bases de conocimiento en que han de basarse nuestros cálculos de los rendimientos probables" (J. M. Keynes, 2003, p. 159). En este mismo sentido, indica que "al tratar nuestras expectativas sería torpe atribuir gran influencia a motivos que sean muy inciertos" y, en nota al pie, aclara "con "muy inciertos" no quiero decir lo mismo que con "muy improbables". Cf mi *Treatise on Probability*, Cap VI, sobre "La importancia de los argumentos""(Keynes, 2003, p. 158)[102].

Entonces, son las decisiones de largo plazo, aquellas generalmente englobadas en la inversión, las que están atravesadas por consideraciones probables y son, de hecho, las que dan el carácter fluctuante a la demanda efectiva. El mismo Keynes dice en su artículo aclaratorio de 1937:

[102] Eduardo Hornedo, traductor de la edición del Fondo de Cultura Económica de la *Teoría General* optó por traducir "*weight of the arguments"* como la "importancia de los argumentos", a lo largo de la tesis nosotros optamos por la traducción más común que es "peso de los argumentos".

> "No es sorprendente que el volumen de inversión… fluctúe ampliamente de vez en cuando. Ya que depende de dos conjuntos de *juicios* sobre el futuro… en la propensión al ahorro y en las opiniones sobre el rendimiento futuro de los activos de capital." (J. M. Keynes, 1937, p. 218, traducción propia)

Pero lo interesantes desde nuestro punto de vista, tras haber estudiado en detalle las raíces conceptuales de la noción de probabilidad keynesiana, es notar que cuando Keynes dice que las inversiones requieren un "juicio sobre el futuro" está concibiendo la actitud racional del inversor en el contexto de las consideraciones de la escuela de Locke y no de la escuela de de Finetti. Lo que importa a Keynes no es cada caso individual concebido aisladamente, y si la estructura de creencias del individuo es coherente o no, sino si existen evidencias que hagan probable la prospectiva de futuros rendimientos. Siempre habrá inversores arriesgados que en un contexto poco alentador se lancen a invertir de todos modos por un impulso optimista que no tiene correlato en evidencias razonables. Pero lo que interesa a Keynes es el comportamiento general, aquel que puede ser compartido por distintos individuos, y eso requiere un juicio sobre la relevancia de las evidencias disponibles. Ese juicio de relevancia, para que sea significativo en la determinación de la inversión, no debe ser el producto de una inclinación personal sino de argumentos susceptibles de ser razonados.

Keynes afirma con claridad que, desde su punto de vista, esta forma de concebir las expectativas es una de las principales diferencias de su propuesta respecto a lo que él llama la "escuela clásica"[103].

> Estos autores "todavía estaban tratando con un sistema en el cual la cantidad de factores empleados estaba dada y el resto de los hechos relevantes se conocían *más o menos con certeza*. Esto no significa que estuvieran tratando con un sistema en el que no se concebía el cambio, o incluso con uno en el que no se concebía la decepción de las expectativas. Pero en un momento dado se asumió que los hechos y las expectativas estaban dadas de una forma *definida y calculable*; y que los riesgos… eran susceptibles de ser reducidos a un *cálculo actuarial exacto*. Se suponía que el cálculo de probabilidades,

[103] La "escuela clásica" de Keynes incluye sin diferencias a autores tan distintos como Smith, Ricardo, J. S. Mill, Marshall, Edgeworth y Pigou. Esto abona a nuestras afirmaciones previas sobre la ausencia de un trabajo conceptual por parte de Keynes respecto a los dilemas de la teoría económica.

> aunque las menciones al mismo se mantuvieron en un segundo plano, podía reducir la incertidumbre al mismo estado calculable que el de la certeza en sí misma. (J. M. Keynes, 1937, p. 212 y 213, tradución propia)

El estudio del episodio del *Treatise*, nos permite ver la tensión entre la escuela de Locke y las escuelas de la probabilidad matemática manifestándose en la forma de concebir las expectativas y el rol que estas juegan en la determinación del nivel de actividad y empleo. Para Keynes la prioridad esta puesta en el estudio de las conclusiones que son probables a la luz de las evidencias disponibles y no en su tratamiento como fracciones de certeza que permite la operación mediante la doctrina de las posibilidades.

Mantener esta distinción presente nos permite, a su vez, concebir las recomendaciones de política keynesiana en un sentido más amplio. En lugar de reducir las recomendaciones del análisis keynesiano a una comprensión instrumental de lo que se debe hacer para garantizar que una economía nacional se ubique en un equilibrio estable con pleno empleo de sus recursos, nos permite ver que su esquema de intervención está centrado en la fabricación de evidencias que den credibilidad a escenarios de rendimientos futuros. En algunos contextos puede ser que una política fiscal expansiva sea la señal que sirva a este cometido, pero en contextos distintos esa misma política puede constituir una evidencia negativa en la prospectiva de inversiones a futuro. Y aquí vale recordar la observación de Leibniz a J. Bernoulli: “La estimación de probabilidades es extremadamente útil, aunque en varias situaciones políticas y legales, no hay tanta necesidad de cálculos exactos como la hay de una recapitulación precisa de todas las circunstancias...” (Leibniz, 1855, pp. 83–84, traducción propia)

Finalmente, nos interesa considerar la relevancia que el episodio del *Treatise* y la reconsideración retrospectiva sobre el concepto de probabilidad pueden tener a los fines de la teoría económica en general, lo cual, para nosotros, es inextricable del desarrollo de la tercera teoría (Levin, 2010). Siendo que la tercera teoría busca ampliar las fronteras conceptuales de la teoría heredada de modo que sea capaz de concebir y hacerse cargo de su carácter auto-transformativo, resulta evidente que un concepto de probabilidad que permanece ajeno a este carácter siempre le será insuficiente. Mientras que la probabilidad permanezca ajena a nuestra capacidad para transformar la forma en la que nos relacionamos con nuestro medio, entre nosotros y con nosotros mismos; mientras creamos que lo que puede ser o no ser es independiente de nuestra actividad, las puertas de la tercera teoría permanecerán cerradas.

Referencias bibliográficas

Applebaum, W. (2005). *The Scientific Revolution and the Foundations of Modern Science*. Westport / London: Greenwood Press.

Aristóteles. (2015). *Política*. (G. Livov, Trans.) (1era ed.). Bernal: Universidad Nacional de Quilmes y Prometeo.

Arnauld, A., & Nicole, P. (1662). *Logic, or The Art of Thinking: being The Port-Royal Logic*. Edimburg: Murray and Gibb, translated by Thomas Spencer Baynes.

Baccini, A. (2004). High pressure and black clouds: Keynes and the frequentist theory of probability. *Cambridge Journal of Economics*, *28*(5), 653–666. http://doi.org/10.1093/cje/beh030

Banks, E. C. (2014). *The realistic empiricism of Mach, James and Russell. Neutral monism reconceived*. Cambridge University Press.

Bateman, B. W. (1987a). Keynes's changing conception of probability. *Economics and Philosophy*, *3*(01), 97–119. JOUR.

Bateman, B. W. (1987b). Keynes's changing conception of probability. *Economics and Philosophy*, *3*(01), 97–119.

Bateman, B. W. (1996). *Keynes's uncertain revolution*. University of Michigan Press.

Bayes, T. (1958). Essay towards solving a problem in the doctrine of chances. *Biometrika*, *45*, 293–315.

Bernoulli, J. (1966). *Part IV: The Art of Conjecturing*. (B. Sung, Trans.). Harvard: Harvard University Press.

Bernoulli, J. (2005). *The art of conjeturing Part IV*. (O. Sheynin, Trans.). Berlin: Translated into English by Oscar Sheynin. Retrieved from http://www.sheynin.de/download/bernoulli.pdf

Bewley, T. F. (1987). *Knightian decision theory, Part II: Intertemporal problems*. *Cowles Foundation Discussion*.

Bewley, T. F. (2002). Knightian decision theory. Part I. *Decisions in Economics and Finance*, *25*(2), 79–110.

Borges, J. L. (1997). *El hacedor*. Madrid: Alianza Editorial.

Brown, R. (1987). History versus hacking on probability. *History of European Ideas*, *8*(6), 655–673. http://doi.org/10.1016/0191-6599(87)90163-X

Carabelli, A. M. (1988). *On Keynes's method*. Palgrave Macmillan.

Cassirer, E. (1956). *Determinism and indeterminism in modern physics*. (T. O. Benfey, Trans.). New Haven and London: Yale University Press.

Condorcet, M. (1785). *Essai sur L´Application de L´Analyse à la Probabilitté des Décisions*. Paris: L´Imprimerie Royale.

Cornford, F. M. (1980). *Antes y despues de Socrates*. Barcelona, Caracas y México DF: Ariel.

Coumet, E. (2000). La teoría del azar,¿ nació por azar? *Empiria. Revista de Metodología de*

Ciencias Sociales, (3), 209–241.

Cournot, A. A. (1843). *Exposition de la théorie des chances et des probabilités*. L. Hachette.

Crespo, R. F. (2005). *El pensamiento filosófico de Keynes: descubrir la melodía*. Madrid: Ediciones Internacionales Universitarias.

Crespo, R. F. (2016). *Keynes, filósofo práctico*. CABA: EDICON - Fondo Editorial Consejo.

Daston, L. (1995). *Classical probability in the Enlightenment*. Princeton University Press.

Davidson, P. (2009). *Great thinkers in economics. John Maynard Keynes*. (A. . Thirdwall, Ed.). Palgrave Macmillan. http://doi.org/978–1–4039–9623–7

Davis, J. B. (1996). Convergences in Keynes's and Wittgenstein's Later Views. *European Journal of the History of Economic Thought*, *3*(nº 3), 433–448. http://doi.org/10.1080/10427719600000041

De Aquino, T. (1990). *Suma de Teología, Tomo III, parte II-II*. Madrid: Biblioteca de Autores Cristianos. Retrieved from https://www.dominicos.org/estudio/biblioteca-virtual/

de Finetti, B. (1972). *Probability, Induction and statistics*. London, New York, Sidney, Toronto: John Wiley & Sons.

de Finetti, B. (1980). Foresight: its logical laws, its subjective sources [1935]. In H. Kyburg & H. Smokler (Eds.), *Breakthroughs in statistics* (pp. 134–174). Huntington: Robert E. Krieger Publishing Company.

de Finetti, B. (1985). Cambridge probability theorists. *Rivista Di Matematica per Le Scienze Economiche e Sociali*, *8*(2), 79–91.

Dequech, D. (1997). Uncertainty in a strong sense: meaning and sources. *ECONOMIC ISSUES-STOKE ON TRENT-*, *2*, 21–44.

Dequech, D. (2011). Uncertainty: a typology and refinements of existing concepts. *Journal of Economic Issues*, *45*(3), 621–640.

Ellsberg, D. (1961). Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms. *The Quarterly Journal of Economics*, *75*(4), 643–669.

Franklin, J. (2015). *The science of conjecture: Evidence and probability before Pascal*. Baltimore: John Hopkins University Press.

Galileo, G. (1975). *Dialogo sobre los sistemas máximos - Jornada segunda*. (J. M. Revuelta, Trans.) (1er ed.). Buenos Aires: Aguilar.

Garber, D., & Zabell, S. (1979). On the emergence of Probability. *Archive for History of Exact Sciences*, *21*(1), 33–53. http://doi.org/10.1142/9789812774262_0005

Gillies, D. (2000). *Philosophical theories of probability*. Psychology Press.

Good, I. J. (1950). *Probability and the Weighing of Evidence*. London: Charles Griffin & Company.

Hacking, I. (1990). *The taming of chance*. Cambridge University Press.

Hacking, I. (2006). *The emergence of probability: A philosophical study of early ideas about probability, induction and statistical inference* (2nd ed.). Cambridge University Press.

Hegel, G. W. F. (2009). *Fenomenología del espíritu*. (W. Roces, Trans.) (1er ed.). Buenos Aires:

Fondo de Cultura Económica.

Hume, D. (1939). *Investigación sobre el entendimiento humano*. (J. A. Vázquez, Trans.). Buenos Aires: Editorial Losada, S. A.

Huygens, C. (1714). *De ratiocinis in ludo aleae or The value of all chances*. London: S. Keimer.

Jeffreys, H. (1973). *Scientific inference* (3rd editio). Cambridge: Cambridge University Press.

Jeffreys, H. (1998). *The theory of probability* (3rd editio). Oxford University Press.

Kant, I. (2010). *Crítica de la razón pura* (1er edició). Buenos Aires: Aguilar.

Kendall, M. G. (1956). Studies in the History of Probability and Statistics: II The Beginnings of a Probability Calculus. *Biometrika*, *43*(1), 1–14.

Keynes, J. M. (1919). *The economic consequences of the peace*. *The Eugenics review* (Vol. 12). London: Courier Corporation. http://doi.org/10.2307/2223196

Keynes, J. M. (1921). *A treatise on probability*. London: Macmillan and Company.

Keynes, J. M. (1933). *Essays in biography*. (G. Keynes, Ed.). New York: W W Norton & Company INC.

Keynes, J. M. (1937). The general theory of employment. *The Quarterly Journal of Economics*, 209–223.

Keynes, J. M. (2003). *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*. Fondo de cultura económica.

Knight, F. H. (1947). *Riesgo, incertidumbre y beneficio*. (R. Verea & M. De Torres, Trans.), *New York: Hart, Schaffner and Marx*. Madrid: Aguilar.

Landro, A. (2010). *Acerca de la probabilidad. Parte I: La interpretación del concepto de azar y la definición de probabilidad*. Buenos Aires: Ediciones Cooperativas.

Landro, A. (2014). El concepto de probabilidad en la obra de Lord Keynes. *Centro de Investigación En Métodos Cuantitativos Aplicados a La Economía y La Gestión*.

Landro, A., & González, M. (2016). *Acerca del problema de Bernoulli y la determinación del verdadero valor de una probabilidad*. Buenos Aires: Ediciones Cooperativas.

Laplace, P. S. (1886). Theorie analytique des probabilites. In P. S. Laplace (Ed.), *Oevres complétes de Laplace - Tome septieme*. PARIS: L´academie des sciences.

Laplace, P. S. (1902). *A Philosophical Essay on Probabilities*. (F. W. Truscott & F. L. Emory, Trans.) (1st ed.). London: John Wiley & Sons. http://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004

Leibniz. (1855). *Leibnizens Mathematische Schriften herausgegeben von C. I. hardt*. (B. Sung, Trans.). Este Abteilung.

Levin, P. (2003). Ensayo sobre la cataláctica. *Revista Nueva Economía, Organo Institucional de La Academia Nacional de Ciencias Económicas*, *12*.

Levin, P. (2008). *El Capital Tecnológico* (2nd ed.). Buenos Aires: Ediciones Cooperativas.

Levin, P. (2010). Esquema de la ciencia económica. *Revista de Economía Política de Buenos Aires*, *7 y 8*.

Locke, J. (1999). *Ensayo sobre el entendimiento humano* (2da ed.). México DF: Fondo de

Cultura Económica.

Maistrov, L. E. (1974). *Probability Theory: A historical Sketch*. (S. Kotz, Ed.). New York/ London: Academic Press.

Mauss, M. (1971). Ensayo sobre los dones: Razón y forma del cambio en las sociedades primitivas. In *Sociología y Antropología* (pp. 1–39). Madrid: Editorial Tecnos.

McCann, C. R. (1994). *Probability Foundations of Economic Theory*. *Robotics* (1 ed). London & New York: Routledge.

Moore, G. E. (1922). *Principia Ethica*. Cambridge: Cambridge University Press.

Noonan Jr, J. T. (1957). *The scholastic analysis of usury* (1 ed). Harvard University Press.

Noonan Jr, J. T. (1993). Development in moral doctrine. *Theological Studies*, *54*(4), 662–677.

O'Donnell, R. (1989). *Keynes: Philosophy, economics and politics: The philosophical foundations of Keynes's thought and their influence on his economics and politics*. New York: Palgrave Macmillan.

O'Donnell, R. (1991). Keynes on probability, expectations and uncertainty. In *Keynes as Philosopher-Economist* (pp. 3–60). Springer.

Pascal, B. (1846). *Las célebres Cartas Provinciales*. Madrid: Imprenta del colegio de sordo-mudos y ciegos.

Pears, D. (1989). Russell's 1913 Theory of knowledge manuscript.

Poisson, S. D. (1837). Recherches sur la probabilité des judgements en matiere criminelle et en matiere civile. Paris: Bachelier, Imprimeur-Libraire.

Poitras, G. (2000). *The early history of financial economics, 1478–1776*. London: Edward Elgar Publishing.

Popper, K. (1992). *The Logic of Scient if ic Discovery* (1st englis). London & New York: Routledge.

Porter, T. M. (1986). *The rise of statistical thinking, 1820-1900*. Princeton University Press.

Ramsey, F. P. (1931). Truth and probability. In R. B. Braithwaite (Ed.), *The foundations of mathematics and other logical essays* (pp. 156–198). New York: Harcourt, Brace and Company.

Ríos Gutiérrez, I. (2008). *La experiencia griega del azar y el concepto de TYXH en la filosofía de aristóteles*. Universidad Autónoma de Madrid.

Robinson, D. N. (2012). *How is Nature Possible?: Kant's Project in the First Critique*. Continuum International publishing group.

Romero, J. L. (1999). Estudio de la mentalidad burguesa. Buenos Aires, Madrid: Alianza Editorial.

Rubin, I. I. (1979). *A history of economic thought*. London: Pluto Press.

Russell, B. (1992). *Theory of Knowledge: The 1913 Manuscript*. (E. R. Eames, Ed.). London & New York: Routledge.

Russell, B. (2001). *The problems of philosophy*. Oxford: Oxford University Press.

Savage, L. (1972). *The Foundations of Statistics* (2nd ed.). New York: Dover Publication, INC.

Schüessler, R. (2016). Probability in Medieval and Renaissance Philosophy. In E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 201). Stanford: Metaphysics Research Lab, Stanford University. Retrieved from https://plato.stanford.edu/archives/win2016/entries/probability-medieval-renaissance/

Schumpeter, J. (1954). *Historia del Análisis Económico*. Barcelona: Ediciones Ariel.

Shackle, G. L. S. (1970). Expectation enterprise and profit. The theory of the firm, 161.

Shackle, G. L. S. (1976). *Epistémica y economía: crítica de las doctrinas económicas*. México D.F: Fondo de Cultura Económica.

Skidelsky, E. (2008). *Ernst Cassirer, the last philosopher of culture*. Princeton and Oxford: Princeton University Press.

Skidelsky, R. (2009). *Keynes. Te return of the master*. New York: Public Affairs.

Stigler, S. M. (1986). *The History of Statistics: The measurement of uncertainty befire 1900*. London: Harvard University Press.

Todhunter, I. (1865). *A History of the Mathematical Theory of Probability From the Time of Pascal To That of Laplace*. Cambridge and London: Macmillan and Company.

Venn, J. (1876). *The logic of chance: an essay on the foundations and province of the theory of probability* (2nd ed.). London: Macmillan and Company.

von Mises, R. (1957). *Probability, Statistics and Truth*. (H. Geiringer, Ed. & Trans.) (3rd editio). New York: Dover Publication, INC.

Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (2007). *Theory of games and economic behavior*. Princeton university press.

Weber, M. (2006). *La ética protestante y el espíritu del capitalismo* (1er ed). La Plata: Terramar.

Winslow, E. G. (1986). “ Hunan Logic” and Keynes’s Economics. *Eastern Economic Journal*, 413–430.

Winslow, E. G. (1989). “Human Logic” and Keynes´s Economics: A reply to Bateman. *Eastern Economic Journal*, *15*(1), 67–70.