

# LA MODELACIÓN EN LA MATEMÁTICA EDUCATIVA: SUS MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN Y EL IMPACTO EDUCATIVO EN LA FORMACIÓN Y DESARROLLO DE LA DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA

## MODELLING IN MATHEMATICS EDUCATION: METHODS OF RESEARCH AND THE EDUCATIONAL IMPACT ON THE TRAINING AND DEVELOPMENT OF MATHEMATICS TEACHERS

Francisco Cordero, Jhony Alexander Villa-Ochoa, Milton Rosa, Liliana Suárez-Téllez, Pablo Carranza, E. Johanna Mendoza-Higuera

Centro de Investigación de Estudios Avanzados-IPN (México). Universidad de Antioquia (Colombia). Universidade Federal de Ouro Preto (Brasil). Instituto Politécnico Nacional (México). Universidad Nacional de Río Negro (Argentina), Universidad Industrial de Santander (Colombia) fcordova@cinvestav.mx, jhony.villa@udea.edu.co, milton@cead.ufop.br, lsuarez@ipn.mx, pcarranza@unrn.edu.ar, edijomen@uis.edu.co

### Resumen

El desarrollo de la educación contemporánea de la matemática considera el conocimiento matemático dentro y fuera de la escuela, e integra la *modelación* para que la matemática sea usada en la vida del ciudadano. Esto conlleva examinar una *categoría matemática*, para la escuela, que *valore las relaciones horizontales y recíprocas entre la matemática y el mundo real*. Para tal fin se consideraron aproximaciones teóricas en el contexto de la *construcción social del conocimiento matemático: la socio-crítica, la reproducibilidad, la etnomatemática, la socioepistemología y el ecosistema interdisciplinar*. Los principios que subyacen en estas aproximaciones norman los *programas de la modelación matemática*. Con este marco se reflexionó sobre el *impacto educativo* de estos programas y el rol del docente de matemáticas.

**Palabras clave:** modelación y categoría matemática, realidad, educación

### Abstract

The development of contemporary mathematics education considers mathematical knowledge inside and outside the school and integrates modeling so that mathematics is used in real life of the citizens. This involves examining a mathematical category at school, that values the horizontal and reciprocal relationships between mathematics and the real world. For the context of this article, theoretical approaches are considered in relation to the social construction of mathematical knowledge: socio-critical perspective, the reproducibility, ethnomathematics, socioepistemology and interdisciplinary ecosystems. The principles that underlie these approaches regulate the programs of mathematical modelling. With this framework we reflect on the educational impact of these programs and the role of the mathematics teachers.

**Key words:** modeling and mathematical category, reality, education

## ■ Introducción

El *Grupo de Discusión la Modelación Matemática y la Matemática Educativa* (conformado por los autores de este artículo; quienes participaron como ponentes en el Grupo de Discusión, en las actividades del Relme 32) reflexionó y cuestionó sobre la diversidad de Programas de Modelación Matemática según las aproximaciones teóricas. Enmarcó la reflexión en la *construcción social del conocimiento matemático* debido a que la demanda educativa de estos programas consiste en que *la matemática sea usada en la vida del ciudadano*. Este hecho conlleva *estudiar la matemática fuera de la escuela*, lo que deriva en significados sobre la *educación de la matemática*, la *pluralidad matemática*, el *impacto educativo* y la *formación y desarrollo* de la práctica docente. Sin embargo, dependiendo de qué se entiende por “educación matemática”, se encuentran diferentes pronunciamientos en relación con la utilidad de la matemática en la educación. Blum y Borromeo-Ferri (2009) afirman que la modelación matemática puede apoyar el aprendizaje de las matemáticas en términos de motivación, comprensión y retención. Pero también existen tensiones; por ejemplo, los investigadores han buscado distinciones entre lo que constituyen las tareas de resolución de problemas y lo que forma una tarea de modelación. Aún no se logran poner de acuerdo (Zawojewski, 2013). Además, como lo mencionan Hirsh & McDuffie (2016), un desafío adicional para la educación matemática es la falta de comprensión de la modelación matemática en contraste con la matemática de la modelación. El avance es innegable, la modelación matemática en la enseñanza juega hoy un papel importante en educación matemática. Sin embargo, nos gustaría llamar la atención hacia otro aspecto. En este panorama, la base para definir lo que es modelación matemática es la ciencia; por ejemplo, el Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM) dice que *modelar significa usar matemáticas o estadística para describir una situación del mundo real y deducir información adicional de la situación por el cálculo y análisis matemático y/o estadístico* (Common Core Standards Writing Team, 2013). La definición es viable, seguramente para modeladores matemáticos, y para los que creen en la modelación para la educación matemática. Pero aquí nuestros cuestionamientos: *¿la gente (o el ciudadano), cómo modela?; ¿cómo usa la modelación la gente?*

El epílogo de este apartado podría ser que el desarrollo de la educación de la matemática ha considerado, entre otros aspectos, entender el conocimiento matemático en la escuela y fuera de ella, e integrar la modelación matemática para que la matemática sea usada en la vida del ciudadano y en la fuerza de trabajo. Ambas orientaciones coinciden en un principio: “relacionar” la matemática con el mundo real. Sin embargo, la tensión radica en el constructo “relación”. Una asume como conocimiento verdadero el de la escuela (o el académico) por lo cual “mide” la emulación de ese conocimiento en el cotidiano, y la otra, privilegia las “acciones” sobre la modelación matemática. Nosotros, sostenemos que hay una categoría de la matemática que valora las relaciones horizontales y recíprocas entre la matemática y el mundo real y dejamos que ahí se construyan las modelaciones que sucedan (Orey & Rosa, 2015; Villa-Ochoa & Berrío, 2015; Carranza, 2016; Cordero, 2016).

## ■ Marco referencial

### *La perspectiva socio-crítica y el programa de modelación*

Villa-Ochoa, Rosa y Gavarrete (2018) apuntan que existen comprensiones diferenciadas de la modelación, de sus propósitos y alcances en el ámbito de la Educación Matemática. En Latinoamérica: hay una “comprensión y uso de la modelación en la que se busca matematizar determinadas ideas, procedimientos o prácticas matemáticas presentes en la cotidianidad de diferentes grupos culturales” (p. 7-8). Para los autores, la modelación matemática, además de los aspectos conceptuales, también ha puesto la atención en

[...] los intereses de los sujetos que modelan, sus relaciones con la cultura y las comunidades en las que se involucra, las necesidades e intereses que motivan el estudio de fenómenos a través de la matemática, y el uso no subordinado de contextos, los conocimientos propios de la sociedad y la cultura (p. 9).

En coherencia con estos planteamientos, la perspectiva sociocrítica (Araújo, 2009; Barbosa, 2006) de la modelación se preocupa por trascender el interés en los aspectos conceptuales y el desarrollo de competencias por la configuración de ambientes que promuevan la participación crítica de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas (Parra-Zapata y Villa-Ochoa, 2016) y en la sociedad a través de discusiones sobre cuestiones políticas, económicas ambientales en las cuales las matemáticas sirven como soporte tecnológico (Araújo, 2009). En la perspectiva sociocrítica, la atención se dirige a develar el uso de las matemáticas en la sociedad.

#### *La reproducibilidad y el programa de modelación en la práctica docente*

La investigación educativa es una de las fuentes de las innovaciones en el salón de clase. A una década de trabajar en el Seminario Repensar las Matemáticas, la lectura de artículos científicos con profesores de matemáticas universitarios, Soto, Luna y Navarro (2016) han encontrado que uno de sus principales intereses se concentra en las tareas matemáticas que se presentan en las investigaciones de corte teórico, o que forma parte de los experimentos de enseñanza, en las investigaciones empíricas. Para entender los procesos de transformación, al incorporar la modelación en el salón de clases, se considera importante investigar cuáles son los elementos de reproducibilidad de las tareas de modelación graficación. Tomando como referencia una tarea de Modelación-Graficación con tecnología (Suárez, 2014), presentada desde una perspectiva socioepistemológica, se buscaron reportes de investigaciones que la retomaran para analizar las adecuaciones que sufrió en su diseño. Las categorías de análisis de la adecuación de la tarea que encontramos son 1) la fundamentación epistemológica, 2) los elementos didácticos del rediseño de la tarea y 3) las consideraciones metodológicas de la instrumentación de la tarea y el análisis de resultados. Profundizar la investigación sobre los usos de diversas tareas de modelación (Villa-Ochoa, Castrillón-Yepes y Sánchez-Cardona, 2017) dentro de la comunidad de investigación, para identificar los elementos que se reproducen, por un lado, y comprender los elementos que se rediseñan, por otro, pueden aportar conocimiento sobre las condiciones de integración de la modelación en la práctica docente.

#### *Las etnomatemáticas y la modelación: etnomodelación*

La etnomodelación es la utilización de las etnomatemáticas por medio de la modelación de situaciones y problemas que están presentes en el cotidiano de los miembros de grupos culturales distintos y tiene por objetivo la ampliación y el perfeccionamiento de su conocimiento matemático, pues alude al fortalecimiento de la identidad y de las raíces culturales de estos individuos, como seres autónomos y capaces (Rosa & Orey, 2003). De esa manera, los enfoques que delinearán esta acción pedagógica están relacionados con los sistemas de conocimientos vinculados al cotidiano de los miembros de grupos culturales distintos, que pueden ser *matematizados* y *traducidos* al lenguaje de otros sistemas de conocimientos matemáticos (Rosa & Orey, 2017). Así, *matematizar* ideas, procedimientos y prácticas matemáticas desarrolladas por estos miembros significa trabajar con las etnomatemáticas (D'Ambrosio, 1990). En consecuencia, partiendo del principio de que la *matematización* es una de las etapas más importantes de la modelación matemática, pues en esta etapa sucede la traducción de situaciones y problemas para el lenguaje matemático académico, Rosa & Orey (2017) argumentan que la modelación es una de las posibles propuestas para iniciar la acción pedagógica para las etnomatemáticas, pues la etnomodelación proporciona a los estudiantes una acción pedagógica que conecta estas prácticas matemáticas a las prácticas proporcionadas por la adquisición de los conocimientos matemáticos académicos.

#### *El ecosistema interdisciplinar y el programa de modelación*

En la Universidad Nacional de Río Negro, Argentina, estamos realizando proyectos interdisciplinarios vinculados a la comunidad a partir de la clase de Matemática (Carranza 2016). Estos proyectos buscan darle sentido al aprendizaje. La dinámica principal consiste en promover que las disciplinas emerjan como herramientas racionales para las tomas de decisiones que el proyecto demanda. Para ello, un conjunto de características nos resulta necesario:

a) *Demanda de precisión*: las cuestiones a tratar requieren precisión en su tratamiento y procesos de modelación para favorecer la aparición de conceptos disciplinares; b) *Integración de tiempos*: usualmente, el aprendizaje es percibido por muchos estudiantes como una inversión para el eventual futuro profesional. Nosotros consideramos que el aprendizaje debe ser de utilidad para el hoy también (Carranza 2016); c) *Integración con la comunidad*: los proyectos se orientan a dar una respuesta real y concreta a un problema de la comunidad (Chrestia, Carranza, Quijano, Goin y Sgreccia, 2015). Entendemos que el aprendizaje debe ser de beneficio personal para el estudiante pero también colectivo y esto de manera directa; d) *Integración de disciplinas*: los problemas reales raramente son abordables desde una sola disciplina; y e) *Integración de personas e instituciones*: los proyectos son intencionalmente complejos, ellos requieren del trabajo colectivo no solo entre estudiantes sino también entre carreras y entre instituciones (Carranza, Sgreccia, Quijano, Goin y Chrestia, 2017).

### *La socioepistemología y el programa de modelación*

Asumimos un principio  $P'$ : la matemática funcional propia de la gente en la *relación recíproca y horizontal entre la matemática y el cotidiano*. Este  $P'$  genera una categoría de modelación  $\zeta(\text{Mod})$  que pone en juego el uso del conocimiento matemático,  $U(\text{CM})$ , de la gente, en situaciones específicas. Con este supuesto no preexisten *la Realidad* ni *la Matemática*. Se considera que la gente vive entre situaciones diversas,  $S_k$ . Entonces en el tránsito entre  $S_k$ , suceden epistemologías  $E_j$  (pluralidad) y transversalidades  $T_n$  (resignificaciones). Sin embargo, las  $S_k$  podrían estar sobre dominios de conocimiento  $D_m$  y en las alternancias entre los  $D_m$ . Siendo así, la categoría de modelación es la resignificación de usos,  $\text{Res}(U(\text{CM}))$ , cuando sucede un tránsito entre  $S_k$  y  $S_m$ , incluso en alternancia de dominios. Este es el conocimiento que genera  $\zeta(\text{Mod})$  y se compone de dos ejes: *la institucionalización y la transversalidad de saberes*, donde suceden situaciones  $S_{ij}$ , dominios  $D_j$  y alternancias de escenarios: *escuela-académico, trabajo-profesión y ciudad-cotidiano*. Al esquema de la relación de todos esos elementos, le llamamos *Marco del saber matemático de  $\zeta(\text{Mod})$*  (Cordero, 2017).

## ■ Algunos ejemplos

### *La modelación en el salón de clases*

A manera de ejemplo, Villa-Ochoa (2016) utilizó el modelo matemático del crecimiento fetal para promover en los estudiantes (futuros profesores) experiencias en las que usen modelos ya construidos en otras disciplinas. Inicialmente, el autor promovió el reconocimiento de las variables que intervienen en el fenómeno y de algunas de las características propias del modelo en la representación gráfica; involucró a los estudiantes en una descripción y comprensión del modelo, para ello, promovió la participación de los estudiantes en la búsqueda de preguntas y cuestionamientos que pudieran ser resueltos a través del modelo. Posteriormente, involucró a los estudiantes en la exploración conceptual de la covariación entre las variables involucradas en el fenómeno. Se formularon preguntas como: ¿Se puede observar algún patrón de crecimiento fetal durante el curso de la gestación? ¿Cuáles factores pueden influir o determinar el peso al nacer? Existen etapas en el proceso de gestación ¿Cuáles podrían ser los intervalos en los cuales se caracterizan esas etapas? ¿Cuáles criterios podrían definirlas y cuáles serían los pesos fetales promedio en tales etapas? Dado que la modelación no es solo una herramienta para el aprendizaje de la matemática, se promovieron acciones que pudieran aportar al futuro desempeño profesional de los participantes. Para el caso de la investigación, el autor creó una fase, dentro de la modelación, en la que promovió reflexiones de la modelación y su uso en las futuras prácticas profesionales. A partir de la experiencia, Villa-Ochoa (2016) señaló que los estudiantes tienden a concentrar sus esfuerzos en la construcción de una expresión algebraica; ello, por el grado de confianza que genera la manipulación algebraica en la determinación de cantidades y descripciones sobre el fenómeno. Depositar la actividad matemática, conforme el autor documentó, en el análisis de modelos ya construidos, aportó para que los estudiantes reconocieran usos sociales de los modelos matemáticos; otras maneras de producción de conocimientos matemáticos en el aula; y que en los modelos matemáticos se puede romper reglas cuando se encuentran en un ámbito extramatemático.

### *La introducción de la modelación en la práctica docente*

Para avanzar en la comprensión de cuáles son los aspectos de modelación que se reproducen en la práctica docente, se ilustra a continuación los elementos de una Situación de Modelación del Movimiento cuyo diseño está condicionado por los datos epistemológicos que aporta la categoría Modelación-Graficación para el estudio de la variación y el cambio (Suárez, 2014), a saber: *la graficación antecede a la función, la gráfica es argumentativa, y el uso de las gráficas tiene un desarrollo*. En ese sentido, en el diseño se consideraron los siguientes elementos: 1) la situación establecerá como condición el uso de las gráficas para estudiar un fenómeno de variación, de tal manera que sea propensa a generar preguntas sobre la variable con respecto al tiempo, o sobre cómo cambia, 2) la situación debe ser susceptible a simularse mediante una toma de datos de la variable (distancia, temperatura), en diversos instantes de tiempo, generando múltiples realizaciones, identificación de patrones, realización de ajustes y desarrollo en el razonamiento, 3) se construirán argumentos relacionados con el funcionamiento del uso de las gráficas en la modelación. Conjuntando los elementos se espera, de parte de los participantes, una reorganización de sus conocimientos para establecer una nueva forma del uso de las gráficas para la realización de estas tareas y, también, se espera que los estudiantes hagan funcionales algunos de los argumentos construidos. Cabe mencionar, que este diseño se ha trabajado en talleres de formación docente en los que no se concibe al profesor sólo como un usuario de las actividades, sino que nos concentramos en sus decisiones en clase al convertirse en diseñador de situaciones de aprendizaje, que tome en cuenta sus contextos educativos y sus propios saberes. Los profesores proponen la planeación de una situación problemática trabajada a partir de la modelación graficación con tecnología. En la fase de planeación por parte de los docentes se observa un avance al inventar o adaptar situaciones de aprendizaje para trabajar contenidos matemáticos de su asignatura con la modelación-graficación con tecnología. En cuanto al uso de la tecnología han hecho visibles el uso del celular (para sacar video) y del Tracker (programa que procesa el video y al determinar variables del movimiento grafica relaciones entre las variables), con ello se discute la complejidad de afrontar el reto de implementación de estrategias didácticas con tecnología de manera colegiada, en grupos de dos y tres profesores. En cuanto a las categorías que definen la reproducibilidad identificadas en la literatura tenemos que para los profesores: 1) la fundamentación epistemológica, los datos epistemológicos de la modelación-graficación en este caso, sirven como argumentos de justificación en el uso de la actividad, 2) los elementos didácticos del rediseño de la tarea representan una guía para la instrumentación de sus propias actividades de aprendizaje y 3) las consideraciones metodológicas de la instrumentación de la tarea y el análisis de resultados, hasta este momento no han sido trabajadas por los profesores. Estos primeros datos nos dan elementos para afirmar que los profesores toman de las investigaciones los aspectos prácticos y que sirven para implementar estrategias novedosas en sus salones de clase.

### *La modelación en la cultura*

Para mostrar el proceso de modelación en las culturas, un grupo de estudiantes, en Brasil, en un curso de especialización, buscaron comprender, entender, y saber cuáles eran las *matemáticas* utilizadas por Joaquim, en Ijuí, en Rio Grande do Sul, quien producía vinos y construía sus propios toneles, utilizando ideas, procedimientos y prácticas matemáticas, por medio del proceso de matematización que fue transmitido por sus antepasados italianos (Bassanezi, 2002). La figura 1 muestra una matematización del tonel de vino.

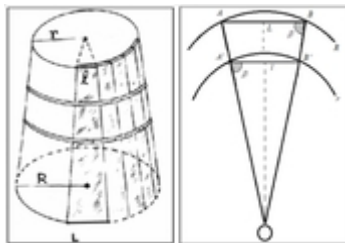


Figura 1. Matematización del tonel de vino. (Bassanezi, 2002)

En otro ejemplo, Rios (2000) buscó entender y comprender el proceso mental de idealización de *ponchos* (vestimenta utilizada como abrigo o sobretodo) y *aguayos* (vestimenta utilizada como mantilla) que son confeccionados por las campesinas bolivianas por medio de *etnomodelos* mentales. En esta investigación, Rios (2000) describió las prácticas *matematizadoras* que son utilizadas en la confección de estos tipos de vestimentas y, observó que durante este trabajo las campesinas están constantemente evaluando y analizando los resultados, alterándolos, en caso de que el *etnomodelo* obtenido no esté de acuerdo con las representaciones mentales que fueron previamente concebidas.

*La modelación en la interdisciplinariedad*

Compartiremos aquí un tipo de proyecto que venimos realizando desde el año 2014. Se trata de la construcción e instalación de molinos Savonius en puestos rurales de la Patagonia Argentina. Ese año construimos e instalamos el primero. Durante los años 2015 y 2016 construimos otro y al presente nos encontramos construyendo 8 molinos que serán instalados por los estudiantes en puestos rurales. En particular estos proyectos permiten abordar procesos relativamente completos de modelación de manera integral. En efecto, el contexto real y motivador aparece como problemática a resolver. Ese contexto presenta variables relevantes a retener y otras a descartar. El proceso de selección e identificación de las variables relevantes resulta rico en debates en general para los estudiantes. Luego se produce la articulación de las variables para llegar a construir un modelo pertinente. La instancia siguiente consiste en descubrir y analizar nuevas relaciones entre las variables, ya ahora en el marco del modelo para, finalmente, volcar esos análisis a la realidad que lo motivó. Resulta interesante observar cómo esos análisis efectuados en el plano del modelo son muy potentes en términos de relaciones inferidas las que por cierto serían casi imposibles de elaborar si se trabajara en el plano del contexto real. La figura 2 muestra uno de estos molinos al momento de su instalación.



Figura 2. Montaje del molino. (Chrestia et al., 2015)

Abajo pueden verse algunas imágenes de análisis efectuados en el plano de la modelación sobre cuestiones a resolver en el proyecto con ayuda del software GeoGebra.

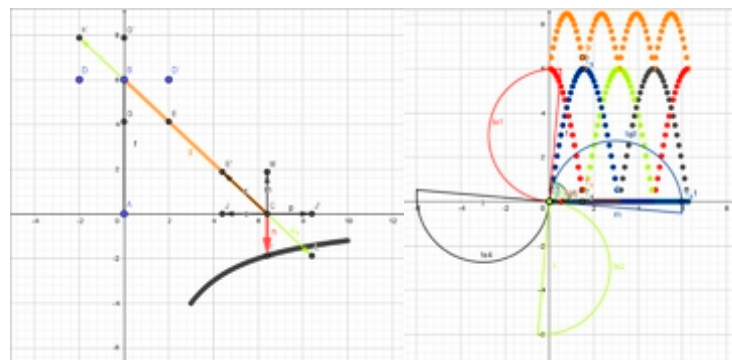


Figura 3. Variación de los esfuerzos y vibración del rotor

El primero corresponde al estudio de variación de los esfuerzos en las riendas en función de la ubicación de la misma. El segundo, a partir del área variable al viento, él permite explicar las vibraciones del rotor, entre otras cuestiones.

### *La modelación en la transversalidad de saberes*

La transversalidad de saberes exige de un estatus epistemológico que rinda cuentas del conocimiento matemático con relación a los cotidianos de otras disciplinas. Se requiere ubicar una dimensión social que problematice la relación de los dominios multidisciplinares (Cordero, 2017). En consecuencia, el *programa de transversalidad de saberes* valora los conceptos en torno al conocimiento, para mejorar el aprendizaje de la matemática, como: la institucionalización, usos e instrumentos, las prácticas sociales que norman las construcciones del conocimiento, el cotidiano, la labor, el trabajo y las acciones humanas, (Mendoza y Cordero, 2012). A continuación, se presenta un ejemplo que dará cuenta de la función y forma del conocimiento matemático desde la condición del ingeniero; el cual compone un *marco de referencia* para favorecer *el diálogo entre la matemática y la ingeniería* (Mendoza y Cordero, 2018). En este caso, se considera a la *Ingeniería Biónica*. Ésta se concibe como el conjunto de conocimientos interdisciplinarios entre la electrónica y la biología para crear sistemas artificiales y *reproducir* las características y la estructura de organismos vivos (Mendoza y Cordero, 2018). Estudiamos una comunidad de estos ingenieros, durante tres meses, en diseños de situación de *Sistemas de Control*: construyen dispositivos artificiales que se conforman de procesos que se requieren controlar, para reproducir características y estructuras deseadas. Esta comunidad la delimitamos en su profesión y formación escolar. La estabilidad de estos sistemas, modelados por ecuaciones diferenciales, conlleva la emergencia de diferentes conceptos y técnicas para la Teoría de Control y para la matemática misma (Mendoza y Cordero, 2018). En el diseño se observaron tres momentos.  $M_1$ : Dinámica del sistema,  $M_2$ : Ajuste de la función de transferencia o modelo de comportamiento,  $M_3$ : Control de la señal de salida y estabilidad. Cada momento está sujeto a la *Reproducción de Comportamientos* deseados; es decir, que la señal de salida tienda a comportarse como el valor de referencia. De esta manera, la estabilidad se *significa* en el comportamiento de las señales de un sistema de control, provocando *procedimientos* como la comparación entre las señales, lo que conlleva variar los parámetros de la ecuación diferencial que modela el sistema y significándola como un *instrumento* que modela la estabilidad de la señal de salida y así reproducir el comportamiento inicialmente propuesto. El artefacto considerado fue un “Sistema de control de temperatura de un foco” (ver figura 4).



**Figura 4.** Sistema de control de temperatura de un foco. (Mendoza y Cordero, 2018)

El escenario escolar de esa comunidad de ingenieros, nos ofreció una transversalidad del uso de la estabilidad: la *Reproducción de un Comportamiento en un Sistema de Control*. Se problematiza el diseño (la instrucción que organiza comportamientos). Esto compone una *epistemología de usos*, la cual se confronta con la matemática escolar. *Reproducción de comportamientos es una categoría de modelación que expresa una matemática funcional*; en ese sentido ecuaciones diferenciales, como  $ay' = f - y$ , son el modelo de la reproducción de comportamientos; no se trata de “encontrar la solución que no se conoce”, son *instrucciones que organizan comportamientos* (Mendoza y Cordero, 2018).

## ■ Implicaciones y conclusiones

Las perspectivas señaladas anteriormente obligan a reflexionar sobre los programas habituales de formación y desarrollo del docente de matemáticas en todos los niveles educativos. Elementos como: *valorar los usos del conocimiento matemático que emergen en la gente; la matematización de la realidad, elaborada por miembros pertenecientes a grupos culturales distintos; los proyectos interdisciplinarios y su relación con los cursos de matemáticas; los diseños de situación de modelación-graficación que incentivan el uso de la tecnología digital y reconocer los usos sociales de los modelos matemáticos*; crean visiones ontológicas y epistemológicas que en general no están incluidas en los programas educativos de Latinoamérica y tal vez del mundo. Entonces, habrá que crear *programas de acompañamiento permanente, con el profesorado, que reconstruyan la matemática escolar*. En ese sentido, concluimos que las perspectivas de la investigación y de la afectación a la educación de la matemática deberán construir caminos cada vez más estrechos entre la matemática (escolar) y el cotidiano de la gente (realidad). Los programas de modelación con base en la construcción social del conocimiento son consecuentes con esa idea. Estos programas señalan la emergencia de un núcleo epistemológico que derivará en el cambio de la matemática escolar acompañado de la función del docente. Tal núcleo compondrá diferentes líneas simultáneas donde sucedan las transversalidades de saberes y la función del docente será mantenerlas como acciones del aprendizaje. Tenemos, entonces, el compromiso de generar el diálogo entre los diferentes programas de modelación para mejorar conjuntamente los aprendizajes de la matemática.

## ■ Referencias bibliográficas

- Araújo, J. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *ALEXANDRIA. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 55–68.
- Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *ZDM*, 38(3), 293–301. <https://doi.org/10.1007/BF02652812>
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo, SP, Brasil: Editora Contexto.
- Blum, W. & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Carranza, P. (2016). Cálculo y construcción de un molino Savonius. Una propuesta didáctica integral. *Novedades Educativas*, (306).
- Carranza, P. Sgreccia, N. Quijano, T. Goin, T. y Chrestia, M. (2017). Ambientes de aprendizaje y proyectos escolares con la comunidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 10(1), 50-61.
- Chrestia, M.; Carranza, P.; Quijano, T.; Goin, M. y Sgreccia, N. (2015). Proyectos con la comunidad. Un camino hacia la integración de los conocimientos. *Novedades Educativas*, 299, 30-36.
- Common Core Standards Writing Team. (2013). *Progressions for the Common Core State Standards in Mathematics* (draft). High School, Modeling. Tucson, AZ: Institute for Mathematics and Education, University of Arizona.
- Cordero, F. (2016). Modelación, Funcionalidad y Multidisciplinariedad: el eslabón de la matemática y el cotidiano. En J. Arrieta y L. Díaz (Coord.). *Investigaciones Latinoamericanas. Modelación de la Matemática Educativa* (pp. 59-88). Barcelona, España: Gedisa.
- Cordero, F. (2017). *La matemática y lo matemático. Transversalidad y modelación: un programa socioepistemológico*. Manuscrito en preparación.
- D'Ambrosio, U. (1990). *Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer*. São Paulo, SP, Brasil: Editora Ática.
- Hirsh, C. & McDuffie, A. (2016). *Annual Perspectives in Mathematics Education: Mathematical Modeling and Modeling Mathematics*. USA: NCTM.
- Mendoza-Higuera, E.J. & Cordero, F. (2012). El uso de las ecuaciones diferenciales y la ingeniería como comunidad. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 25, 1023 - 1030



- Mendoza-Higuera, E.J. & Cordero, F. (2018). La Modelación en las Comunidades de Conocimiento Matemático. El Uso Matemático en Ingenieros Biónicos. El Caso de la Estabilidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 36 – 61.
- Orey, D. C. & Rosa, M. (2015). Three approaches in the research field of ethnomodeling: emic (local), etic (global), and dialogical (glocal). *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 364-380.
- Parra-Zapata, M. M. & Villa-Ochoa, J. A. (2016). Interacciones y contribuciones. Formas de participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática. *Actualidades Investigativas en Educación*, 16(3), 1–27. <https://doi.org/10.15517/aie.v16i3.26084>
- Rios, D. P. (2000). Primero etnogeometría para seguir con etnomatemática. In: Domite, M. C. (Ed.). *Anais do Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática – CBE1* (pp. 357-375). São Paulo, SP, Brasil: FE-USP.
- Rosa, M. & Orey, D. C. (2003). Vinho e queijo: etnomatemática e modelagem! *BOLEMA*, 16(20), 1-16.
- Rosa, M. & Orey, D. C. (2017) *Etnomodelagem: a arte de traduzir práticas matemáticas locais*. São Paulo, SP, Brasil: Editora Livraria de Física.
- Soto, A.Y.; Luna, V.H. y Navarro, M.R. (Julio, 2016). *Competencias digitales para la innovación: las Comunidades virtuales de aprendizaje de matemáticas, Bioquímica y cultura financiera*. Paper presentado en el 13th International Congress on Mathematical Education, Hamburgo.
- Suárez, L. (2014). *Modelación-graficación para la matemática escolar*. México: Díaz de Santos.
- Villa-Ochoa, J.A. Castrillón-Yepes, A. y Sánchez-Cardona, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemática. *Espaço Plural*, 18 (36), 219-251.
- Villa-Ochoa, J. A. & Berrío, M. J. (2015). Mathematical Modelling and Culture: An Empirical Study. In G. A. Stillman, W. Blum & M. S. Biembengut (Eds.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice* (pp. 241-250). Switzerland: Springer
- Villa-Ochoa, J. A. (2016). Aspectos de la modelación matemática en el aula de clase. El análisis de modelos como ejemplo. En J. Arrieta & L. Díaz (Eds.), *Investigaciones latinoamericanas de modelación de la matemática educativa* (pp. 109–138). Barcelona: Gedisa.
- Villa-Ochoa, J. A.; Rosa, M. & Gavarrete, M. E. (2018). Aproximaciones socioculturales a la Modelación en Educación Matemática. Aportes de una comunidad latinoamericana. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 4–12.
- Zawojewski, J. (2013). Problem solving versus modeling. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (pp. 237–43). New York, NY: Springer.