Estudio del rotor en un proyecto de cálculo, construcción e instalación de molinos Savonius en clase de Matemática

Pablo Fabián Carranza y Ailén Morales
Universidad Nacional de Río Negro
pcarranza@unrn.edu.ar
ailenmorales134@gmail.com

Justificación de la situación de aprendizaje y objetivos

Cuando se piensan situaciones de enseñanza-aprendizaje de matemática, el punto de partida suele ser un concepto disciplinar a enseñar (Chevallard, 1985) para luego encontrar un contexto que le de sentido al mismo. En este capítulo compartiremos una propuesta que de alguna manera altera esa dinámica, aunque claro está, hay conceptos a enseñar, y muchos por cierto.
En este caso, el punto de partida es una reflexión sobre las condiciones que facilitan la atribución de sentido de los conceptos disciplinares por parte de los estudiantes. ¿Por qué nos interesamos al sentido? Por varias razones, una se refiere a nuestra adhesión a la idea que los aprendizajes son más significativos si los estudiantes le encuentran sentido a los conceptos; otra tiene que ver con un principio ético: los estudiantes, y nosotros los docentes también, tenemos derecho a realizar actividades que tengan sentido en nuestra vida.

Ahora bien, entendemos que el sentido no es una cualidad que le pertenece a una propuesta didáctica (Develay, 1994, 2004) y de hecho, entendemos también que los saberes tampoco portan un sentido en sí mismos (de Vecchi & Carmona-Magnaldi, 1996). En todo caso, consideramos al sentido como una construcción que un estudiante se realiza, en función de sus vivencias, sus expectativas, sus emociones, etc.
Si bien entonces consideramos al sentido como una construcción personal, admitimos también que hay características de la propuesta didáctica que pueden facilitarle al estudiante la apropiación de la misma y así integrarla a sus vivencias, expectativas y emociones.
Entre las características que entendemos facilitan la atribución de sentido está la que llamamos “dimensión temporal”. Ella se desarrolla en dos direcciones: el presente y el futuro. De manera resumida, diremos que pretendemos que los saberes sean de utilidad para el futuro de los estudiantes, pero también para el presente.
Otra dimensión retenida a la hora de diseñar la propuesta y fuertemente relacionada a la anterior es la referida a la “funcionalidad de los saberes”. Entendemos que ellos no solo deben servir para comprender el mundo que rodea a los estudiantes sino también para intervenir en él.

Una tercera dimensión es también considerada, ella se refiere a lo que llamamos la “trascendencia de los saberes”. Buscamos que los saberes sean vividos por los estudiantes como de utilidad no solo para ellos sino también para la comunidad.

Entendemos también que estas características se potencian si ellas aparecen en un contexto real y no de manera evocada como sería por ejemplo por medio del discurso. Cuando hablamos del término “real” nos estamos refiriendo no solo que el contexto exista sino también que los estudiantes puedan experimentarlo realmente, sin ficciones didácticas, para así, en total autenticidad, atribuirle sentido a los conceptos disciplinares.

Ahora bien, una situación en un contexto real, donde los estudiantes puedan “sumergirse” en el problema, rara vez se aborda desde lo monodisciplinar. En general un contexto de la vida real resulta complejo (y muy rico) y demanda la convocación de varias disciplinas para su resolución. Otra característica de los contextos reales es que suelen anidar en su interior varias situaciones de enseñanza aprendizaje. Hablaremos entonces de proyecto para caracterizar la problemática a abordar y de situaciones al interior del proyecto para referirnos a las etapas del mismo.

En este capítulo, proponemos una síntesis de una situación que se desarrolla en el marco de un proyecto interdisciplinario. El proyecto consiste en el cálculo, construcción e instalación de molinos Savonius (Savonius, 1922) para pobladores rurales en economía de subsistencia. La situación que retendremos aquí es la referida al estudio del rotor de estos molinos y nos centraremos en los conceptos de matemáticas que emergen en ese estudio del rotor. El proyecto, desde luego, ha permitido desarrollar varias situaciones más, atendiendo a los interrogantes a responder en la medida que se avanza en el proyecto, pero por razones de espacio, nos limitaremos a la del rotor.

El proyecto lo venimos reiterando desde hace 4 años en la Universidad Nacional de Río Negro, Argentina, en la cátedra de Matemática del primer semestre del primer año de la Tecnicatura Superior en Mantenimiento Industrial (Carranza, 2015, 2017).
La imagen I representa un esquema del tipo de molino en cuestión. El diseño retenido resulta de bajo costo y bajo mantenimiento, y puede construirse incorporando elementos reciclados.

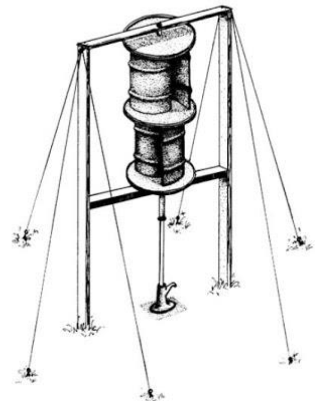

Imagen I. Esquema de molino Savonius

Los conceptos disciplinares, en particular los de matemática, aparecen como herramientas conceptuales que permiten construir argumentos racionales para las toma de decisiones que el proyecto demanda. En efecto, por las características del proyecto, este no puede abordarse desde lo intuitivo o realizando ensayos y errores hasta encontrar una solución aceptable. Si el molino está mal construido, podrían lastimarse personas o dañarse bienes de los pobladores rurales, o incluso desilusionar a los destinatarios en las expectativas generadas. Así entonces, los conceptos disciplinares resultan necesarios para dar seguridad a las acciones constructivas y de instalación que los estudiantes llevan a cabo en el proyecto.

La situación que retenemos aquí, es parte de la problemática referida a la potencia que entrega el molino. Esta cuestión resulta indispensable de ser abordada para saber si el molino responderá a los requerimientos del campo donde se instalará.
La potencia del molino depende básicamente de dos grandes variables: la velocidad del viento y el área del rotor. La velocidad del viento en nuestro caso, es estudiada a partir de una base de datos proveniente de una estación meteorológica de un organismo gubernamental (datos registrados cada 10 minutos durante cinco años). En lo que respecta al área del rotor, una posibilidad es realizar una suerte de simulación simplificada en Geogebra (www.geogebra.org). Compartimos más abajo la que solemos realizar con los estudiantes en el proyecto. La Imagen II es un esquema del rotor que construyen los estudiantes.

Imagen II. Esquema de rotor en molino Savonius

Situación de aprendizaje

El proyecto es presentado al inicio del cursado de la cátedra de matemática y resulta troncal a la misma. La mayoría de los conceptos disciplinares que abordamos en la cátedra se desprenden de necesidades del proyecto o de cuestiones asociadas. Así, el proyecto es el que demanda y da sentido a los saberes disciplinares. Ellos aparecen por su contribución a la indispensable racionalidad que el proyecto demanda. El enlace de abajo permite acceder a un vídeo corto resumiendo la etapa de instalación de dos molinos Savonius en puestos rurales de la Patagonia Argentina.

https://www.youtube.com/watch?v=889fvPzVK1g&t=2s

En lo que respecta al rotor, desde los inicios del proyecto, los estudiantes se interrogan sobre varias cuestiones cuando ven el diseño propuesto por los profesores, por ejemplo:

- Por qué los medio-tambores van en dos niveles y no todos en uno mismo?
- Por qué 4 medio- tambores y no más?
- Por qué predominan los abulonados y no las soldaduras?
- Por qué se colocan las chapas circulares abajo y arriba de los medio-tambores?
- Alcanzará el molino a extraer el volumen de agua que la familia en cuestión necesita?, etc.

Para decidir con argumentos sobre estas cuestiones, les proponemos a los estudiantes realizar una simulación simplificada en Geogebra del rotor del molino. La construcción de esta simulación permite aportar respuestas a esas y otras preguntas que ellos plantean. Decimos que esta modelización es ascendente pues la construcción se inicia de manera descriptiva y no de manera analítica, representando sintéticamente los elementos fundamentales del rotor para luego sí identificar las relaciones y funciones matemáticas involucradas. Esta dinámica ascendente la justificamos por las escasas o nulas experiencias de los estudiantes tanto sea en modelizaciones de contextos reales como en el software Geogebra.

Una primera etapa, difícil para quienes nunca han modelizado contextos reales sin recortes didácticos por parte de los docentes, consiste en retener los elementos esenciales (Brown, 2019; Maaß, 2006) dentro del amplio abanico que presenta el contexto. En nuestro caso, les proponemos a los estudiantes una representación simplificada en dos dimensiones de una vista dinámica superior del rotor.

Una de las simplificaciones consiste en centrarse en la parte cóncava de cada medio tambor. Otra simplificación es no considerar el solapamiento que se produce entre los dos medio-tambores.

La imagen III muestra una captura de pantalla de la representación dinámica en dos dimensiones de un medio-tambor del rotor. En el caso de esta captura de pantalla, este medio-tambor, llamado Tambor1, se encuentra a 14° respecto de la horizontal y como admitimos que el viento proviene de abajo hacia arriba, su sección al viento está determinada por la proyección de su diámetro sobre el eje horizontal.

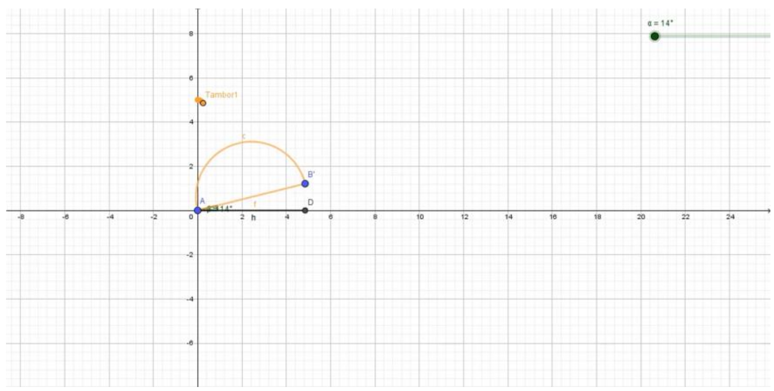

Imagen III. Representación de tambor en Geogebra.

La imagen IV muestra la evolución de la proyección del diámetro sobre el eje horizontal luego de haber girado el medio-tambor un ángulo de 504° respecto de la horizontal. Cabe acotar que la rotación del medio-tambor es controlada por el deslizador y que el gráfico se obtiene con la herramienta “rastro” de Geogebra del punto llamado Tambor1. Por cierto, Tambor1 tiene el valor del ángulo como abscisa y como ordenada, la abscisa de la proyección del diámetro sobre el eje horizontal. Esto cuando esa abscisa es positiva, sino, toma el valor cero.

Imagen IV. Aporte del tambor 1 a la sección al viento del rotor

Las partes constantes de la gráfica corresponden al tambor1cuando su diámetro transita por el segundo y tercer cuadrante. El aporte de su parte cóncava es nulo allí. La Imagen V muestra finalmente los cuatro medio-tambores, sus aportes individuales y la proyección total (curva verde).

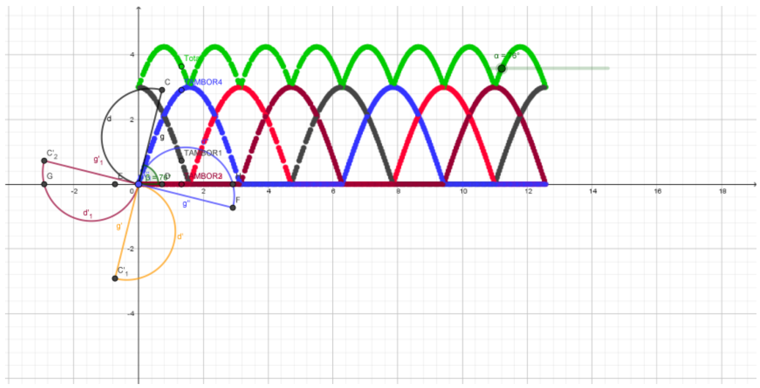

Imagen V. Contribuciones de tambores y sección total del rotor

Intenciones y aprendizajes

Nos preguntamos: ¿qué se aprende construyendo esta simulación del rotor?
Respondemos que se aprende en varias direcciones, retendremos por ahora dos. Por un lado se aprenden (o se resignifican) conceptos de matemática y por otro lado, se aprende (y se comprende) sobre el funcionamiento del molino que los estudiantes están construyendo. Comenzamos con los conceptos de matemática:

Recordemos que la simulación fue construida con los estudiantes de manera ascendente, iniciándola descriptivamente a partir de la proyección de los diámetros de los tambores sobre el eje horizontal. Para conocer el área al viento de cada medio-tambor basta con multiplicar la proyección por la altura del tambor.
La elección de iniciarla de manera descriptiva se justifica por las dificultades de los estudiantes para modelizar la evolución de las proyecciones directamente por medio de funciones trigonométricas. Por cierto, las funciones trigonométricas correspondientes son abordadas luego de haber realizado la simulación, cuando ellas fueron identificadas por los estudiantes. Más precisamente, la simulación permite, sea aprender, sea resignificar, conceptos referidos a:

-par ordenado
-ángulos
-segmento

-circunferencia
-rotación
-punto medio
-rectas perpendiculares
-rectas paralelas
-función
-funciones por partes
-funciones trigonométricas
-funciones lógicas
-derivadas

Respecto al funcionamiento del molino, la simulación ayuda a comprender sobre:

- El aporte de cada medio-tambor al movimiento (parte cóncava) y el aporte al frenado (parte convexa) según su posición al viento.
- La variabilidad de la proyección total indica que el molino posee vibraciones (puntos no derivables en curva verde y de cambio de signo de derivada). Cabe acotar que antes de construir la simulación, los estudiantes suelen pensar (erróneamente) que las vibraciones se deben a un rotor mal balanceado.
- Esas vibraciones, inherentes al diseño, pueden afectar a largo plazo las soldaduras, que son realizadas por ellos mismos (aprendices soldadores), por eso se privilegian los abulonados.
- Esas vibraciones también pueden afectar al rotor, por lo que se agregan los chapones circulares en los extremos y en el medio, para mitigar el efecto de las vibraciones.

En general ocurre que los estudiantes, con la intención de eliminar las vibraciones, proponen aumentar la cantidad de medio-tambores agregando más en filas superiores. Ello los lleva a construir nuevas simulaciones con más medio-tambores. Esas simulaciones les permiten concluir que las vibraciones continuarán, solo que disminuirán en intensidad aunque aumentarán en frecuencia. La Figura VI muestra la simulación realizada por una estudiante que deseaba analizar cómo se vería afectada el área total al viento del rotor si en lugar de 4 medio-tambores, se colocaran 6.

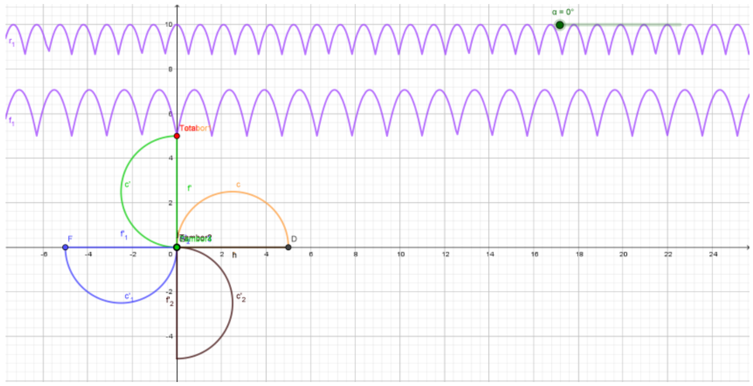

Imagen VI. Secciones totales al viento con 4 y con 6 medio-tambores.

La problemática del agregado de más niveles de medio-tambores se discute también desde otros argumentos:

- Es cierto que el agregado aumenta la potencia del molino pero ello implicaría:
    - mayor inercia de arranque y por ende arranque a mayor velocidad (es aconsejable que el molino extraiga poca agua con frecuencia en vez de mucha agua raramente). Sobre todo porque el estudio de registros de vientos de la zona indican alta frecuencia de registros de baja velocidad de viento.
    - mayores refuerzos en el sistema de sujeción del molino
    - Aumento de costos de construcción y de traslado a los campos, etc.

En párrafos anteriores nos referimos a aprendizajes de matemática y a aprendizajes referidos a la construcción del molino. Pero hay más tipos de aprendizajes que se producen en el proyecto en general y en la situación del rotor en particular.

Un tipo de aprendizaje muy importante que observamos es el referido al desarrollo de habilidades y competencias sobre modelización (Malcolm Swan, Ross Turner, Caroline Yoon, & Muller, 2007; Stillman, 2019). La simulación que aquí proponemos resulta muy potente en algo que entendemos es fundamental: Las conclusiones construidas sobre el molino a partir de la simulación del rotor hubieran sido imposibles o muy difíciles de elaborar por medios intuitivos. Aquí reside una de las principales potencialidades de este tipo de situaciones: ellas permiten que los estudiantes elaboren y se apropien de conclusiones de orden superior a las que obtendrían de manera intuitiva.

Desde este punto de vista podemos decir que hay dos tipos de modelizaciones: las descriptivas y las prescriptivas (Heuvel-Panhuizen, 2018). Las primeras, como su nombre lo indica, describen un fenómeno u objeto, las segundas indican cómo deberían hacerse esos objetos. Unas permiten comprender, las otras nos dicen cómo proceder.

En este caso, esta modelización podemos decir que resulta dual, ella describe (aunque simplificadamente) el funcionamiento del rotor y a su vez permite a los estudiantes tomar decisiones racionales sobre cómo construir el molino.

En este sentido decimos que las modelizaciones resultan representaciones que permiten elaborar argumentos convincentes para y por los estudiantes, y esto por el encadenamiento lógico argumentativo sobre el que se apoya la construcción de la misma. Hemos comprobado que el nivel de convencimiento obtenido luego de construir y analizar una modelización es superior al que se obtiene con una enunciación de, por ejemplo, el profesor.

Otro tipo de aprendizaje que consideramos importante es el referido al desarrollo de habilidades de trabajo en equipo y cumplimiento de objetivos complejos. Los estudiantes, los nuestros al menos, suelen desarrollar habilidades para el trabajo individual: sus exámenes son individuales, lo mismo que sus recuperatorios, etc. En las actividades personales y laborales, tanto del presente como del futuro, rara vez se trabaja individualmente, bien al contrario, los objetivos y responsabilidades son de un equipo. Esto ocurre en el proyecto de los molinos en el cual se encuadra la situación propuesta. En efecto, si bien los saberes son abordados por la totalidad de los estudiantes, la dinámica del proyecto delega la construcción de partes del molino a grupos. Así, el rotor es construido por un conjunto de estudiantes, las bases y tensores por otro, la estructura por otro, etc.
En este sentido, hemos observado aprendizajes significativos respecto de la visión que deben incorporar los estudiantes sobre su inserción en un todo, en su equipo.

Como comentamos anteriormente, la inmensa mayoría de las situaciones que los estudiantes enfrentan en su vida personal y laboral resulta de abordaje interdisciplinar. En este sentido, la situación aquí presentada en particular y el proyecto en general resultan un contexto rico en interrelaciones entre disciplinas. Destacamos las siguientes: Matemática, Física General, Resistencia de los materiales, Hidráulica, Dibujo, Construcción, Estadistica entre otras.

Por último, regresamos sobre la dinámica de esta propuesta que, como comentamos al inicio, no responde a la lógica tradicional de identificar un concepto disciplinar y luego buscar un contexto que le de sentido. En este caso, el proyecto demanda racionalidad y es esa necesidad de argumentos fundados la que hace convocar saberes, saberes que por cierto resultan de disciplinas diferentes y que interactúan para en conjunto devenir herramientas racionales de toma de decisiones.

Bibliografía

Brown, J. (2019). Real-World task context: Meanings and roles. In I. Monographs (Ed.), *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education*: Springer.

Carranza, P. (2015). Molino Savonius. Proyecto de extensión y marco didáctico en clases de matemática. *Extensionismo, innovación y transferencia tecnológica. Claves para el desarrollo, 2*, 55-61.

Carranza, P. (2017). Proyectos interdisciplinarios con la comunidad. Posibilidades y dificultades. *Kimun., III*(5).

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique* (1991 ed.). Grenoble: La Pensée Sauvage.

de Vecchi, G., & Carmona-Magnaldi, N. (1996). *Faire construire des savoirs*.

Develay, M. (1994). Le sens dans les apprentissages: du désir au passage a l'acte. *Pedagogie collégiale, 7*(4).

Develay, M. (2004). *Donner du sens à l'école*.

Heuvel-Panhuizen, M. v. d. (2018). *International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics. Visions on and Experiences with Realistic Mathematics Education*: Springer Open.

Maaß, K. (2006). What are modeling competencies? *the international journal on mathematics education*.

Malcolm Swan, Ross Turner, Caroline Yoon, & Muller, E. (2007). The role of modelling in learning mathematics. In N. I. S. Series (Ed.), *Modelling and Applications in Mathematics Education*: Springer.

Savonius, S. (1922). *The wind rotor. In theory and practice*. Helsingfors.: Savonius & Co.

Stillman, G. (2019). State of the Art on Modelling in Mathematics Education—Lines of Inquiry. In G. Stillman & J. Brown (Eds.), *ICME 13. Lines of inquiry in mathematical modelling research in education*. Hamburg: Springer.