

Universidad Nacional de Río Negro

Sede Alto Valle



Trabajo Final de Grado

Licenciatura en Administración de Empresas

La teoría de la Selección de Carteras de Markowitz: análisis
y aplicación al Mercado de Valores Argentino

Autor

Campos Kopprio, Cecilia

Tutor

Dr. Miguel, Fabio

Villa Regina, 2022

Índice

Índice	2
Índice de figuras	4
Índice de tablas	4
Resumen	6
Abstract.....	6
1. Capítulo 1: Introducción.....	7
1.1. Antecedentes	7
1.2. Planteo del Problema	9
1.3. Objetivo general del trabajo.....	11
1.4. Objetivos específicos:	11
1.5. Justificación	12
1.6. Limitaciones del estudio	12
2. Capítulo II: Marco teórico.....	13
2.1. Introducción	13
2.2. Teoría moderna de la selección de carteras de Markowitz.....	14
Modelo de Markowitz	14
Supuestos.....	15
Variables y funciones objetivo del modelo.....	16
2.3. Rendimiento y riesgo un activo financiero individual.....	16
Rendimiento	16
Riesgo.....	16
2.4. Rendimiento y riesgo de una cartera de activos financieros.....	17
Rendimiento	17
Riesgo.....	18
2.5. Ejemplo de selección de una cartera con tres activos	20

Isomedias.....	21
Isovarianzas.....	22
2.6. Problema dual	25
2.7. Desventajas del modelo de Media Varianza.....	26
2.8. Medida de evaluación de Desempeño.....	27
Ratio de Sharpe	27
Tasa libre de riesgo	28
Cartera óptima (OPRA).....	28
Comparación de Ratios de Sharpe	29
2.9. El Mercado de Capitales Argentino.....	30
MERVAL – MERVAL25 (Benchmark).....	30
FCI-CONIOLA	31
3. Capítulo III: Método y Materiales.....	32
3.1. Método.....	32
3.2. Tipo de investigación.....	34
3.3. Participantes.....	34
3.4. Base de datos e instrumentos	35
3.5. Procedimientos.....	35
4. Capítulo IV: Resultados y Discusión	38
4.1. Estrategias de Inversión	38
4.2. Variables	38
Características probabilísticas de las series de rendimientos.....	39
4.3. Prueba preliminar del modelo.....	40
4.4. Validación	43
4.5. Evaluación del desempeño de la implementación	47
5. Capítulo V: Conclusiones y Recomendaciones	49
5.1. Conclusiones.....	49

5.2. Propuestas	49
6. Referencias	51
7. Anexos.....	55
7.1. Evolución de la composición del Merval25	55
7.2. Precios Activos Merval25.....	56
7.3. Frontera eficiente 31-05-2017	58
7.4. Otras aplicaciones	60

Índice de figuras

FIGURA 1: RESTRICCIÓN PRESUPUESTARIA.....	21
FIGURA 2: RESTRICCIÓN PRESUPUESTARIA DOS DIMENSIONES	21
FIGURA 3: CURVAS ISOMEDIAS PARA DIFERENTES NIVELES DE E.....	22
FIGURA 4: RIESGO DE LA CARTERA.....	22
FIGURA 5: ISOVARIANZAS PARA DIFERENTES NIVELES DE RIESGO	23
FIGURA 6: CONSTRUCCIÓN DE LA FRONTERA EFICIENTE (LÍNEA CRÍTICA).....	24
FIGURA 7: FRONTERA EFICIENTE.....	24
FIGURA 8: CARTERA ÓPTIMA DE ACTIVOS RIESGOSOS (OPRA).....	28
FIGURA 9: EVOLUCIÓN DEL Merval (2015-2019)	31
FIGURA 10: ETAPAS DE LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES	33
FIGURA 11: MÉTODO WALK FORWARD	37
FIGURA 12: FRONTERA EFICIENTE.....	41
FIGURA 13: RENDIMIENTOS EFECTIVOS.....	42
FIGURA 14: RETORNOS ACUMULADOS (BASE 100 AL 8-2015).....	44
FIGURA 15: BOXPLOT DE RENDIMIENTOS DE LAS TRES ESTRATEGIAS	45
FIGURA 16: HISTOGRAMAS DE LOS SHARPE RATIOS	46

Índice de tablas

TABLA 1: RENDIMIENTOS Y RIESGOS INDIVIDUALES	20
TABLA 2: VARIANZAS Y COVARIANZAS	20
TABLA 3: RESULTADOS PRUEBAS DE NORMALIDAD	39
TABLA 4: MATRIZ DE CORRELACIÓN.....	40
TABLA 5: RATIO DE SHARPE.....	43
TABLA 6: COMPARACIÓN DE RENDIMIENTOS MENSUALES	45

TABLA 7: TEST DE IGUALDAD DE SHARPE RATIOS	48
TABLA 8: EVOLUCIÓN DE LA COMPOSICIÓN DEL Merval25 (EN %).....	55
TABLA 9: COMPOSICIÓN FRONTERA 31-05-2017(EN %)	58

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo exponer una estrategia de inversión en el mercado de capitales argentino utilizando el método de optimización propuesto por Harry Markowitz, para obtener un mayor rendimiento por unidad de riesgo de manera consistente durante el periodo Julio 2015 – Marzo 2019. Dicha estrategia se compara con otras dos, por un lado replicar uno de los índices de referencia de nuestro mercado de capitales, el MERVAL25, y por el otro, invertir en el FCI Coniola.

En un principio se describen los antecedentes y se desarrollan las bases teóricas correspondientes con el fin de entender y poner en contexto el problema planteado en el presente trabajo.

Finalmente se evalúan las tres estrategias de inversión propuestas mediante un análisis y aplicación de las herramientas detalladas en la sección anterior, se exponen los resultados obtenidos y se presentan las conclusiones alcanzadas.

Abstract

The objective of this paper is to expose an investment strategy in the Argentine capital market using the optimization method proposed by Harry Markowitz, to obtain a higher return per unit of risk consistently during the period July 2015 - March 2019. Said strategy it is compared with two others, on the one hand, replicating one of the reference indices of our capital market, the MERVAL25, and on the other, investing in the FCI Coniola.

At first, the background is described and the corresponding theoretical bases are developed in order to understand and put the problem posed in this work into context.

Finally, the three proposed investment strategies are evaluated through an analysis and application of the tools detailed in the previous section, the results obtained are presented and the conclusions reached are presented.

1. Capítulo 1: Introducción

1.1. Antecedentes

Como lo afirma el propio Markowitz, la diversificación en las inversiones era una práctica bien conocida mucho antes de que publicara su destacado artículo en el año 52. Ya en la obra *El Mercader de Venecia*, Shakespeare hace que Antonio diga: “*Gracias a Dios, mi mercancía no está toda en un solo barco o en un lugar determinado, y no he arriesgado toda mi riqueza en la aventura de este año. Por lo tanto, no es mi mercancía lo que me pone triste*”. Acto 1, Escena 1.

A un nivel intuitivo Shakespeare en 1600 ya entendía la coherencia de diversificar, lo que hacía falta antes de 1952 era una adecuada teoría que considerara los efectos de la correlación sobre los riesgos al diversificar la inversión (Markowitz H. M., 1999).

Markowitz logró visualizar y representar este comportamiento del mercado en el artículo basado en su tesis doctoral, titulada “*Portfolio Selection*” (1952). En el mismo expuso el modelo de media-varianza basado en dos factores: la rentabilidad esperada y el riesgo asumido, demostrando que al diversificar se puede reducir el riesgo manteniendo el mismo nivel esperado de rentabilidad. Pero, lo más relevante fue que logró demostrar que la clave para diversificar una cartera no estaba simplemente en el número de activos que lo componen, sino en la correlación de los retornos de tales activos.

De esta forma el modelo de optimización de carteras de Markowitz (MK) se convirtió en un referente teórico fundamental en la conformación de carteras. Por lo tanto, podemos encontrar con el paso del tiempo, diferentes estudios por parte de investigadores y estudiantes sobre su aplicación en los distintos mercados de Capitales del mundo, entre ellos el de Argentina.

En su tesis de grado Galli y del Águila (1998) evaluaron la eficiencia del Modelo de Markowitz en el mercado de Capitales Argentino, donde trabajaron con datos históricos de 20 acciones. El criterio de selección de las mismas se basó en la liquidez que presentaban, y mediante un software lograron calcular la frontera eficiente, obteniendo así diversas carteras óptimas que se podían clasificar en función del riesgo que los inversores estaban dispuestos a asumir. A pesar de las críticas al modelo de Markowitz por su complejidad teórica, pudieron demostrar que, en ciertas circunstancias resulta de

gran utilidad para los administradores de carteras de inversión en mercados emergentes, como es el caso de Argentina.

En su trabajo Iñigo Díaz (2016) aplicó el modelo de Markowitz al Merval simulando una inversión de \$100.000; esto lo llevó a cabo a partir del análisis, con el software solver de Excel, de los datos históricos de las acciones que componían el panel líder, obteniendo así la frontera eficiente. Este análisis le permitió demostrar que los activos individuales presentaban una menor rentabilidad que cualquier portafolio sobre la frontera para un mismo nivel de riesgo. Por último, decidió incorporar a la cartera con el menor riesgo posible un activo libre de riesgo (LEBAC) con el objetivo de evaluar otra alternativa de inversión, obteniendo muy buenos resultados, dado que el nivel de riesgo se mantiene y el rendimiento de la cartera se incrementa.

Más reciente, Pappalardo (2018) busca demostrar la eficiencia de aplicar el modelo de Markowitz en el mercado de capitales argentino, trabajando con las acciones que componían el panel líder en el periodo Octubre 2013 - Octubre 2016. Mediante la utilización de Excel logró desarrollar todos los cálculos necesarios (varianza, desviación estándar, matriz de covarianzas), para así obtener la frontera eficiente con las diferentes carteras óptimas. La elección de una u otra cartera depende de la aversión al riesgo por parte del inversor.

Y finalmente, en una reciente publicación de Milanesi (2018) en la Revista Argentina de Investigación en Negocios, el autor realiza una exhaustiva revisión de la composición del mercado de capitales argentino durante el año 2016; mediante una estrategia de índices sectoriales logró estimar la cartera eficiente de mercado, la línea de mercado de capitales (LMC) y el ratio Sharpe; empleando el software Excel y utilizando como base la Teoría de la Cartera de Markowitz. A partir del análisis realizado llegó a la conclusión de que si bien los administradores de Fondos Comunes de Inversión siguieron criterios de inversión similares a la cartera eficiente estimada, obtuvieron rendimientos menores comparados a los resultados obtenidos empleando el ratio Sharpe estimado. También se destaca que, a diferencia del trabajo anterior, su análisis se enfocó en todos los instrumentos financieros disponibles en el mercado de capitales argentino durante todo el año 2016. Esto aumenta el orden de complejidad del problema de encontrar la frontera de carteras eficientes, lo que forzó al autor a realizar simplificaciones a los fines de poder resolver el problema utilizando el módulo solver de Microsoft Excel®.

Aunque el modelo de selección de carteras de Markowitz tuvo un gran éxito a nivel académico, no fue tan utilizado a nivel profesional. Por un lado, la complejidad matemática para la resolución del modelo es elevada, de hecho, el famoso modelo de *William Sharpe* conocido actualmente como CAPM, surge durante la búsqueda de una reducción de la complejidad de cálculo en el modelo de Markowitz al suponer linealidad en la relación entre el rendimiento de un título cualquiera y el de la cartera de mercado, concediéndose de esta manera que se puede definir el riesgo de la cartera sin utilizar las covarianzas. Hoy en día, gracias a la capacidad de procesamiento disponible en los ordenadores, la complejidad computacional para la resolución del problema planteado por Markowitz no es un inconveniente insalvable. Por otro lado, también se le ha criticado lo restrictivo de sus hipótesis respecto a diferentes aspectos del mercado real.

1.2. Planteo del Problema

La teoría financiera clásica de selección de carteras de inversión se basa en la suposición de racionalidad en la toma de decisiones. Esta presunción implica que los inversores, como actores racionales, luego de interpretar adecuadamente toda la información disponible, buscan maximizar sus ganancias a la vez que tratan de minimizar el riesgo de incurrir en pérdidas. En este contexto, la racionalidad del inversor implica que al recibir nueva información, los agentes económicos actualizan sus creencias rápidamente, y toman decisiones que son normalmente aceptables, en el sentido de que son consistentes con sus preferencias (Barberis & Thaler, 2003). Preferencias que reflejarían la valoración subjetiva de las alternativas de inversión, esto es que le permiten elegir de forma consistente entre tales alternativas en base al rendimiento esperado y el riesgo de cada alternativa.

Recientemente, la economía del comportamiento y las finanzas conductuales han rechazado la hipótesis del comportamiento racional de los inversores basándose en una gran cantidad de evidencia a favor de errores de juicio y de valoración, además de sesgos cognitivos y emocionales en las decisiones de inversión. Desde estos enfoques las decisiones financieras son el resultado de procesos complejos, personales y sociales, sujetos a gran influencia del entorno, y dirigidos por métodos de valoración subjetivos, con sesgos cognitivos, falta de conocimiento y, sobre todo, influidos por una asimetría psicológica respecto a las pérdidas y las ganancias. En este sentido, Tversky y Kahneman (premio en ciencias económicas en memoria de Alfred Nobel en el año

2002) subrayan que el inversor prefiere el resultado seguro aunque sea pequeño, que el probable, aunque sea más elevado. Tiene aversión al riesgo, esto es, la situación ganadora le lleva a evitar una ganancia mayor, y cuando está en una posición perdedora siente la necesidad de mantenerla, y buscar que el futuro inmediato le dé la oportunidad de recuperar el capital invertido.

Conjuntamente a esta búsqueda teórica e interdisciplinar de la explicación del comportamiento, su racionalidad y de la influencia de todos los posibles factores que afectan la psique del inversor; en una gran cantidad de estudios se observa que la mayoría de los inversores particulares pierden de forma sistemática contra los índices de referencia del mercado (Benchmark). Por ejemplo, Barber, Odean, Yi-Tsung Lee y Yu-Jane Liu (2009) encontraron que los inversores particulares sufren una penalización de rendimiento anual de 3,8 puntos porcentuales contra los índices de mercado y además en volúmenes importantes. Más recientemente, en los reportes de S&P Global¹ se informa que al 31 de diciembre de 2019 en el caso de Estados Unidos, el 83% de los fondos de renta variable no fueron capaces de batir al índice de referencia S&P500 a 10 años y el 85% no lo hizo a un año. En Chile por ejemplo, el 97.78% no pudo superar a su índice de referencia el S&P Chile BMI. En Brasil el 86,53% no supera su benchmark y en México el porcentaje que no superaron su índice de referencia asciende a un 86,11%.

Esto aumenta la desconfianza en los mercados de capitales como mecanismo canalizador del ahorro privado hacia las empresas y el estado; perjudicando las condiciones de financiación a mediano y largo plazo de las empresas y, destruyendo alternativas genuinas para orientar el ahorro de los particulares hacia el financiamiento de la inversión productiva.

En este contexto surge la necesidad de identificar estrategias de base a partir de la cual cualquier inversor tenga la posibilidad de elegir entre las carteras con mayor rendimiento por unidad de riesgo, independientemente de su grado de aversión al riesgo o del efecto de los sesgos emocionales o cognitivos sobre su conducta y su elección racional, y que a la vez iguale, o sea superior, al rendimiento de mercado.

Como se presentó en el punto anterior, el método de optimización para la conformación de carteras de Markowitz es una herramienta para la construcción de este tipo de

¹<https://www.spglobal.com/spdji/es/research-insights/spiva/>

estrategias. Sin embargo, en gran cantidad de trabajos (DeMiguel, Garlappi, & Uppal, 2009) (Kritzman, Page, & Turkington, 2010) (Brown, Hwang, & In, 2013) (Mainik, Mitov, & Rüschenndorf, 2015) se ha estudiado la consistencia en el desempeño del método de optimización para la conformación de carteras de Markowitz, contra otros métodos u otras estrategias como las de carteras igualmente ponderadas o la replicación de índices de mercado (benchmarks), entre otras. Y los resultados no han sido concluyentes, habiendo encontrado que los desempeños dependen de los plazos y de las condiciones de mercado de cada caso.

En este contexto, se plantea el *problema* de determinar si el modelo de Markowitz es efectivamente capaz de construir carteras de inversión con mayor rendimiento por unidad de riesgo de forma consistente en el caso del mercado de capitales argentino.

Para esto se compara su desempeño contra el índice de referencia (MERVAL²), y con el desempeño de un FCI de renta variable de una administradora de fondos con gran trayectoria en el mercado de capitales argentino.

1.3. Objetivo general del trabajo

El objetivo general es probar si la aplicación de la *teoría moderna de selección de carteras* puede ser de ayuda al momento de decidir la conformación de carteras de inversión eficientes en un mercado de capitales real. Con este propósito se plantea su aplicación a un caso de estudio que permitirá probar la capacidad del modelo para obtener carteras con mayor rentabilidad por unidad de riesgo o menor riesgo por unidad de rentabilidad que la cartera de mercado representada por el índice de referencia MERVAL. Y de esta manera, cumplir con la aplicación e integración de competencias adquiridas a lo largo de la carrera *Licenciatura en Administración de Empresas*, específicamente en el ámbito de las materias *Economía, Estadística, Teoría de la Decisión y Administración Financiera*.

1.4. Objetivos específicos:

1. Plantear y comprender la teoría moderna de la selección de carteras de Markowitz.
2. Analizar la composición y evolución del comportamiento del Mercado de Valores Argentino durante el periodo julio 2015 – marzo 2019.

² Por razones metodológicas se utilizará el índice MERVAL25 (ver capítulo III).

3. Verificar si el modelo de Markowitz es capaz de identificar carteras eficientes con mejor desempeño en términos de rendimiento y riesgo que la cartera de mercado teórica representada en el índice Merval.

1.5. Justificación

Como se presento en la introducción, el problema que impulsó el presente trabajo, ya sea por falta de información, sesgos cognitivos o falta de conocimiento; es que existe una brecha al comparar los rendimientos del inversor promedio con los índices de mercado (índice Merval en el caso del mercado de capitales argentino). Esta situación se agrava por el gran aumento en la desconfianza en el mercado de capitales como mecanismo canalizador del ahorro privado hacia las empresas y el estado, afectando sus condiciones de financiación y destruyendo alternativas legítimas para orientar el ahorro de los particulares hacia el financiamiento de la inversión en las actividades productivas.

En este contexto, cobra relevancia el estudio de herramientas que permitan diversificar la inversión de forma eficiente, buscando lograr buenos rendimientos, pero a la vez controlando la exposición al riesgo de la cartera. Además, estas estrategias básicas son puntos de referencia importantes para aplicaciones en otras técnicas más complejas de apoyo a las decisiones de inversión.

1.6. Limitaciones del estudio

Como se desprende de la descripción del problema y los objetivos planteados, el alcance del estudio se ha acotado para que sea adecuado a la aplicación de contenidos disciplinares de grado, específicamente en lo pertinente a la estadística y la administración financiera en el ámbito de las Ciencias de la Administración; de forma que no hubiere factores que representaran un obstáculo que influyera sobre el logro de los objetivos y la calidad del resultado del proceso de investigación. De esta manera, se consideró como delimitación espacial, trabajar únicamente con información pública de las cotizaciones históricas del Merval25 y a su vez se delimitó el horizonte temporal de la muestra, abarcando los años 2015 - 2019.

Se aplicó el modelo de Media-Varianza propuesto por Markowitz para obtener carteras diversificadas con el mejor nivel de rendimiento por unidad de riesgo, independientemente de las preferencias o la conducta racional del inversor. Se consideraron únicamente acciones y se invirtió la totalidad del dinero.

Se deja como línea de investigación futura a nivel de posgrado, la utilización de estas herramientas en toda su potencialidad en modelos más complejos que superan las desventajas de la teoría clásica estudiada. A partir de lo mencionado anteriormente y de los resultados obtenidos en el presente trabajo, en el Capítulo V se mencionan algunas propuestas de investigación.

En cuanto a limitaciones relativas a la investigadora o los recursos (financieros y tiempo) disponibles para llevar adelante el trabajo, solo cabe señalar que durante el desarrollo del presente trabajo se vivió la pandemia COVID-19, acontecimiento que tuvo un impacto significativo sobre el cronograma de actividades del trabajo.

2. Capítulo II: Marco teórico

2.1. Introducción

El marco teórico que fundamenta la presente investigación expondrá las herramientas necesarias para poder entender la problemática abordada y poner en contexto los resultados obtenidos.

Para ello necesitamos iniciar exponiendo algunos conceptos que luego serán utilizados en el transcurso de este trabajo. En primera instancia, es necesario identificar el concepto de *instrumento financiero*, según las normas internacionales de información financiera (NIIF), los instrumentos financieros son contratos que dan origen a un *activo financiero* en una empresa y un pasivo financiero o similar creado bajo la forma de valor negociable. Habitualmente se identifica a los instrumentos financieros, como el conjunto de documentos, contratos y valores de los que dispone una unidad económica para pagar o financiar sus activos y obtener fondos. En este contexto se encuentran las acciones como activo financiero de interés para diferentes perfiles de inversores. Una *cartera de inversión* es un conjunto de activos financieros seleccionados de un universo de alternativas existentes en los mercados financieros. Este proceso de selección implica determinar la mejor combinación de activos y sus proporciones, con el objetivo de tener menor riesgo y obtener más ganancias en una inversión. En este contexto, la *diversificación de carteras* consiste en una técnica de inversión que se enfoca en conformar una cartera con diferentes tipos de activos financieros con el objetivo principal de reducir el nivel de riesgo de la inversión.

Una *estrategia de inversión* es un procedimiento con una serie de acciones a ejecutar en los mercados financieros, que responden a la voluntad del inversor para obtener un

determinado rendimiento. En la estrategia, se tienen en cuenta factores como el riesgo y la naturaleza de las inversiones a la hora de determinar la composición de una cartera de inversión.

2.2. Teoría moderna de la selección de carteras de Markowitz

Como fue presentado en el Capítulo I, desde los diferentes enfoques que abordan el aspecto de la racionalidad en las decisiones de inversión e independientemente de los factores que la afectan, en todos los casos, las diferentes teorías concluyen que los inversores poseen aversión al riesgo. Esto lleva a mantener vigente el interés en el impacto de la diversificación sobre el riesgo asociado a una decisión de inversión.

En el año 1952 Harry Markowitz, logró modelar este comportamiento en su artículo "*Portfolio Selection*", en el cual se enfocó en demostrar la importancia de tener en cuenta tanto la rentabilidad como el riesgo en la estrategia de inversión, y en que al diversificar se puede reducir este último y mantener el nivel esperado de rentabilidad.

Modelo de Markowitz

El problema de selección de carteras de inversión es lo que se conoce como un problema de optimización estocástico ya que en su formulación aparecen elementos aleatorios, a diferencia de los problemas determinísticos en los que todos los parámetros son números conocidos. Su resolución implica tomar una decisión en base a alguna medida de probabilidad antes de que se resuelva la incertidumbre a la que están sujetos los parámetros del modelo y que la adopción de una alternativa u otra no afecte dicha medida de probabilidad. (Muñoz Martos, 1998)

Markowitz propuso el criterio de eficiencia basado en el retorno esperado y la varianza de los retornos, para transformar este problema estocástico en uno determinístico multiobjetivo. Al aplicar esta transformación obtuvo un problema de optimización con dos objetivos en conflicto que se busca satisfacer de manera simultánea. Su resolución implica la obtención de un conjunto de soluciones no dominadas que conforman una frontera de soluciones eficientes. Esto es, un conjunto de soluciones en el que no existe una de ellas que mejore un objetivo sin empeorar otro de los objetivos³.

Entonces, se dice que una cartera es eficiente en el sentido de Markowitz, si es solución eficiente del siguiente problema multiobjetivo:

³Para un abordaje más extenso de este tema ver Steuer, Qi y Hirschberger (2006)

$$\min_{\mathbf{x}} (E\{-R(\mathbf{x})\}, \text{Var}\{R(\mathbf{x})\})$$

s. a:

$$\vec{0} \leq \mathbf{x} \leq \vec{1} \quad (1)$$

Donde R , que es el rendimiento de la cartera, es función de \mathbf{x} . Siendo \mathbf{x} el conjunto de variables de decisión del problema (composición de la cartera), $E(\cdot)$ es el operador de esperanza y $V(\cdot)$ es el operador varianza.

De esta forma, *Markowitz* transforma un problema estocástico mono objetivo en uno determinístico multiobjetivo, cuyos objetivos están dados por una medida tendencial central y una de dispersión del objetivo estocástico (el rendimiento de la cartera) y busca soluciones eficientes para estos dos objetivos.

Supuestos

Antes de seguir profundizando es importante conocer cuáles son las suposiciones hechas en este análisis:

- Es un modelo uniperiódico⁴.
- Los activos que van a conformar la cartera son conocidos.
- La medida de riesgo es la varianza, refleja la volatilidad.
- Se conocen los rendimientos históricos de los activos.
- El presupuesto del inversor se invierte íntegramente en la constitución de la cartera.
- Sólo se contemplan las posiciones largas, no se considera la posibilidad de endeudarse a ninguna tasa para invertir en la cartera⁵.
- Es un mercado competitivo⁶.
- Todos los inversores tienen la misma información en cuanto a los valores de riesgo y rendimiento esperado para cada activo.
- No se tienen en cuenta los costos de transacción, la inflación y los impuestos.

Markowitz logró explicar el comportamiento racional diversificador del inversor mediante el modelo descrito anteriormente, dónde cada inversor busca satisfacer ambos objetivos de manera simultánea: minimizar el riesgo y maximizar el rendimiento.

⁴Todas las inversiones tienen el mismo periodo de tiempo.

⁵No admite la venta a crédito lo que significa que $0 \leq x_i \leq 1$.

⁶Las compras o ventas de un individuo no afectan a los precios del mercado.

Variables y funciones objetivo del modelo

I. Funciones Objetivo:

- Rendimiento esperado de la cartera (posición) $\rightarrow E(R)$
- Riesgo o desvío estándar del rendimiento (dispersión) $\rightarrow \sigma(R)$

II. Variables de Decisión:

- Porcentaje invertido en cada activo financiero que conforma la cartera $\rightarrow x_i$

A partir de la especificación del modelo podemos empezar a desarrollar analíticamente la explicación del planteo propuesto por Markowitz.

2.3. Rendimiento y riesgo un activo financiero individual

Rendimiento

Sean $P_{i,t}$ el precio ajustado del activo i en el momento t y $P_{i,t-1}$ el precio ajustado del activo i en el momento $t-1$. Entonces, el rendimiento en términos porcentuales del activo i entre el momento t y $t-1$ es:

$$R_{i,t} = \left(\frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}} \right) * 100 \quad (2)$$

Dónde $P_{i,t}$ es el precio del activo i al momento t de venderlo y $P_{i,t-1}$ es el precio del activo i al momento t de comprarlo.

“*Ex post*”, el rendimiento $R_{i,t}$ es una magnitud conocida con certeza. Sin embargo, “*ex ante*” se trata de una variable aleatoria de carácter subjetivo, y como tal podrá tomar distintos valores con determinadas probabilidades. Entonces, podemos definir el ***rendimiento esperado*** de un activo financiero i a partir de los k escenarios posibles que pueden ocurrir, $R_{i,1}, R_{i,2}, \dots, R_{i,K}$ como:

$$E(R_i) = p_1 * R_{i,1} + p_2 * R_{i,2} + \dots + p_K * R_{i,K}$$
$$E(R_i) = \sum_{k=1}^K p_k * R_{i,k} \quad (3)$$

donde p_k es la probabilidad de que el rendimiento del activo i asuma el valor $R_{i,k}$.

Riesgo

La varianza del rendimiento se expresa como:

$$\sigma_i^2 = V(R_i) = p_1 * (R_{i,1} - E(R_i))^2 + p_2 * (R_{i,2} - E(R_i))^2 + \dots + p_K * (R_{i,K} - E(R_i))^2$$

$$\sigma_i^2 = V(R_i) = \sum_{k=1}^K p_k * (R_{i,k} - E(R_i))^2 \quad (4)$$

Donde $V(R_i)$ es la varianza del rendimiento del activo i , y la desviación estándar o *riesgo* es: $\sigma_i = \sqrt{V(R_i)}$ (5)

Las propiedades probabilísticas del rendimiento del activo i no cambian con el tiempo bajo condiciones de estacionariedad en media y varianza. Es decir, su media y varianza son finitas e independientes del tiempo.

Entonces, dado el desconocimiento de la distribución de probabilidad del rendimiento, bajo estas condiciones, puede usarse como estimador del valor esperado poblacional a la media móvil de los datos muestrales (series históricas de los rendimientos) y como estimador de la varianza a la varianza muestral de los mismos⁷.

Luego, la media y la varianza muestrales del rendimiento se pueden expresar de la siguiente forma:

$$\bar{R}_i = \frac{1}{T} * \sum_{t=1}^T R_{i,t} \quad (6)$$

$$S_i^2 = \frac{1}{T-1} * \sum_{t=1}^T (R_{i,t} - E(R_i))^2 \quad (7)$$

Donde T representa la cantidad de días de negociación considerados para estimar los rendimientos esperados.

2.4. Rendimiento y riesgo de una cartera de activos financieros

Rendimiento

Si se considera una cartera p elegible a partir de N activos, los rendimientos de tales activos para el período t constituyen N variables aleatorias, $R_{1,t}; R_{2,t}; \dots; R_{N,t}$ y el rendimiento al momento t de dicha cartera o portafolio, R_t^p , es la suma del rendimiento esperado de cada activo i al momento t , $R_{i,t}$, ponderada por las proporciones x_i , de cada activo i en la cartera p . Entonces:

$$R_t^p = x_1 * R_{1,t} + x_2 * R_{2,t} + \dots + x_N * R_{N,t}$$

⁷En general, se acepta la utilización de datos históricos como estimadores de los parámetros esperados en el futuro, ver (Zubeldía Mendizábal, Zabalza Miera, & Zubiaurre, 2002).

$$R_t^p = \sum_{i=1}^N x_i * R_{i,t} \quad (8)$$

Por lo tanto, el rendimiento de la cartera p en el momento t , R_t^p (en adelante R^p), también es una variable aleatoria de la cual se puede conocer su valor esperado y su varianza.

Entonces, el rendimiento esperado de la cartera es:

$$E(R^p) = E\left(\sum_{i=1}^N x_i * R_i\right)$$

$$E(R^p) = x_1 * E(R_1) + x_2 * E(R_2) + \dots + x_N * E(R_N)$$

$$E(R^p) = \sum_{i=1}^N x_i * E(R_{i,t}) \quad (9)$$

Nuevamente, usando como estimador del valor esperado poblacional a la media de los datos muestrales (series históricas de los rendimientos de los T períodos considerados), el rendimiento medio muestral de la cartera p es:

$$\bar{R}^p = \sum_{i=1}^N \left(x_i * \left(\frac{1}{T} * \sum_{t=1}^T R_{i,t} \right) \right) \quad (10)$$

Riesgo

Para calcular la varianza del rendimiento de la cartera, partimos de la siguiente ecuación:

$$V(R^p) = E \left[(R^p - E(R^p))^2 \right] \quad (11)$$

Reemplazando (8) y (9) en (11) y operando obtenemos:

$$V(R^p) = E \left[\left(\sum_{i=1}^N x_i * R_{i,t} - \sum_{i=1}^N x_i * E(R_{i,t}) \right)^2 \right]$$

$$V(R^p) = E \left[\left(\sum_{i=1}^N x_i * R_{i,t} - \sum_{i=1}^N x_i * E(R_{i,t}) \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^N x_i * R_{i,t} - \sum_{i=1}^N x_i * E(R_{i,t}) \right) \right]$$

$$V(R^p) = E \left[\left(\sum_{i=1}^N x_i * (R_{i,t} - E(R_{i,t})) \right) * \left(\sum_{j=1}^N x_j * (R_{j,t} - E(R_{j,t})) \right) \right]$$

$$V(R^p) = E \left[\left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i * x_j \cdot (R_{i,t} - E(R_{i,t})) * (R_{j,t} - E(R_{j,t})) \right) \right]$$

$$V(R^p) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i * x_j \cdot E \left[(R_{i,t} - E(R_{i,t})) * (R_{j,t} - E(R_{j,t})) \right] \quad (12)$$

Luego, dado que $E \left[(R_{i,t} - E(R_{i,t})) * (R_{j,t} - E(R_{j,t})) \right]$ es la varianza del rendimiento del activo i , cuando $i = j$ (esto es σ_{ii}^2). Y cuando $i \neq j$ es la covarianza entre el rendimiento del activo i y el del activo j (es decir σ_{ij}^2)⁸. Entonces, se puede reescribir de la siguiente forma:

$$V(R^p) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i * x_j * \sigma_{ij}$$

$$V(R^p) = \sum_{i=1}^N x_i^2 * \sigma_{ii}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N x_i * x_j * \sigma_{ij}^2$$

$$V(R^p) = \sum_{i=1}^N x_i^2 * \sigma_{ii}^2 + 2 * \sum_{i=1}^N \sum_{j>i}^N x_i * x_j * \sigma_{ij}^2 \quad (13)$$

La ecuación (13), permite realizar el cálculo de la varianza de la cartera p , a partir de las varianzas y covarianzas de los activos que la componen. Siendo su raíz cuadrada el riesgo de la cartera.

En resumen, el retorno esperado del rendimiento de la cartera p es:

$$E(R^p) = \sum_{i=1}^N x_i * E(R_{i,t}) \quad (9)$$

Y la varianza del rendimiento de la cartera p es:

$$V(R^p) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i * x_j * \sigma_{ij} \quad (13)$$

⁸ La covarianza del rendimiento de la cartera es el valor esperado de los desvíos de R_i respecto a su media multiplicado por los desvíos de R_j respecto a su media.

Con el propósito de exponer cómo el modelo propuesto por Markowitz capta el efecto de la diversificación sobre el riesgo, a continuación se presenta el análisis gráfico de una cartera formada por 3 activos.

2.5. Ejemplo de selección de una cartera con tres activos

Funciones objetivo y restricción presupuestaria:

- 1) $E(R^p) = \sum_{i=1}^3 x_i * R_i$
- 2) $V(R^p) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 x_i * x_j * \sigma_{ij}$
- 3) $\sum_{i=1}^3 x_i = 1$ ó $x_3 = 1 - x_1 - x_2$

En las Tablas (Tabla 1 y Tabla 2) se presentan los parámetros del modelo y las variables de decisión x_i .

Tabla 1: Rendimientos y riesgos individuales

	Activo 1	Activo 2	Activo 3
Porcentaje invertido (x_i)	x_1	x_2	x_3
Rendimiento. Esperado $E(R_i)$	4,17%	7,11%	3,59%
Riesgo σ_i	11,53%	15,94%	12,65%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 2: Varianzas y Covarianzas

	Activo 1	Activo 2	Activo 3
Activo 1	1.33%	0.97%	0.93%
Activo 2	0.97%	2.54%	1.13%
Activo 3	0.93%	1.13%	1.6%

Fuente: Elaboración propia

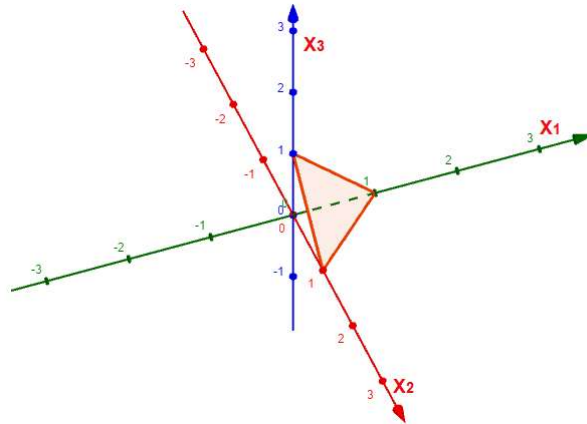
El rendimiento esperado y la varianza de la cartera, estarán dados por:

$$E(R^p) = x_1 * 4,17\% + x_2 * 7,11\% + x_3 * 3,59\%$$

$$V(R^p) = x_1^2 \cdot 1,33\% + x_2^2 \cdot 2,54\% + (1 - x_1 - x_2)^2 \cdot 1,6\% + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot 0,97\% + 2 \cdot x_2 \cdot (1 - x_1 - x_2) \cdot 1,13\% + 2 \cdot (1 - x_1 - x_2) \cdot x_1 \cdot 0,93\%$$

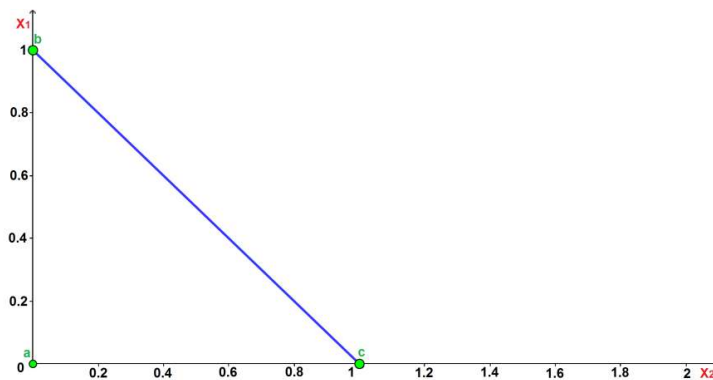
La restricción presupuestaria es: $x_1 + x_2 + x_3 = 1$

Figura 1: Restricción presupuestaria



Fuente: Elaboración propia

Figura 2: Restricción presupuestaria dos dimensiones



Fuente: Elaboración propia

En la Figura 1 se representa el conjunto de carteras alcanzables presupuestariamente, no se puede tomar deuda para invertir. En la Figura 2, los puntos sobre la restricción presupuestaria representarían el caso en el que no se invierte en el activo 3,

$x_3 = 0$, por lo tanto, $x_1 + x_2 = 1$.

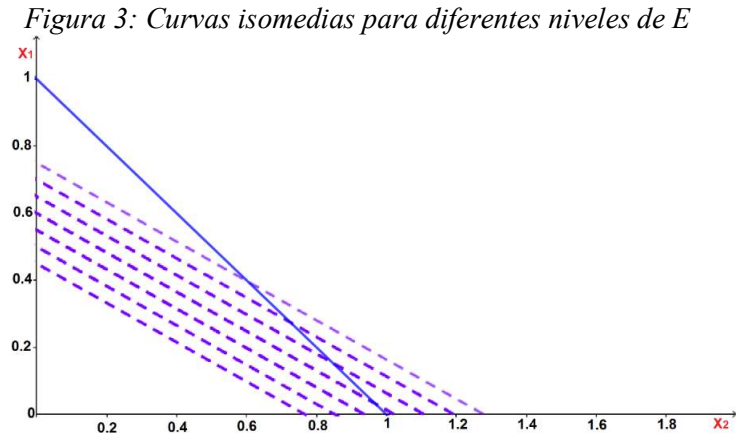
Isomedias

“Una curva isomedia se define como el conjunto de todos los puntos (carteras) con un rendimiento esperado dado.” (Markowitz H., Portfolio Selection, 1952)

Si no se invierte en el activo 3 el rendimiento esperado de la cartera es: $E(R^p) = R_1 * x_1 + R_2 * x_2$. Luego, despejando en función de x_1 se obtiene la *isomedia* dado un $E(R^p) = E$.

$$x_1 = \left(\frac{E}{R_1}\right) - x_2 * \left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Las curvas *isomedias* forman un sistema de líneas rectas paralelas, como se observa en la Figura 3 al cambiar los valores de *E*, se modifica la ordenada al origen, pero la pendiente de la recta sigue siendo la misma.



Fuente: Elaboración propia

Isovarianzas

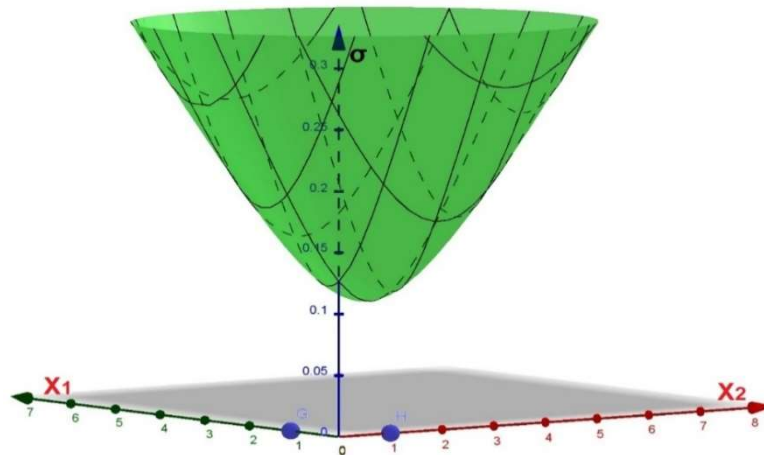
“Una curva isovarianza se define como el conjunto de todos los puntos (carteras) con una varianza del rendimiento dado.” (Markowitz H. , Portfolio Selection, 1952)

A partir de la varianza de la cartera despejada anteriormente, el riesgo es:

$$\sigma = \sqrt{x_1^2 * 1,33\% + x_2^2 * 2,54\% + (1 - x_1 - x_2)^2 * 1,6\% + 2 * x_1 * x_2 * 0,97\% + 2 * x_2 * (1 - x_1 - x_2) * 1,13\% + 2 * (1 - x_1 - x_2) * x_1 * 0,93\%}$$

La gráfica de la función riesgo presenta una forma cónica:

Figura 4: Riesgo de la cartera



Fuente: Elaboración propia

El cono presenta un “centro” que representa el punto que minimiza el riesgo, ese punto lo identificamos con la letra x ; para el ejemplo mencionado ese centro asume los siguientes valores:

- Niveles que asumen las variables de decisión:

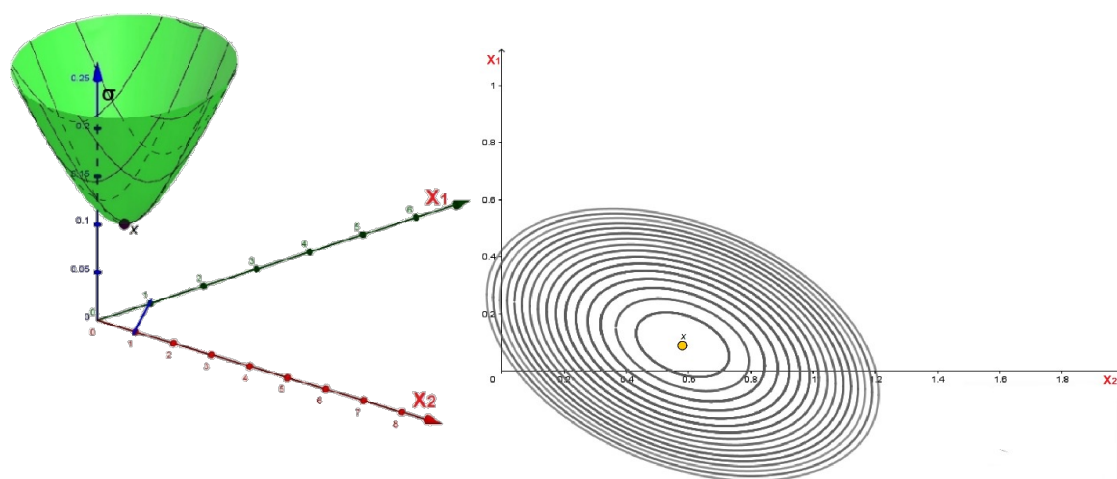
$$x_1 = 0,58; x_2 = 0,09; x_3 = 0,33;$$

- Niveles que asumen las funciones objetivo:

$$\sigma = 0,108; E = 4,24\%$$

Este centro puede caer dentro del conjunto alcanzable (como se observa en la Figura 5) o fuera del mismo. Si queremos formar las curvas de nivel (isovarianzas), se le deben efectuar al cono cortes horizontales y paralelos, con una cierta distancia entre sí.

Figura 5: Isovarianzas para diferentes niveles de riesgo



Fuente: Elaboración propia

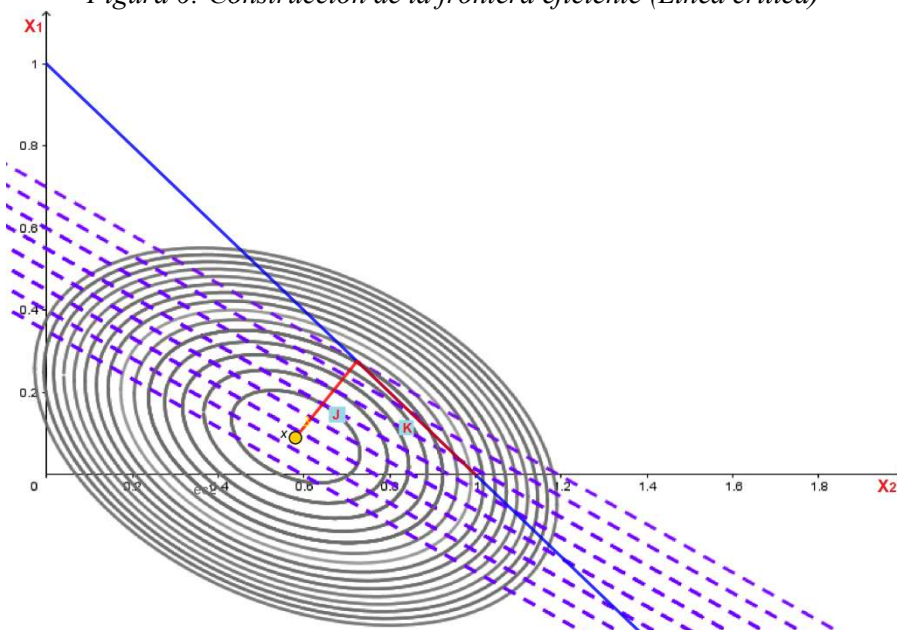
Para entender el planteo de Markowitz unimos las *isomedias* e *isovarianzas* en un mismo gráfico, que va a representar el *espacio de decisión*. Los valores que se representan en los ejes indican las proporciones a invertir en cada título y es el decisor quien determina ese valor.

Al unir ambos tipos de curvas de nivel podemos observar que el punto para el cual el riesgo toma su mínimo valor es aquel punto en el cual la línea *isomedia* es tangente a una curva *isovarianza*. A medida que nos alejamos del centro de las elipses (mínimo riesgo), aumentando el rendimiento esperado E , vamos transitando los puntos tangentes entre las *isomedias* e *isovarianzas*. Estos puntos representan el riesgo mínimo para cada

nivel de E y forman una línea recta (segmentos j y k en la Figura 6) a la cual llamaremos ***línea crítica***.

Recordemos que a medida que avanzamos a lo largo de esta línea el riesgo aumenta hasta que nos encontramos con nuestra restricción presupuestaria, a partir de ella la línea se desplaza sobre la misma hasta el punto en el cual decimos invertir todo nuestro dinero en el activo 2; así nos queda formado nuestro conjunto de carteras eficientes (frontera eficiente).

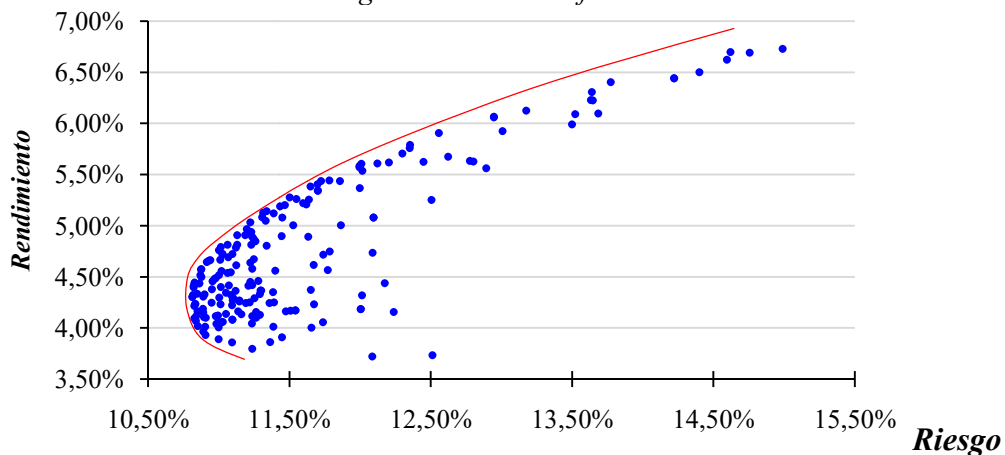
Figura 6: Construcción de la frontera eficiente (Línea crítica)



Fuente: Elaboración propia

La representación de la ***línea crítica*** del espacio de decisión, en el espacio de los objetivos, es la ***frontera eficiente***. El resultado de todo este análisis gráfico es equivalente a resolver el problema (1) analíticamente.

Figura 7: Frontera eficiente



Fuente: Elaboración propia

Figura 7 resulta de representar los puntos con los niveles que asumen los dos objetivos (Rendimiento y Riesgo) simulando aleatoriamente diferentes niveles de las variables de decisión. La frontera eficiente es la envolvente de tales puntos.

2.6. Problema dual

Si nos centramos en las preferencias del inversor se puede transformar el problema multiobjetivo, propuesto por Markowitz, en un modelo mono-objetivo determinístico a través del método de escalarización de la restricción épsilon propuesto por Haimes(1971), que consiste en una transformación donde se optimiza una de las funciones objetivo y la otra se plantea como una restricción adicional; resultando así un problema mono objetivo determinístico de programación no lineal (cuadrático) que va a permitir conformar una cartera que, bajo ciertos supuestos, proporcione un trueque óptimo entre el riesgo y la rentabilidad esperada.

A continuación, se presenta el modelo matemático del problema (1) para un nivel de rentabilidad dado:

$$\min_X \sigma^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i * X_j * \sigma_{ij} \quad (14)$$

s. a.:

$$\sum_{i=1}^N X_i * r_i = E(R) \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (16)$$

$$X_i \geq 0 \text{ para } i = 1, \dots, N \quad (17)$$

Problema en el que se busca minimizar el riesgo, ecuación (14), representado por la varianza de la cartera. Donde la ecuación (15) representa la restricción de rentabilidad, la ecuación (16) la restricción presupuestaria y el grupo de ecuaciones (17) las restricciones de no negatividad.

Este modelo matemático se puede plantear como un problema dual, es decir aquel que se define a partir del modelo primal (14 a 17); obteniendo así el nuevo modelo (18 a 21) para un nivel de riesgo dado. Ambos problemas están estrechamente relacionados en el

sentido de que la solución óptima de uno proporcionará automáticamente la solución óptima del otro:

$$\max_X E(R) = \sum_{i=1}^N X_i * r_i \quad (18)$$

s. a.:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i * X_j * \sigma_{ij} = \sigma^2 \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (20)$$

$$X_i \geq 0 \text{ para } i = 1, \dots, N \quad (21)$$

En este problema se busca maximizar la rentabilidad, ecuación (18), representado por el rendimiento esperado de la cartera. Donde la ecuación (19) representa la restricción de variabilidad, la ecuación (20) la restricción presupuestaria y el grupo de ecuaciones (21) las restricciones de no negatividad.

2.7. Desventajas del modelo de Media Varianza

Si bien se considera que los aportes teóricos de Markowitz son el punto de partida de la teoría moderna sobre selección de carteras; su reputación a nivel práctico presenta una serie de desventajas, a continuación se mencionan algunas:

- **Complejidad matemática del modelo:** en un principio se planteó que el algoritmo de resolución era complejo de calcular debido al elevado número de estimaciones de rentabilidades esperadas, varianzas y covarianzas con las que se trabajaba; en la actualidad hay softwares que simplifican mucho dicha resolución. (Konno H. -Y., 1991)
- **Medición del riesgo:** la misma se realiza empleando la varianza de los rendimientos; sin embargo los inversionistas no siempre consideran la varianza como una buena medida de riesgo. Al respecto se han planteado medidas alternativas, tal es el caso del modelo de riesgo L_I (Konno H. -Y., 1991).
- **Hipótesis del modelo:** no se tienen en cuenta los costos de transacción ni los impuestos y el supuesto de un mercado perfecto, completo y eficiente difícilmente se cumple en la realidad. (Bedoya, 2009)

- **Datos utilizados:** el empleo de datos históricos para producir medidas muestrales y utilizarlas como los retornos esperados no es óptimo ya que produce sesgos importantes (Michaud, 1989).
- **No unicidad:** los optimizadores, en general, producen una cartera única óptima para un determinado nivel de riesgo, sin embargo en el modelo de Media Varianza muchas veces en la frontera eficiente hay sobre la cartera óptima una serie de puntos que representan carteras óptimamente equivalentes, aunque presente estructuras radicalmente diferentes (Michaud, 1989).
- **Soluciones óptimas inestables:** en algunos casos, las optimizaciones de media varianza son elevadamente inestables, esto quiere decir que pequeños cambios en los datos de entrada producen cambios significativos en las soluciones del modelo (Michaud, 1989).

2.8. Medida de evaluación de Desempeño

Las medidas de desempeño de carteras de inversión permiten efectuar un estudio bidimensional de los elementos rentabilidad y riesgo con el objetivo de determinar la calidad de gestión de una cartera formada por activos financieros.

Ratio de Sharpe

El Ratio de Sharpe (*RSh*), introducido en el año 1964 por William Sharpe es una medida para calcular el rendimiento ajustado por riesgo, puede definirse como el rendimiento excedente (por encima del libre de riesgo) por unidad de riesgo asumido en la cartera. Se calcula de la siguiente forma:

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

Donde R_p es el rendimiento de la cartera de inversión evaluada, R_f es el rendimiento del activo libre de riesgo y σ_p es el riesgo de la cartera.

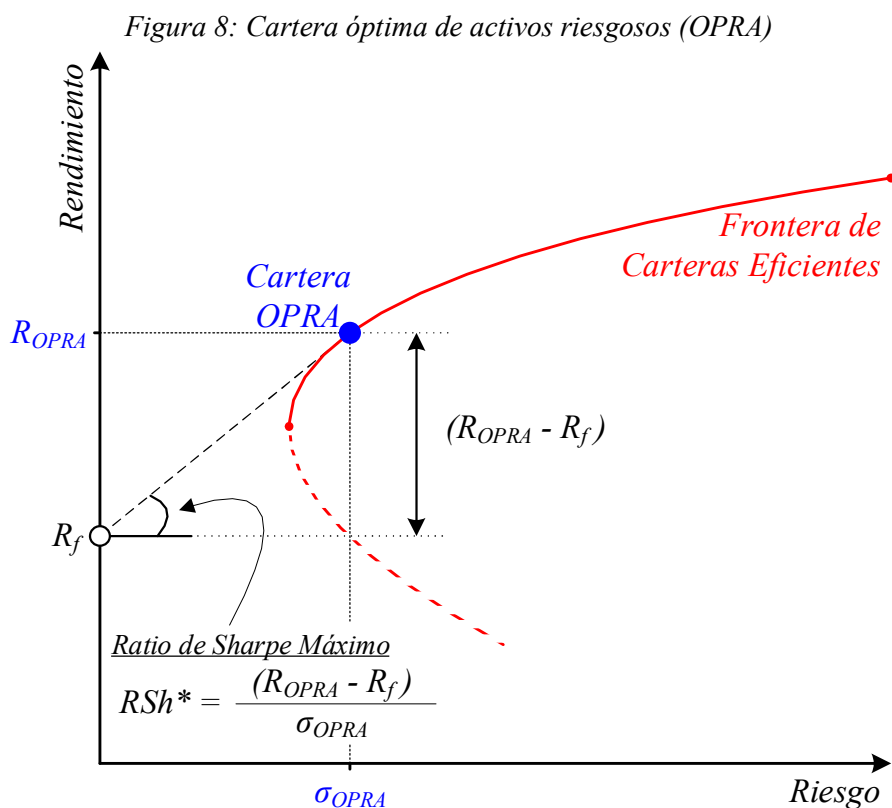
Cuanto mayor es el índice de Sharpe mejor es la rentabilidad de la cartera en relación a la cantidad de riesgo asumido en la inversión. Si es negativo indica un rendimiento inferior al del activo libre de riesgo. Además, permite evaluar el desempeño relativo de dos carteras, incluso cuando no estén perfectamente diversificadas, la que tenga un ratio superior, es la que ha tenido mejor rendimiento para un mismo nivel de riesgo.

Tasa libre de riesgo

Como activo libre de riesgo habitualmente se utiliza, un bono del Tesoro de Estados Unidos, pero como los rendimientos de las acciones se encuentran en pesos argentinos, se debe utilizar el rendimiento de un bono argentino o bien, pasar a pesos los rendimientos del bono del Tesoro Norteamericano. Con fines prácticos, se ha considerado utilizar la tasa de interés promedio por depósitos en pesos a plazo fijo a 30 días. Esta tasa es calculada y publicada diariamente el Banco Central de la República Argentina (BCRA).

Cartera óptima (OPRA)

Como el modelo de Markowitz supone un inversor adverso al riesgo que pretende construir una cartera con el máximo rendimiento y el mínimo riesgo. Al incorporar el activo libre de riesgo como alternativa de inversión o financiamiento, es posible identificar la **cartera óptima de activos riesgosos (Optimal Portfolio of Risk and Assets, OPRA)**. Esto es, la cartera eficiente con el mayor ratio de Sharpe (Ver Figura 8).



Fuente: Elaboración propia en base a Sharpe (1964)

Esta cartera permite diversificar al máximo el riesgo específico de los activos individuales y la combinación de estos activos posibilita maximizar el rendimiento.

Luego, el ratio de Sharpe de la cartera OPRA, es una medida del desempeño del modelo de Markowitz para construir carteras eficientes con el mayor nivel de rendimiento por unidad de riesgo. Este ratio puede compararse con el de otras estrategias de inversión a los fines de determinar qué estrategia ha sido superior.

Comparación de Ratios de Sharpe

El cálculo de los Ratios de Sharpe de las diferentes estrategias de inversión, permite compararlas entre sí. Un ratio de Sharpe más alto es mejor que un ratio de Sharpe más bajo porque se obtiene más rendimiento por nivel de riesgo. Es decir, la relación de Sharpe más alta corresponde a la mejor estrategia.

Sin embargo, dado que los Ratios de Sharpe se calculan con estimaciones muestrales de la media y la varianza de los rendimientos de las carteras que surgen de las diferentes estrategias de inversión, los verdaderos ratios de Sharpe siguen siendo desconocidos ya que las distribuciones poblacionales se desconocen. Por lo tanto, la comparación de los ratios de Sharpe de las distintas estrategias se basa en la ***inferencia estadística***.

La ***inferencia estadística*** es el conjunto de métodos que permiten inducir, a través de una muestra estadística, el comportamiento de una población determinada. Estudia la aplicación de dichos métodos sobre los datos de una muestra donde se pueden extraer conclusiones sobre los parámetros de la población de datos.

Estos métodos y técnicas se basan en la estimación de parámetros y las pruebas de hipótesis. Esto es, se realizan suposiciones acerca de los parámetros de la población estudiada, y se busca probar si tales suposiciones son ciertas o no.

Entonces, para poder comparar el ratio de Sharpe de estrategias de inversión alternativas es necesario realizar la prueba de hipótesis de comparación de ratios de Sharpe. Esta prueba consiste en testear si la diferencia entre los ratios es significativa o no, dadas las carteras ***p*** y ***m***, y sus rendimientos excedentes sobre la tasa libre de riesgo ($R_p - R_f$) y ($R_m - R_f$). El ratio de Sharpe de cada cartera se expresaba así:

$$RSh_{pt} = \frac{(R_{pt} - R_{ft})}{\sigma_{pt}} \quad y \quad RSh_{mt} = \frac{(R_{mt} - R_{ft})}{\sigma_{mt}}$$

Entonces, para probar la hipótesis de que hay diferencias entre los desempeños de las dos carteras, se plantea la hipótesis:

$$H_0: RSh_p - RSh_m = 0 \quad H_a: RSh_p - RSh_m \neq 0$$

Si se rechaza H_0 , hay diferencias significativas entre los desempeños de las carteras.

Las herramientas más populares para este fin son las pruebas de Jobson y Korkie (1981) corregidas por Memmel (Mommel, 2003) y generalizadas por Ledoit y Wolf (2008) para casos con rendimientos no normales, muestras chicas o si las observaciones están correlacionadas en el tiempo.

2.9. El Mercado de Capitales Argentino

En nuestro país la base principal del sistema financiero son los Bancos, quienes en muchas ocasiones se convierten en actores excluyentes en el manejo de la moneda y el crédito, pero resulta necesario conocer la otra cara de nuestro sistema: el Mercado de Capitales Argentino. El mismo se puede definir como aquel mercado encargado de regular y controlar la oferta de títulos y valores, por parte de las empresas y el sector público que recurren a dicho mercado para obtener recursos para financiar proyectos de largo plazo, y la demanda por parte de inversores que buscan mantener sus ahorros.

En Argentina el Mercado de Capitales se encuentra regido por la Ley 26.831/12 que fue sancionada el 29 de Noviembre de 2012 y promulgada el 27 de Diciembre del mismo año; y su ente regulador es la Comisión Nacional de Valores (CNV) que depende del Ministerio de Economía de la Nación.

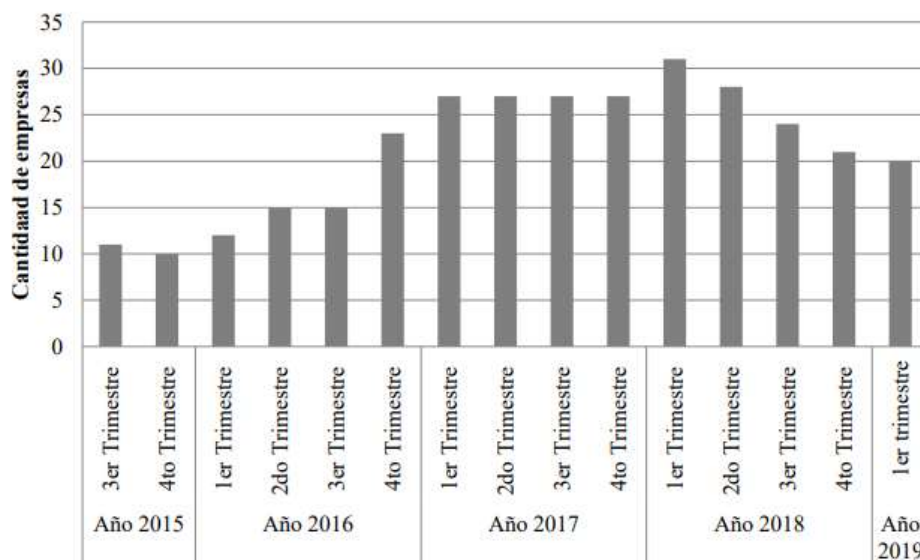
MERVAL – MERVAL25 (Benchmark)

El principal índice bursátil del Mercado de Capitales Argentino es el MERVAL (Mercado de Valores de Buenos Aires) que se encarga de medir en pesos el valor de una cartera de acciones formada por empresas que cotizan en la Bolsa de Valores; se encuentra formado por un panel general y un panel líder, este último se actualiza trimestralmente.

Durante el periodo trabajado se puede observar que el panel líder del Merval no es constante en la cantidad de empresas y presenta oscilaciones importantes a través del tiempo. En los últimos trimestres del 2015 la cantidad de empresas que lo componen es baja; sin embargo durante el 2016 se visualiza un constante crecimiento, hasta culminar el año con 23 empresas. En el año 2017 la cantidad de empresas que cotizan en el panel líder se mantiene constante en 27 durante los cuatro trimestres. El 2018 inició con 31 empresas y a partir del segundo trimestre comenzó a caer hasta terminar el año con 21 empresas en el panel líder.

Recién a partir del 2019 se fijó la cantidad de empresas participantes en el panel líder, quedando la misma en 20 (veinte).

Figura 9: Evolución del Merval (2015-2019)



Fuente: Elaboración propia

Dada esta variabilidad en la composición tanto en el tipo como en el número de empresas que lo componen (ver Figura 9), en el presente trabajo se utilizó el MERV25 como benchmark de mercado. Este índice se encuentra constituido por un número constante de veinticinco empresas con mayor liquidez del mercado, haciéndolo más efectivo a los fines de comparar los desempeños de las estrategias de inversión en el presente trabajo. Al igual que el MERV25 se actualiza trimestralmente y se encarga de medir en pesos el valor de la cartera de acciones de las empresas que lo componen.

Si bien la cantidad de empresas es constante a través del tiempo, su composición cambia al efectuarse las actualizaciones correspondientes. Empresas con poca participación se retiran e ingresan otras, además se modifican los porcentajes de participación. Es importante resaltar que algunas empresas, como APBR, GGAL, COME, siempre se mantuvieron como líderes, con un alto porcentaje de participación, (Ver tabla Anexo 7.1).

FCI-CONIOLA

Los Fondos Comunes de Inversión (FCI) constituyen instrumentos de inversión colectiva, administrados profesionalmente, que reúnen inversores con similares perfiles de riesgo-rendimiento. Se forman con los aportes que realizan los inversores,

suscribiendo cuota-partes. De modo que, los agentes participan proporcionalmente de las ganancias o pérdidas del fondo. Este provee los servicios de administración y custodia sobre las inversiones efectuadas principalmente sobre activos negociados en mercados institucionalizados, de acuerdo a los objetivos previamente especificados.

Su actividad alcanza a un amplio rango de agentes, desde ahorristas individuales pequeños hasta inversores institucionales. Esto los convierte en un elemento fundamental para canalizar el ahorro hacia el financiamiento, a través del mercado de capitales y por lo tanto contribuir a su desarrollo dotándolo de volumen y liquidez.

El FCI de interés en el presente trabajo a los fines de utilizarlo como alternativa a la estrategia que usa el modelo estudiado, es un FCI de renta variable que se constituye con patrimonios integrados por acciones del mercado doméstico, la cuota parte se expresa en la moneda de curso legal; el nombre de dicho FCI es CONIOLA (AD CAP IOL Acciones Argentinas) y fue lanzado el 15 de Julio de 2015, su administrador es ADCAP ASSET MANAGEMENT SGFCISA y su sociedad depositaria es el Banco Comafi S.A; ambas instituciones con domicilio en la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

El objetivo principal del fondo es superar el rendimiento del índice Merval a partir de un portfolio altamente diversificado y se encuentra pensado para inversores con un perfil riesgoso.

3. Capítulo III: Método y Materiales

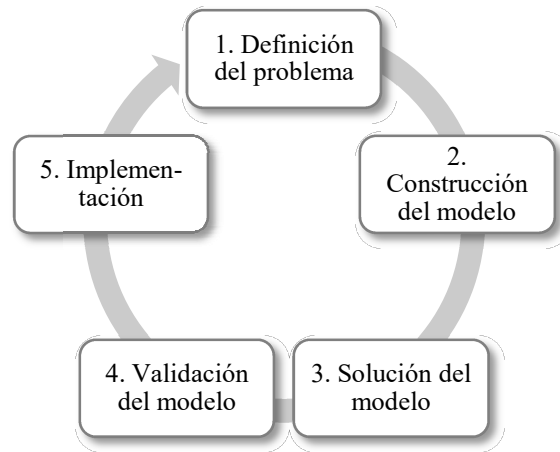
3.1. Método

Hay una variedad de nombres para el cuerpo de conocimientos que incluyen los enfoques cuantitativos de investigación en Ciencias de la Administración. Los términos usados con mayor frecuencia son el de *teoría de la decisión* y el de *investigación de operaciones*, en muchos casos utilizados de forma indistinta (Anderson, Sweeney, Williams, Camm, & Martin, 2011). En adelante se utilizará el segundo.

La investigación de operaciones (IO) se la define como “*la aplicación sistemática de modelos matemáticos y sistemas para estudiar e investigar la resolución de problemas y la correcta toma de decisiones apoyada en datos*”. (Bertrand & Fransoo, 2002)(De Boer, Labro, & Morlacchi, 2001).

La metodología de la investigación de operaciones se divide en cinco etapas genéricas, habiendo iniciado con la primera en la descripción de la sección introductoria del presente informe:

Figura 10: Etapas de la investigación de operaciones



Fuente: Taha 2012, pág. 9.

- La **definición del problema** implica definir el alcance del problema investigado, el objetivo del estudio, las limitaciones del estudio.
- La **construcción del modelo** implica un intento de transformar la definición del problema en relaciones lógico-matemáticas.
- La **búsqueda de la solución del modelo** es la más sencilla de todas las fases, porque implica el uso de algoritmos de optimización bien definidos. Si las relaciones matemáticas son demasiado complejas como para permitir la determinación de una solución analítica mediante el uso de algoritmos de optimización exactos, se puede optar por utilizar métodos heurísticos, o bien considerar la simulación matemática combinada con modelos heurísticos para resolver el problema de decisión. (Taha, 2012).
- La **validez del modelo** es comprobar si el modelo propuesto hace en realidad lo que dice que hace, es decir, si explica de forma adecuada el comportamiento del sistema que se estudia. Si tiene sentido la solución y los resultados son aceptables.
- La **implementación** de la solución de un modelo validado implica la transformación de los resultados en instrucciones de operación comprensibles que se emitirán a las personas que administrarán el sistema.

3.2. Tipo de investigación

El tipo de investigación que se utilizó en el presente trabajo es un estudio de caso cuantitativo no experimental, basado en información secundaria con un alcance exploratorio, descriptivo y correlacional. Los datos se recopilaron de bases de datos de acceso público. Específicamente, se obtuvieron datos respecto a precios de cierre de acciones de las empresas que cotizan en el Mercado de Capitales Argentino, de la evolución en la composición y volúmenes de los índices de referencia (MERVAL y MERVAL25), de los rendimientos del fondo común de inversión en renta variable CONIOLA y del promedio de tasas de interés de plazos fijos a 30 días.

3.3. Participantes

La población para la presente investigación se encuentra constituida por las siguientes variables: las series de precios de cierre ajustados de las empresas que integran el MERVAL25 del mercado de capitales argentino; la composición y cotización al cierre del índice MERVAL25 y del FCI-CONIOLA; y el rendimiento del activo libre de riesgo considerado (depósito en pesos a plazo fijo a 30 días).

La muestra estará conformada por las variables mencionadas en el párrafo anterior durante el período de tiempo comprendido entre *15 de julio de 2015 y 30 de marzo de 2019*.

La selección de las acciones que integran el MERVAL 25 y del período de tiempo se debe a las características de sus comportamientos de mercado. Por un lado, durante el período de tiempo estudiado, las especies han presentado una elevada liquidez, nunca dejaron de cotizar dentro del panel líder (empresas con mayor volumen negociado), y su valor nunca estuvo sujeto a circunstancias que alteraran el desarrollo normal de sus operaciones en el mercado. Por otro lado, la justificación del período seleccionado para el estudio de caso, responde a cuestiones metodológicas. El comienzo del período se corresponde con el inicio de la cotización del fondo CONIOLA (AD CAP IOL Acciones Argentinas), benchmark para el mercado de capitales argentino en activos con rendimiento variable. Y el fin del período se corresponde con el cambio en la metodología de cálculo del índice de referencia MERVAL25. En ambos casos, son carteras de referencia contra las que se testea el desempeño del método propuesto.

Este horizonte temporal alcanza un período lo suficientemente extenso para abarcar cambios políticos y económicos significativos así como contar con un número suficiente de observaciones que permita arribar a resultados robustos.

3.4. Base de datos e instrumentos

En el presente trabajo se emplearon datos secundarios de múltiples fuentes de información. En particular, se trabaja con datos del Banco Central de la República Argentina (BCRA), de Bolsas y Mercados Argentinos (BYMA)⁹, y del Instituto Argentino del Mercado de Capitales (IAMC). Es decir, los datos utilizados se encuentran disponibles al público en general, asegurando su confiabilidad e imposibilidad para ser alterados o editados de alguna manera.

Las tecnologías que se utilizaron para el desarrollo del presente estudio están dentro de la categoría *OpenSource*. Por un lado, se utiliza el software *GNU Octave 6¹⁰*, programa que facilita trabajar con matrices grandes, además de tener gran flexibilidad para el análisis y representación de datos, y de facilitar métodos requeridos para el presente estudio, como el módulo de optimización cuadrática. Por otro lado, las hojas de cálculo web de Microsoft Excel, utilizadas para la *preparación y pre-procesamiento* de los datos.

3.5. Procedimientos

A partir de las fuentes secundarias mencionadas, se realiza la ***sistematización de la información*** de las variables referenciadas anteriormente, para armar una base de datos con sus series de tiempo, donde la variable tiempo (t) es diaria, presentando datos para 938 días, desde junio del 2015 a marzo de 2019. Las series mencionadas corresponden a los precios de cierre diarios que fueron integrando el índice Merval25 durante todo el período estudiado, el nivel del índice Merval25, la cotización del FCI-CONIOLA y la tasa de interés promedio vigente para cada día del período de los depósitos a plazo fijo a 30 días en bancos públicos y privados.

Luego se realiza la preparación de los datos, el ***cálculo de rendimientos*** diarios y mensuales para cada una de las series mencionadas. Se analizan las características probabilísticas de las series, dado el requisito de normalidad presente en el modelo de Markowitz.

⁹<https://open.bymadata.com.ar/#/dashboard>

¹⁰<https://octave.org/>

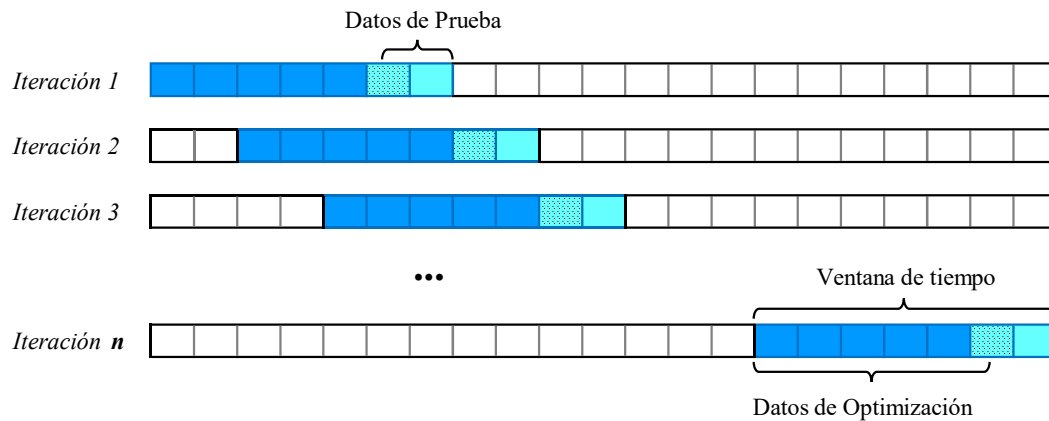
Se realiza la **descripción de las estrategias de inversión**. El desempeño a través del tiempo del modelo de Markowitz está asociado a la estrategia de inversión en la que se utilizará dicho modelo con el fin de optimizar la selección de alternativas. Las estrategias de inversión capturan la lógica utilizada para tomar decisiones de asignación de activos. Decisiones que en el presente trabajo están guiadas por la búsqueda del mayor rendimiento por unidad de riesgo, es decir, el objetivo de las estrategias es “*Maximizar el ratio de Sharpe*”.

Por otro lado, dado que el objetivo principal del trabajo es estudiar la validez del modelo de Markowitz en un mercado real, la lógica detrás de las estrategias consideradas es muy sencilla.

A partir de las duraciones determinadas en la estrategia se realiza una prueba preliminar del modelo, para ello se preparan las series para llevar a cabo el proceso de optimización y las comparaciones correspondientes. Esto es, se realiza cálculo de rendimientos esperados, varianzas y covarianzas para los activos y además se calculan los rendimientos equivalentes del activo libre de riesgo. En esta etapa la base de datos y los cálculos se estructuran a través de planillas de cálculos de MSExcel®.

Posteriormente se realiza la **validación** del modelo de optimización de carteras mediante lo que en finanzas se conoce como métodos de backtesting. Estos métodos consisten en dividir las series de datos históricos en sub-períodos (ventanas), los que a su vez se dividen en dos conjuntos de datos complementarios, uno para realizar el ajuste (*datos de optimización*), y el otro para realizar la validación (*datos de prueba*, que no han sido considerados antes). En particular, el utilizado en este trabajo se conoce como *Walk Forward* o *caminata hacia adelante* (Pardo, 2011) (Lopez de Prado, 2019). Cada iteración del método *walk forward* consiste en dos pasos. En el primero, se realiza una optimización en la que se explora el espacio de parámetros de la estrategia de inversión para el conjunto de *datos de optimización*. La función objetivo (del modelo de Markowitz) identifica en este espacio el conjunto de parámetros óptimos. En el segundo paso, se evalúa el desempeño del conjunto de parámetros óptimos en el conjunto de *datos de prueba* (muestra adyacente del historial de precios que no se incluyó en la muestra de precios con los que se llevó adelante la optimización).

Figura 11: Método Walk Forward



Fuente: Elaboración propia

Entonces, cada backtest utiliza un conjunto de datos con los que se calculan los parámetros óptimos (en el caso de estudio, estos parámetros son las proporciones del presupuesto a invertir en cada activo que conformará la cartera OPRA, y el conjunto de datos, son los rendimientos históricos utilizados para estimar los rendimientos esperados, las varianzas y las covarianzas, insumos del proceso de optimización que determina dicha cartera) y otro conjunto de datos de prueba (en el caso de estudio, las cotizaciones de los activos en los que se invirtió para realizar la valuación de la cartera un mes después de la inversión), y juntos forman una ventana de tiempo (subperíodo). Estos dos pasos de cada backtest se repiten iterativamente para todas las ventanas de tiempo de la serie de datos.

Esto da como resultado un conjunto de estadísticas de desempeño para cada iteración (para cada período de optimización y cada período de prueba). En el presente trabajo, se propuso como medida de desempeño el ratio de Sharpe, dado que permite evaluar el desempeño relativo de las carteras, en términos de rendimiento para un mismo nivel de riesgo (ver capítulo II).

Posteriormente, se realiza la inferencia estadística para chequear la robustez del modelo de optimización de carteras de Markowitz en el mercado de capitales argentino. Como se describió en el capítulo II, la forma habitual de realizar inferencias respecto a diferencias entre los Ratio de Sharpe de estrategias diferentes, es utilizar el método no paramétrico de Ledoit y Wolf (2008) ya que consigue buenos resultados con series de tiempo como la medida de desempeño planteada para el presente estudio (el ratio de Sharpe).

4. Capítulo IV: Resultados y Discusión

El propósito de este capítulo es presentar los resultados más relevantes que surgieron al verificar si el modelo de Markowitz es capaz de identificar carteras eficientes con mejor desempeño en términos de rendimiento y riesgo respecto a la cartera de mercado teórica representada por el índice Merval25 (benchmark). Además de comparar su desempeño respecto a los rendimientos obtenidos por el fondo de inversión CONIOLA descrito anteriormente.

Dada la *descripción del problema* realizada en el capítulo I y la *presentación del modelo teórico de Markowitz* realizada en el capítulo II, ahora se presentan los resultados de su implementación en el marco de una estrategia de inversión.

4.1. Estrategias de Inversión

En este apartado se describen las estrategias, la que se propone y las que se utilizan para la comparación. Se describe el modelo, la periodicidad, las variables que lo componen y las restricciones entre otros elementos.

La **estrategia** propuesta se basa en el modelo de optimización de carteras de Markowitz, donde la validación del mismo se realizó mediante la inversión del presupuesto el primer día del horizonte temporal, distribuyéndolo a partir de las proporciones que surjan del proceso de optimización planteado en el Capítulo II. Luego todos los meses se realiza el *rebalanceo* de la cartera, esto es, se ajustarán las participaciones de los activos que hubieren cambiado según la nueva cartera óptima (OPRA) sin incluir otra información que la requerida por el modelo de Markowitz.

Las estrategias de comparación son, por un lado, la replicación del índice Merval25, esto es, se reinvierten en carteras con las mismas proporciones del índice (Ver capítulo II); y por otro lado la inversión en el FCI de renta variable CONIOLA, a los fines de comparar con sus rendimientos por unidad de riesgo.

4.2. Variables

Como se presentó en el capítulo III, dado el fin de testear el desempeño del método propuesto, las variables de interés más relevante son los precios de los activos que formaron parte del Merval25 (Ver Anexo 7.2) durante el horizonte temporal estudiado; dado que de esta forma, se utilizan las mismas alternativas de inversión que las presentes en el benchmark de mercado. En el anexo 7.1 se encuentra el detalle de las composiciones del Merval25 a través del tiempo (especies y participaciones).

Características probabilísticas de las series de rendimientos

A continuación, se presenta el resultado del análisis de las características probabilísticas de las series mensuales durante el período de estudio.

Normalidad

Dado el requisito de normalidad presente en el modelo de Markowitz (ver capítulo II), se realizó la prueba de bondad de *ajuste chi-cuadrado* con un nivel de significación del 1%. Declaración de hipótesis:

$$H_0: R_i \sim Normal$$

$$H_1: R_i \not\sim Normal$$

Donde R_i corresponde al rendimiento mensual del activo i durante el período de estudio. Se realizaron los test para cada activo que conformó el Merval25, obteniéndose como resultado que solo 2 de los 46 activos no pasaron la prueba de normalidad para sus rendimientos.

Tabla 3: Resultados pruebas de normalidad

<i>Especie</i>	<i>p-valor</i>	<i>Especie</i>	<i>p-valor</i>	<i>Especie</i>	<i>p-valor</i>	<i>Especie</i>	<i>p-valor</i>	<i>Especie</i>	<i>p-valor</i>
AGRO	0.979	BRIO	0.050	CTIO	0.460	LOMA	0.864	SAMI	0.241
ALUA	0.286	BYMA	0.437	CVH	0.261	METR	0.448	SUPV	0.053
APBR	0.470	CAPU	0.045	DGCU2	0.694	MIRG	0.134	TECO2	0.714
AUSO	0.082	CARC	0.000	EDN	0.163	MOLI	0.134	TEF	0.011
BBAR	0.982	CECO2	0.939	TXAR	0.456	PAMP	0.322	TGNO4	0.004
BHIP	0.027	CELU	0.630	GGAL	0.132	PESA	0.871	TGSU2	0.140
BMA	0.126	CEPU	0.822	HARG	0.105	PETR	0.552	TRAN	0.056
BOLT	0.921	COME	0.715	INDU	0.927	PGR	0.456	TS	0.065
BPAT	0.574	CRES	0.521	IRSA	0.096	PSUR	0.010	YPPD	0.035

Fuente: Elaboración propia

Estos activos fueron CARC y TGNO4 (Ver *p-valores* en Tabla 3). Estos activos fueron descartados a los fines de continuar con la utilización del método de Markowitz.

Correlación

La correlación es la relación lineal entre dos o más variables. El método de Markowitz arroja mejores resultados cuando los rendimientos de los activos considerados estén correlacionados de forma negativa, es decir, que tienden a comportarse de manera contraria, por lo tanto se reduce el riesgo de la inversión y se logra una buena diversificación.

En cambio, cuando la correlación es positiva los activos tienden a comportarse de manera similar, es decir, si el precio de un activo aumenta, el otro lo hará de manera similar, lo mismo cuando su valor disminuye; esto implica que la diversificación por

invertir en una cartera conformada por estos activos, no logra reducir significativamente el riesgo de la cartera.

Si la correlación es nula, igual a 0, indica que ese par de activos no presenta ninguna relación de dependencia entre sí.

Se calcularon las matrices de varianzas y covarianzas (MVCs), considerando los cambios en las composiciones de los activos que fueron conformando el Merval25. Luego, a los fines prácticos de poder presentar e interpretar los resultados más claramente, se presenta la matriz con los *coeficientes de correlación* calculada a partir de las MVCs entre los activos mencionados para un período al azar.

Tabla 4: Matriz de Correlación

	AGRO	ALUA	APBR	AUSO	BBAR	BMA	CEPU	COME	CRES	CTIO	DGCU2	EDN	TXAR	GGAL	HARG	MIRG	PAMP	PGR	SAMI	TECO2	TGSU2	TRAN	TS	YFDF
AGRO	0.00	0.41	-0.13	0.52	0.42	0.37	0.47	0.22	0.45	0.25	0.46	0.19	0.63	0.43	0.59	0.20	0.63	0.02	0.24	0.11	0.49	0.54	-0.20	0.31
ALUA	0.41	0.00	0.02	0.43	0.21	0.20	0.43	0.31	0.39	0.28	0.39	0.20	0.53	0.22	0.43	0.15	0.35	0.14	0.27	0.22	0.21	0.28	-0.07	0.12
APBR	-0.13	0.02	0.00	0.16	-0.12	-0.11	-0.18	0.16	0.18	-0.08	-0.12	0.05	0.19	-0.02	-0.01	-0.03	-0.17	-0.05	0.12	-0.02	0.00	-0.16	0.39	0.12
AUSO	0.52	0.43	0.16	0.00	0.27	0.31	0.29	0.27	0.31	0.15	0.38	0.26	0.48	0.38	0.44	0.12	0.31	0.12	0.20	0.25	0.35	0.53	0.00	0.11
BBAR	0.42	0.21	-0.12	0.27	0.00	0.53	0.25	0.17	0.28	0.27	0.15	0.25	0.38	0.64	0.37	0.20	0.48	0.05	0.05	0.15	0.51	0.43	-0.03	0.31
BMA	0.37	0.20	-0.11	0.31	0.53	0.00	0.14	0.07	0.38	0.43	0.13	0.45	0.34	0.71	0.38	0.11	0.51	0.23	0.03	0.25	0.51	0.43	-0.13	0.09
CEPU	0.47	0.43	-0.18	0.29	0.25	0.14	0.00	0.37	0.16	0.13	0.28	0.22	0.17	0.28	0.35	0.21	0.47	0.10	0.37	0.25	0.34	0.37	-0.09	0.30
COME	0.22	0.31	0.16	0.27	0.17	0.07	0.37	0.00	0.27	-0.12	0.17	0.08	0.23	0.21	0.26	0.51	0.12	0.02	0.32	0.17	0.17	0.18	0.19	0.22
CRES	0.45	0.39	0.18	0.31	0.28	0.38	0.16	0.27	0.00	0.31	0.12	0.32	0.51	0.40	0.50	0.17	0.36	0.20	-0.04	0.15	0.36	0.29	0.03	0.27
CTIO	0.25	0.28	-0.08	0.15	0.27	0.43	0.13	-0.12	0.31	0.00	0.29	0.36	0.24	0.35	0.32	0.13	0.38	0.30	0.09	0.12	0.30	0.39	-0.28	0.01
DGCU2	0.46	0.39	-0.12	0.38	0.15	0.13	0.28	0.17	0.12	0.29	0.00	0.09	0.31	0.20	0.35	0.17	0.19	0.06	0.12	-0.16	0.36	0.38	-0.28	-0.01
EDN	0.19	0.20	0.05	0.26	0.25	0.45	0.22	0.08	0.32	0.36	0.09	0.00	0.15	0.37	0.38	0.14	0.48	0.21	0.28	0.19	0.53	0.37	-0.16	0.22
TXAR	0.63	0.53	0.19	0.48	0.38	0.34	0.17	0.23	0.51	0.24	0.31	0.15	0.00	0.33	0.51	0.20	0.48	-0.12	0.19	0.08	0.45	0.42	-0.06	0.22
GGAL	0.43	0.22	-0.02	0.38	0.64	0.71	0.28	0.21	0.40	0.35	0.20	0.37	0.33	0.00	0.32	0.22	0.43	0.18	0.11	0.24	0.53	0.53	-0.04	0.22
HARG	0.59	0.43	-0.01	0.44	0.37	0.38	0.35	0.26	0.50	0.32	0.35	0.38	0.51	0.32	0.00	0.15	0.53	0.14	0.22	0.03	0.43	0.40	-0.08	0.11
MIRG	0.20	0.15	-0.03	0.12	0.20	0.11	0.21	0.51	0.17	0.13	0.17	0.14	0.20	0.22	0.15	0.00	0.19	0.00	0.13	-0.03	0.15	0.13	0.10	0.30
PAMP	0.63	0.35	-0.17	0.31	0.48	0.51	0.47	0.12	0.36	0.38	0.19	0.48	0.48	0.43	0.53	0.19	0.00	-0.01	0.39	0.24	0.62	0.53	-0.30	0.24
PGR	0.02	0.14	-0.05	0.12	0.05	0.23	0.10	0.02	0.20	0.30	0.06	0.21	-0.12	0.18	0.14	0.00	-0.01	0.00	-0.08	0.14	0.09	0.10	-0.03	-0.03
SAMI	0.24	0.27	0.12	0.20	0.05	0.03	0.37	0.32	-0.04	0.09	0.12	0.28	0.19	0.11	0.22	0.13	0.39	-0.08	0.00	0.08	0.25	0.28	-0.08	0.06
TECO2	0.11	0.22	-0.02	0.25	0.15	0.25	0.25	0.17	0.15	0.12	-0.16	0.19	0.08	0.24	0.03	-0.03	0.24	0.14	0.08	0.00	0.28	0.19	0.08	0.16
TGSU2	0.49	0.21	0.00	0.35	0.51	0.51	0.34	0.17	0.36	0.30	0.36	0.53	0.45	0.53	0.43	0.15	0.62	0.09	0.25	0.28	0.00	0.59	-0.31	0.20
TRAN	0.54	0.28	-0.16	0.53	0.43	0.43	0.37	0.18	0.29	0.39	0.38	0.37	0.42	0.53	0.40	0.13	0.53	0.10	0.28	0.19	0.59	0.00	-0.19	0.21
TS	-0.20	-0.07	0.39	0.00	-0.03	-0.13	-0.09	0.19	0.03	-0.28	-0.33	-0.16	-0.06	-0.04	-0.08	0.10	-0.30	-0.03	-0.08	0.08	-0.31	-0.19	0.00	0.19
YFDF	0.31	0.12	0.12	0.11	0.31	0.09	0.30	0.22	0.27	0.01	-0.01	0.22	0.22	0.22	0.11	0.30	0.24	-0.03	0.06	0.16	0.20	0.21	0.19	0.00

Fuente: elaboración propia

En la Tabla 4 se presentan los *coeficientes de correlación* mencionados para la composición del Merval25 del tercer trimestre del año 2017, se observan varios coeficientes de correlación de signo negativo. Según la teoría moderna de selección de carteras, esto permitiría diversificar riesgo no sistemático y obtener mayores rendimientos para un mismo nivel de riesgo.

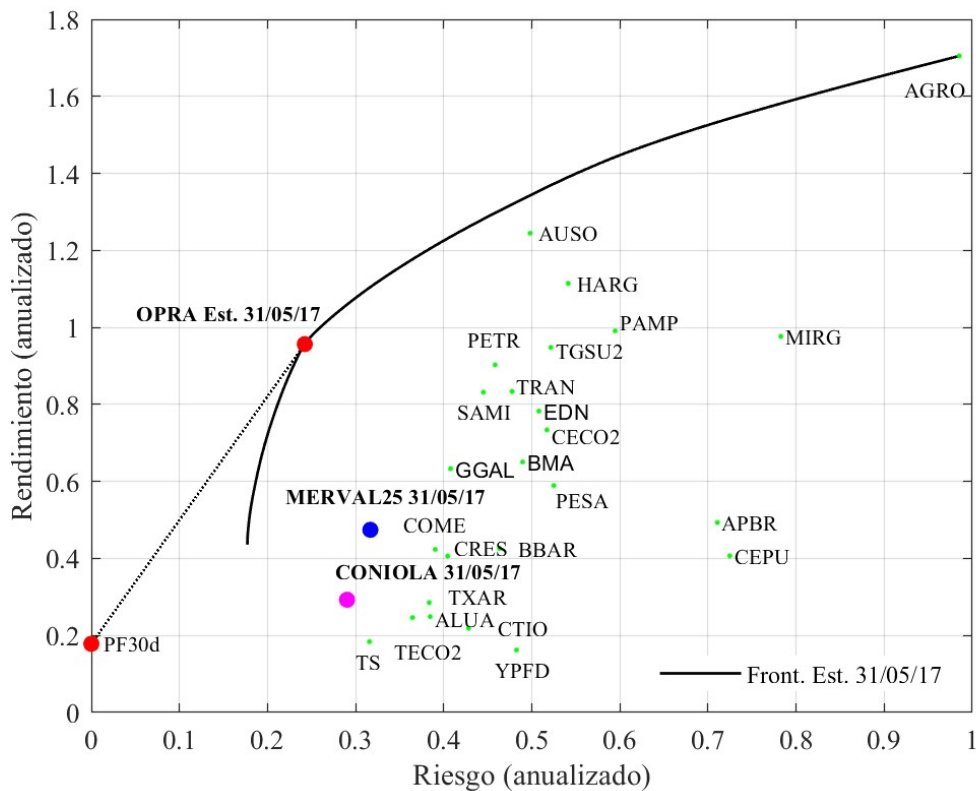
4.3. Prueba preliminar del modelo

En este punto se busca determinar hasta qué punto la estrategia de inversión se ve reforzada por la optimización. Esto es, si se logra construir fronteras de carteras eficientes con sus correspondientes carteras OPRA, que dominen al benchmark de

mercado (MERVAL25) y al FCI de renta variable CONIOLA. Para ello, se realiza el testeo de la estrategia de optimización contra los resultados obtenidos por las otras dos estrategias. Nuevamente, a los fines de sintetizar la exposición, se presenta el análisis gráfico solo para el tercer trimestre de 2017.

En la *Figura 12* se presenta la frontera eficiente estimada para el día 31/05/2017 para la estrategia de optimización de carteras utilizando el modelo de Markowitz (Ver capítulo II). También se representan las combinaciones de rendimiento y riesgo anualizados de las carteras que surgen de las otras dos estrategias (replicar el índice MERVAL25 e invertir en FCI-CONIOLA). Puede verse que es posible obtener fronteras eficientes esperadas, con carteras que dominan a los activos individuales, el índice MERVAL25 y el FCI-CONIOLA.

Figura 12: Frontera eficiente



Fuente: Elaboración propia

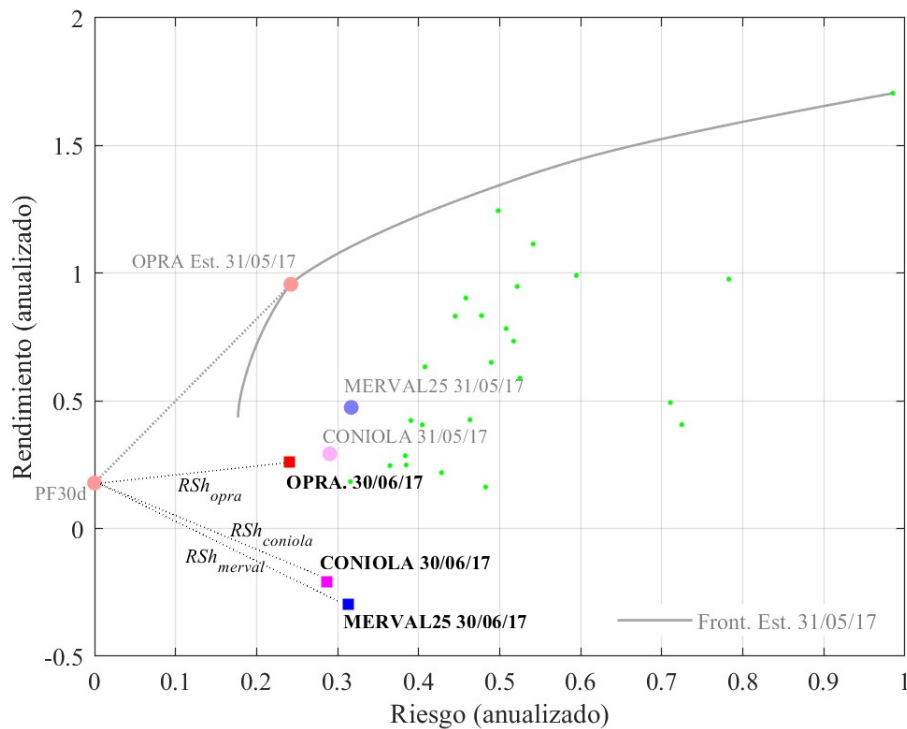
El día 31/05/2017 se resuelve el problema de optimización del cual resulta la frontera de carteras eficientes (Tabla 9 de Anexos) y a partir de ella el conjunto de pesos óptimos para el rebalanceo de la inversión en la cartera OPRA. Para ello, primero se estiman los rendimientos esperados y la matriz de varianzas y covarianzas utilizando las últimas 30 observaciones. Cabe mencionar que los pesos óptimos para el rebalanceo se calculan el

último día hábil del mes analizado (utilizando únicamente la información disponible hasta esa fecha), y los resultados de esa inversión se evalúan a los precios del último día hábil del mes siguiente (30/06/2017). Es decir, en el cálculo de los pesos óptimos y el rebalanceo, nunca se utiliza información futura.

En este momento (Figura 12) se tienen las proporciones óptimas a invertir en cada activo, \vec{W}_{OPRA} , a partir de las cuales se calcula el rendimiento y riesgo esperado de la cartera OPRA (●). Para esa fecha también se tienen las combinaciones de riesgo y rendimiento de todos los activos del Merval25 (●), del índice Merval25 (●) y del FCI-CONIOLA (●).

En la Figura 13 se presentan los resultados de las estrategias un mes después, valuando los activos al 30/06/2017. Esto es, las combinaciones de rendimiento y riesgo que se dieron efectivamente después de un mes, si se hubiera invertido las proporciones \vec{W}_{OPRA} , obtenidas el 31/05/2017, y valuado esas tenencias a los precios del día 30/06/2017. Luego, se calcula el rendimiento y el riesgo de la cartera OPRA (■). También se presenta el rendimiento y riesgo al día 30/06/2017 de las otras dos estrategias, esto es, replicar el Merval25 (■) e invertir en el FCI-CONIOLA (■).

Figura 13: Rendimientos efectivos



Fuente: Elaboración propia

En este caso se obtuvo un mejor rendimiento por unidad de riesgo para la estrategia de optimización. Puede verse que entre el 31/05/2017 y el 30/06/2017, tuvieron rendimientos negativos tanto el Merval25 como el FCI-CONIOLA. Y que los rendimientos para las tres estrategias fueron inferiores que para el período anterior

Repitiendo este procedimiento para los dos meses siguientes del año 2017 se obtuvieron los resultados presentados en la Tabla 5.

Tabla 5: Ratio de Sharpe

	30/06/2017				31/07/2017				31/08/2017			
	Rend	Rf	Riesg	RSh	Rend	Rf	Riesg	RSh	Rend	Rf	Riesg	RSh
OPRA	0.259	0.179	0.240	0.333	0.133	0.190	0.245	-0.231	1.252	0.190	0.246	4.314
MERVAL25	-0.295	0.179	0.314	-1.511	-0.138	0.190	0.310	-1.058	1.168	0.190	0.307	3.188
CONIOLA	-0.209	0.179	0.287	-1.352	-0.369	0.190	0.284	-1.966	1.443	0.190	0.285	4.393

Nota: Los rendimientos y riesgos están anualizados

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 5 puede verse que se obtienen mejores resultados en términos de rendimientos por unidad de riesgo (*Ratio de Sharpe, RSh*) para la cartera OPRA de la estrategia de optimización de Markowitz para los meses de junio y julio. En agosto, la estrategia de optimización queda en segundo lugar, superando a la de replicación del índice Merval25, pero obteniendo menos rendimientos por unidad de riesgo que la estrategia del FCI-CONIOLA.

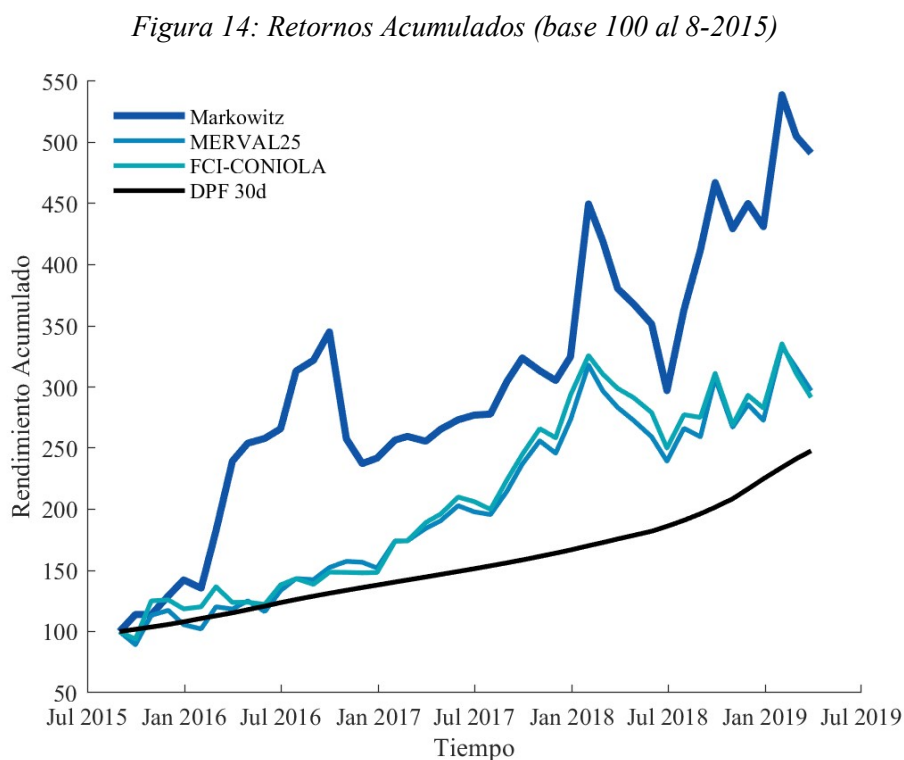
En resumen, en los tres meses de prueba, la estrategia de optimización mostró **que** puede llegar a ser tanto o más rentable que las otras dos. En los apartados siguientes se continuará con los resultados de las etapas de validación y testeo de estas hipótesis para todo el período de estudio.

4.4. Validación

En el presente apartado se presentan los resultados del proceso de validación. Durante este proceso se usó una longitud de 30 observaciones para cada conjunto de datos utilizados para la optimización, en un horizonte temporal estudiado de 3 años y nueve meses. Con un período de reinversión mensual de los fondos (en cada reinversión se optimiza y se realiza el rebalanceo de la cartera), por lo tanto, se realizaron 45 pruebas (ver capítulo II) una para cada mes del período. A su vez, cada prueba consistió en ejecutar para cada estrategia los procedimientos descritos en el punto 4.3. La selección del período de reinversión se realizó con el objetivo de que coincida con el período de

capitalización del activo considerado como libre de riesgo (depósito a plazo fijo a 30 días).

Suponiendo que al 31 de agosto de 2015 se hubiera invertido un monto de \$100 en el Merval 25, un monto de \$100 en el FCI CONIOLA y \$100 en la cartera OPRA que surge de la aplicación del método de Markowitz (MK), los resultados en términos de rendimientos acumulados hubieran sido presentes en la Figura 14¹¹.



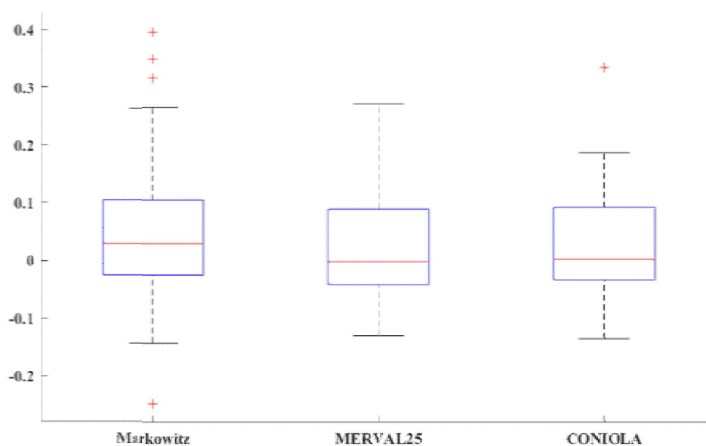
Fuente: Elaboración propia en base a resultados obtenidos

En la Figura 14 puede verse que la estrategia que obtuvo el mejor rendimiento acumulado fue la optimización de cartera mediante el modelo de Markowitz, las otras dos estrategias tuvieron un rendimiento menor, pero también una menor volatilidad. Por otro lado, se observa también que las diferentes performances en términos de rendimientos acumulados son diferentes para cada año estudiado. Por ejemplo, la estrategia de optimización de cartera tiene un muy buen desempeño durante el año 2016, pero durante el 2017 las otras dos estrategias presentan mejoras significativas. Finalmente, las tres estrategias superaron los rendimientos del plazo fijo en pesos a 30 días para el período estudiado.

¹¹ Se consideran rendimientos brutos para las tres estrategias. Es decir, se trabaja sin costos de transacción, por lo que no existe una penalización por llevar a cabo un rebalanceo.

A continuación, se presentan los resultados del análisis de rendimientos de las tres estrategias. En la Figura 15 se presentan los diagramas de caja de los rendimientos mensuales de las tres carteras para todo el período estudiado.

Figura 15: Boxplot de rendimientos de las tres estrategias



Fuente: Elaboración propia

Puede verse que los rendimientos mensuales de las carteras que surgen de las tres estrategias aplicadas a todo el período de estudio, no siguen una distribución simétrica. De hecho, tienen un sesgo positivo (sería hacia arriba en la Figura 15). Los rendimientos obtenidos con la estrategia de optimización de carteras de Markowitz, tienen un rango más amplio y una mediana más alta que las otras dos estrategias. La estrategia que muestra una mayor concentración de rendimientos es el FCI.

Dados las diferentes performances observadas en el análisis gráfico de los retornos acumulados (Figura 14), y a los fines de comparar el desempeño de las estrategias entre años diferentes, se subdividió el período en años completos de cotización.

Tabla 6: Comparación de rendimientos mensuales

Período	Mediana			Desvío Medio		
	Markowitz	MERVAL25	CONIOLA	Markowitz	MERVAL25	CONIOLA
2016	3.34%	1.42%	0.15%	10.93%	5.99%	4.45%
2017	2.90%	6.21%	7.83%	3.30%	5.96%	7.24%
2018	-2.52%	-4.12%	-3.03%	12.38%	8.86%	7.35%
8/15 a 3/19	2.85%	-0.26%	0.15%	9.02%	7.64%	6.98%

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 6 se presentan los resultados del análisis de los rendimientos mensuales para los años 2016, 2017 y 2018 de las tres estrategias. Puede verse que la estrategia de optimización de carteras de Markowitz, presenta mejor performance en términos de

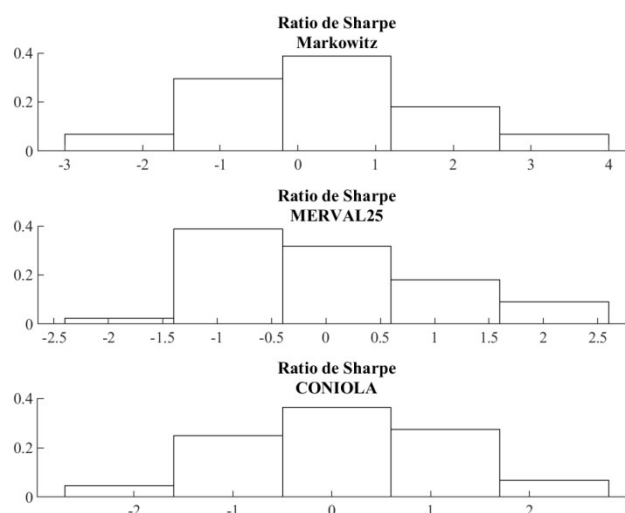
rendimientos medianos para los años 2016 y 2018, mientras que en el 2017 los rendimientos del FCI fueron superiores a las otras dos estrategias.

En cuanto a la variabilidad, el análisis del desvío medio del rendimiento mensual de cada cartera, indica que la variabilidad de la estrategia de optimización de carteras de Markowitz es muy alta para los años 2016 y 2018, en comparación con las otras estrategias. Por otro lado, para el año 2017, la variabilidad es más baja para la estrategia de optimización, pero también es el año para el que el rendimiento mediano de esta estrategia es el más bajo de las tres.

Por otro lado, y de forma consistente con el análisis gráfico, cuando se considera todo el período desde julio de 2015 a marzo de 2019, la estrategia de optimización, arroja carteras con rendimientos medianos y variabilidad superiores a las otras dos estrategias.

Estos resultados no son concluyentes, por lo que a continuación se presenta el análisis de la medida de desempeño propuesta, el ratio de Sharpe. Este indicador permite evaluar el desempeño relativo de dos carteras en términos de rendimiento para un mismo nivel de riesgo. Es decir, además de permitir evaluar la performance relativa entre carteras, considera su riesgo no sistemático, esto tiene significancia en carteras que no están tan diversificadas como en el caso del presente estudio, dada la cantidad reducida de activos diferentes que conforman el panel líder de nuestro mercado de capitales (ver Capítulo II)

Figura 16: Histogramas de los Sharpe Ratios



Fuente: Elaboración propia

De la forma de las distribuciones de frecuencia de los ratios de Sharpe obtenidos por las carteras de las tres estrategias durante todo el período, puede verse que las distribuciones de los indicadores no siguen una distribución normal, están sesgadas positivamente al igual que las de los rendimientos de las carteras. Asimismo, la posición central de los Sharpe Ratios de la estrategia de optimización de carteras está a la derecha de las de las otras dos. Además, la del índice Merval25 presenta una gran concentración de rendimientos negativos por unidad de riesgo. Por otro lado, respecto a la variabilidad de los ratios de Sharpe para todo el período, puede verse que los resultantes de las carteras de la estrategia de optimización presentan una mayor variabilidad.

Esto nos muestra que *Sharpe* ubica, para el período 8/2015 – 3/2019 en el siguiente orden a la performance esperada de las carteras:

$$E(RSh_{Merval25}): 0,0583 < E(RSh_{CONIOLA}): 0,0852 < E(RSh_{Markowitz}): 0,1831$$

A modo preliminar, el método de Markowitz constituiría, para el período analizado y las acciones contempladas, un buen método de conformación de carteras para el mercado de capitales argentino. Las carteras conformadas por Markowitz, con las acciones del Merval25, han proporcionado mejores rendimientos por unidad de riesgo que el índice de referencia y el FCI CONIOLA.

A los fines de verificar estos postulados, en el siguiente punto se realizan las correspondientes pruebas de significación de la medida de desempeño propuesta.

4.5. Evaluación del desempeño de la implementación

En este apartado se busca determinar si existe una diferencia significativa entre el desempeño (medido mediante del ratio de Sharpe (1964)) de las carteras generadas por la estrategia de optimización de Markowitz, y el generado por la estrategia de replicación del Merval25 y la de inversión en el FCI-CONIOLA.

Sean las carteras **MK** (la cartera OPRA que surge a partir del modelo de Markowitz) y **M25** (la del índice Merval25), y su rendimientos excedentes sobre la tasa libre de riesgo en el momento t , $(R_{MKt} - R_{ft})$ y $(R_{M25t} - R_{ft})$. Luego, el ratio de Sharpe de cada cartera, observado en el momento t , se expresa así:

$$RSh_{MKt} = \frac{(R_{MKt} - R_{ft})}{\sigma_{MKt}} \quad y \quad RSh_{M25t} = \frac{(R_{M25t} - R_{ft})}{\sigma_{M25t}}$$

Luego, nos interesa probar la hipótesis de que hay diferencias entre los desempeños de las carteras y entre RSh de MK y el de M25, esto es:

$$H_0: RSh_{MK} - RSh_{M25} = 0 \quad H_a: RSh_{MK} - RSh_{M25} \neq 0$$

Si se rechaza H_0 , hay diferencias significativas entre los desempeños de las carteras.

También interesa la misma inferencia contra el FCI-CONIOLA, esto es:

$$H_0: RSh_{MK} - RSh_{CON} = 0 \quad H_a: RSh_{MK} - RSh_{CON} \neq 0$$

Las herramientas más populares para este fin son las pruebas de Jobson y Korkie (1981) corregidas por Memmel (Mommel, 2003) y generalizadas por Ledoit y Wolf (2008) para casos con rendimientos no normales, muestras chicas o si las observaciones están correlacionadas en el tiempo.

Dadas las características observadas en las distribuciones de los RSh de las carteras del presente trabajo, para el contraste de igualdad de Sharpe ratios se utilizó el test propuesto por Ledoit y Wolf (2008). En la Tabla 7 se presentan los resultados de la aplicación del test para el período entre julio de 2015 y marzo de 2019.

Tabla 7: Test de igualdad de Sharpe ratios

	Estadístico	p-valor	Conclusión ($\alpha = 10\%$)
$RSh_{MK} - RSh_{M25} = 0$	1.9912	0.0420	Se rechaza H_0
$RSh_{MK} - RSh_{CON} = 0$	1.5077	0.1279	No se rechaza H_0

Fuente: elaboración propia

Los resultados en la Tabla 7 indican que hay diferencias significativas entre la cartera MK y el Merval25, por lo que se puede inferir que las carteras generadas por la estrategia de optimización de carteras usando el modelo de Markowitz, generan mejores rendimientos excedentes por unidad de riesgo.

Por otro lado, en el segundo caso, no se puede rechazar la hipótesis nula, por lo que no se logra probar que hay diferencias significativas entre los rendimientos por unidad de riesgo generados por la estrategia de optimización de carteras usando el modelo de Markowitz y la inversión en el FCI-CONIOLA.

En resumen, se pudo verificar que el modelo de Markowitz es capaz de identificar carteras eficientes con mejor desempeño en términos de rendimiento por unidad de riesgo que la cartera de mercado teórica representada en el índice Merval25.

5. Capítulo V: Conclusiones y Recomendaciones

5.1. Conclusiones

En el presente trabajo se recabo evidencias que prueban la proposición de que la aplicación de postulados teóricos básicos como el modelo de Markowitz y el ratio de Sharpe, pudieron lograr mejores comportamientos que los métodos de decisión que se llevaron a cabo por aquellos administradores que siguieron el patrón del mercado a través de la replicación de la estructura del índice bursátil de referencia en el mercado de capitales argentino.

Para esto, se realizó una revisión de trabajos de investigación en los que se estudió la aplicación de este tipo de modelo en el mercado de capitales argentino. Luego se desarrolló la explicación exhaustiva de los postulados de Markowitz respecto a la teoría moderna de selección de carteras y su análisis gráfico. Se presentó el método de escalarización de la restricción que permite obtener la frontera eficiente del problema multiobjetivo de Markowitz a partir de la resolución de problemas mono objetivo determinísticos de programación no lineal (cuadráticos), presentándose la formulación del modelo del problema dual que se resolvió. Luego se presentaron las medidas de desempeño y los métodos de inferencia estadísticos que se utilizaron para probar la proposición mencionada en el párrafo anterior. Para posteriormente analizar la composición y evolución del comportamiento del Mercado de Valores Argentino, y así poder caracterizar el contexto real de aplicación, validar el modelo en este contexto y finalmente testear el desempeño de las estrategias de inversión alternativas contra la estrategia de optimización de carteras mediante el modelo de Markowitz.

La conclusión principal que se deriva del análisis de los resultados, es que el modelo planteado por Harry Markowitz, a pesar de su complejidad matemática, demostró que es capaz de identificar carteras eficientes con mejor desempeño en términos de rendimiento por unidad de riesgo que la cartera de mercado teórica representada en el índice MERVAL25 y un desempeño similar al FCI de renta variable (CONIOLA) administrado por ADCAP ASSET MANAGEMENT SGFCISA.

5.2. Propuestas

En un futuro se espera poder retomar el presente trabajo con el objetivo de profundizar el modelo respecto de las modificaciones que se le realizaron al mismo, por ejemplo utilizando el Modelo de Riesgo L_1 (Konno & Hiroaki, 1991) que plantea una medida alternativa de riesgo y comparar los resultados obtenidos. O a nivel posgrado, utilizando

modelos de pronóstico más robustos, un ejemplo de este tipo de aplicación puede verse en “*Time-varying mean–variance portfolio selection problem solving via LVI-PDNN*” (Katsikis, Mourtas, Stanimirović, Li, & Cao, 2022) en el que los autores estudian la resolución del problema de selección de cartera de media-varianza variable en el tiempo, y su resolución a través de una Red Neuronal (LVI-PDNN)¹².

Considerando la importancia de la explotación hidrocarburífera en la región patagónica, se propone como línea de investigación futura la profundización y aplicación de los usos alternativos de estos métodos a un estudio de caso en la zona.¹³

¹² Ver anexo 7.4

¹³ Ver anexo 7.4

6. Referencias

- Anderson, D. R., Sweeney, D. J., Williams, T. A., Camm, J. D., & Martin, K. (2011). *Métodos cuantitativos para los negocios*. Cengage Learning.
- Barber, B. M., Lee, Y. T., Liu, Y. J., & Odean, T. (2009). Just how much do individual investors lose by trading? *The Review of Financial Studies* , 22 (2), 609-632.
- Barberis, N., & Thaler, R. (2003). A survey of Behavioral finance. En M. Harris, & R. Stulz, *Handbook of the economics of finance* (págs. 1-71). Elsevier Science.
- Bedoya, D. D. (2009). Gestión de Portafolios: una mirada crítica mas allá de Markowitz . *AD-MINISTER Universidad EAFIT* , 154-162.
- Bertrand, J. W., & Fransoo, J. C. (2002). Operations management research methodologies using quantitative modeling. *International Journal of Operations & Production Management* .
- Brown, S. J., Hwang, I., & In, F. (2013). Why optimal diversification cannot outperform naive diversification: Evidence from tail risk exposure. *SSRN Electronic Journal* , 1-55.
- De Boer, L., Labro, E., & Morlacchi, P. (2001). A review of methods supporting supplier selection. *European journal of purchasing & supply management* , 75-89.
- DeMiguel, V., Garlappi, L., & Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy? *The review of Financial studies* , 1915-1953.
- Galli, M., & Del Águila, N. (1998). *Teoría y realidad: El aporte de Harry Markowitz a la administración de portafolios en Argentina*. Universidad Torcuato Di Tella. Buenos Aires: Universidad Torcuato Di Tella.
- Gutiérrez Urzúa, M. y. (2016). Valoración de una empresa de agua potable mediante opciones reales. *Industrial Data* , 30-41.
- Gutiérrez Urzúa, M., & Cancino, J. H. (2016). Valoración de una empresa de agua potable mediante opciones reales. *Industrial Data* , 30-41.
- Haimes, Y., Lasdon, L., & Wismer, D. (1971). On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics* , 296-297.

- Iñigo Díaz, J. I. (2016). *Teoría de carteras eficientes aplicada al Merval*. Universidad Nacional de Tucumán.
- Jobson, J. D., & Korkie, B. M. (1981). Performance hypothesis testing with the Sharpe and Treynor measures. *Journal of Finance* , 889-908.
- Jobson, J., & Korkie, B. (1981). Prueba de hipótesis de rendimiento con las medidas de Sharpe y Treynor. *Revista de Finanzas* , 889-908.
- Katsikis, V. N., Mourtas, S. D., Stanimirović, P. S., Li, S., & Cao, X. (2022). Time-varying mean–variance portfolio selection problem solving via LVI-PDNN. *Computers & Operations Research* .
- Konno, H. -Y. (1991). Mean Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and its Applications to Tokyo Stock Market. *Management Science* , 519-531.
- Konno, H., & Hiroaki, Y. (1991). Mean Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and its Applications to Tokyo Stock Market.
- Kritzman, M., Page, S., & Turkington, D. (2010). In defense of optimization: the fallacy of $1/n$. *Financial Analysts Journal* , 31–39.
- Ledoit, O., & Wolf, M. (2008). Robust performance hypothesis testing with the Sharpe ratio. *Journal of Empirical Finance* , 15 (5), 850-859.
- Lopez de Prado, M. (2019). *Tactical investment algorithms*. SSRN .
- Mainik, G., Mitov, G., & Rüschenhoff, L. (2015). Portfolio optimization for heavy-tailed assets: Extreme Risk Index vs. Markowitz. *Journal of Empirical Finance* , 115-134.
- Markowitz, H. M. (1999). The early history of portfolio theory: 1600–1960. *Financial analysts journal* , 5-16.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection . *The Journal of Finance* , 77-91.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance* , 77-91.
- Markowitz, H. (1959). *Portfolio selection: Efficient diversification*. New York: John Wiley.
- Memmel, C. (2003). Performance hypothesis testing with the Sharpe ratio. *Finance Letters* , 21–23.

- Mendizábal Zubeldia, A., Miera Zabalza, L. M., & Zubia Zubiaurre, M. (2002). El modelo de Markowitz en la gestión de carteras. *Cuadernos de Gestión* .
- Michaud, R. (1989). The Markowitz Optimization Enigma: Is "Optimized" Optimal? *Financial Analysts Journal* , 31-42.
- Milanesi, G. (2018). Diversificación y carteras óptimas: análisis del mercado de capitales argentino. *Revista Argentina de Investigación en Negocios* , 41-60.
- Milanesi, G. S. (2016). Opciones reales y función isoelástica de utilidad para valorar I&D e intangibles . *Escritos contables y de Administración* , 91-109.
- Muñoz Martos, M. D. (1998). Programación estocástica: algunas aportaciones teóricas y computacionales. Madrid.
- Odeninga, M., Mubnoff, O., & Balbannb, A. (2005). Investment decisions in hog finishing: an application of the real options approach. *Agricultural Economics* , 47-60.
- Pappalardo, F. D. (2018). *Aplicación del Modelo de Markowitz en el MERVAL Argentino*. Buenos Aires: Universidad de Buenos Aires.
- Pardo, R. (2011). *The evaluation and optimization of trading strategies*. John Wiley & Sons.
- Schneider, J. (1997). The holdout method. *The school of computer science* .
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The journal of finance* , 425-442.
- Steuer, R. E., Qi, Y., & Hirschberger, M. (2006). Portfolio selection in the presence of multiple criteria. En *Handbook of financial engineering* (págs. 3-24). Springer.
- Szolgayová, J., Fuss, S., Khabarov, N., & Obersteiner, M. (2011). A dynamic CVaR-portfolio approach using real options: an application to energy investments. *European Transactions on Electrical Power* , 1825-1841.
- Taha, H. A. (2012). *Investigación de operaciones* . México: Pearson Educación.
- Wachowicz, J. V. (2010). *Fundamentos de Administración Financiera* . México : Pearson Educación.
- Wu, L. C., & Ong, C. S. (2008). Management of information technology investment: A framework based on a Real Options and Mean–Variance theory perspective. *Technovation* , 122-134.

Zefu, L., & Jianyue, J. (2007). The Portfolio Selection Model of Oil/Gas Projects Based on Real Option Theory. *Computational Science* , 945-952.

Zhang, Y. L., & Guo, S. (2018). Portfolio selection problems with Markowitz's mean-variance framework: a review of literature. *Fuzzy Optimization and Decision Making* , 125-158.

Zubeldía Mendizábal, A., Zabalza Miera, L., & Zubiaurre, M. (2002). El modelo de Markowitz en la gestión de carteras. *Universidad del país Vasco, Euskal Herriko Unibertsitatea* , 33-46.

7. Anexos

7.1. Evolución de la composición del Merval25

Tabla 8: Evolución de la composición del Merval25 (en %)

	T3:2015	T4:2015	T1:2016	T2:2016	T3:2016	T4:2016	T1:2017	T2:2017	T3:2017	T4:2017	T1:2018	T2:2018	T3:2018	T4:2018	T1:2019
AEN									3,58						
AGRO			0,55	0,69		1,28	2,01	1,89	1,98	2,49	2,44				
ALUA	3,95	4,20	5,24	5,04	3,53	3,43	3,69	3,74	3,37	2,97	3,02	2,49	2,58	3,32	3,32
APBR	20,17	21,39	16,16	16,13	19,05	15,89	13,81	11,50	9,01	7,51	5,40	5,22	7,96	7,98	8,53
AUSO								1,56	2,01	1,90					
BHIP	0,73	0,49	0,62	0,74	0,81										
BMA	3,68	3,35	4,93	5,00	5,64	5,13	3,42	3,33	3,71	3,71	5,37	5,22	5,17	7,14	7,64
BOLT										2,23	2,03				
BPAT	0,54	0,33													
BYMA											3,55	5,34	6,64	5,59	4,19
CAPU			0,54	0,70		1,03									
CARC						1,46	1,57								
CECO2	1,58	1,26	1,26	1,22	1,17	1,61	1,73	1,71							
CELU	0,40	0,36			1,08	1,80	1,69								
CEPU		0,45	0,60	0,75	0,86	1,56	1,95	2,22	2,53	3,10	4,54	7,90	7,63	4,89	4,56
CEPU2	0,77														
COME	7,86	9,74	8,24	7,86	6,42	4,32	4,04	3,23	2,97	3,29	4,40	3,71	2,37	1,86	1,60
CRES			0,71	0,92	3,85	7,55	6,79	5,34	4,48	3,62	3,58	3,19	2,20	1,57	1,52
CTIO				1,51	2,14	1,95	1,79	1,77	1,76						
CVH												3,62	3,11	2,22	1,86
DGCU2									1,97	2,30	2,18	2,40	1,95	1,11	0,00
EDN	3,14	2,56	3,51	3,37	2,54	2,66	2,90	2,88	2,74	2,77	2,64	2,53	2,48	2,30	2,00
ERAR	6,44	5,15	5,51	5,47	4,46	5,30	5,70	5,77	5,26	4,48	4,23	3,72			
FRAN	3,32	3,64	4,25	4,33	4,63	4,48	4,04	3,94	4,17	4,54	3,94	2,43	1,84	2,18	2,43
GGAL	10,88	10,58	12,25	11,86	9,76	7,87	7,12	8,32	8,55	8,01	8,66	7,69	9,34	13,47	16,52
IRSA		0,29			0,62										
JMIN						2,24	3,79	2,76	1,93	1,75	1,64				
LEDE					0,54										
LOMA												2,20	2,09	1,77	1,23
METR												2,03	2,83	2,11	0,00
MIRG	0,54	0,64	0,89	2,91	5,69	4,89	3,32	3,18	2,97	2,87	2,82	2,34	1,88	1,81	1,72
MOLI	0,45	0,39	1,09	1,26	0,80										
PAMP	7,27	7,22	8,10	8,28	8,26	7,91	8,54	9,82	10,21	10,12	9,19	7,43	7,33	7,27	6,75
PESA	1,43	1,55	1,20	0,93	0,78		1,83	2,01							
PETR	0,72	0,76						1,56							
PGR										4,49	3,79	2,36			
PSUR						1,20									
SAMI			0,79	1,45	1,71	2,20	2,55	2,08	1,84	1,80					
SEMI			0,65	0,73											
SUPV											1,88		3,08	6,56	8,04
TECO2	1,63	1,60	1,78	1,85	1,63	1,38	1,88	2,14	2,05	2,80	2,81	2,13	1,96	1,62	1,31
TEF	0,39	0,41													
TGNO4	0,45								3,26	3,91	3,77	3,35	2,34	2,00	2,00
TGSU2	0,61	0,47	0,53				1,57	2,35	3,38	4,20	3,52	2,93	2,68	2,72	3,48
TRAN	2,63	2,14	2,40	2,11	1,68	2,67	3,45	3,36	3,28	4,15	4,33	4,41	4,47	3,77	3,31
TS	9,09	9,54	7,00	5,30	4,28	3,46	3,91	3,66	2,95	3,71	4,18	3,10	2,65	2,97	3,27
TXAR													3,36	3,24	3,10
VALO												6,57	6,19	3,91	2,82
YFPD	11,33	11,48	11,19	9,60	8,07	6,69	6,88	9,90	10,06	7,29	6,10	5,70	5,86	6,62	6,84
	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%

Fuente: Elaboración propia

7.2. Precios Activos Merval25

Día	AGRO	ALUA	APBR	AUSO	BBAR	BHIP	BMA	BOLT	BPAT	BRIO	BYMA	CAPU	CARC	CECO2	CELU	CEPU	COME	CRES	CTIO	CVH	DCCU2	EDN	TXAR	GGAL
30/1/2015	1,8	8,0	37,8	6,8	58,2	4,5	47,2	4,3	16,7	21,0	0,0	3,7	2,3	3,1	6,2	54,0	1,9	13,8	27,0	0,0	0,0	6,1	6,3	19,9
27/2/2015	1,9	9,7	39,6	7,0	68,0	6,2	60,0	4,7	24,0	25,5	0,0	4,1	1,8	3,4	7,3	60,0	2,5	15,0	28,5	0,0	0,0	8,0	6,8	25,0
31/3/2015	2,4	11,7	37,2	8,3	81,5	6,0	70,0	5,5	24,9	34,5	0,0	6,1	2,0	3,7	7,5	66,0	3,6	16,5	25,8	0,0	0,0	9,7	7,8	27,8
30/4/2015	2,2	10,9	55,7	10,3	78,2	6,1	66,0	5,9	26,5	35,9	0,0	8,0	1,7	4,2	8,4	72,0	3,5	15,7	24,0	0,0	0,0	8,5	7,4	26,2
29/5/2015	2,3	8,9	48,5	8,6	64,1	5,7	59,0	3,5	21,6	29,2	0,0	8,1	1,7	3,8	7,7	68,7	3,2	15,4	23,0	0,0	0,0	8,5	6,9	23,6
30/6/2015	2,3	8,5	58,2	9,4	69,6	5,7	59,6	3,9	22,0	28,5	0,0	8,0	1,8	3,8	7,2	70,8	3,1	16,4	21,3	0,0	0,0	8,3	6,2	24,6
31/7/2015	2,3	8,6	45,7	9,8	67,0	5,5	56,8	3,5	21,0	28,3	0,0	7,7	1,9	3,8	8,2	70,0	3,4	15,0	18,7	0,0	0,0	8,7	6,3	25,1
31/8/2015	2,2	7,5	41,0	9,9	78,0	4,9	63,0	2,9	22,3	30,0	0,0	8,5	1,9	3,4	8,2	66,5	3,2	14,5	19,8	0,0	0,0	9,1	5,4	26,5
30/9/2015	2,1	8,4	29,3	11,3	72,3	4,2	54,7	2,7	20,0	28,5	0,0	6,6	1,8	2,8	7,5	65,0	3,2	13,4	18,5	0,0	0,0	8,7	5,7	24,9
30/10/2015	3,3	10,0	33,3	13,2	104,3	6,5	84,0	3,0	25,6	40,5	0,0	14,4	2,0	4,1	8,7	75,0	3,4	17,4	22,3	0,0	0,0	12,8	7,9	36,2
30/11/2015	6,1	12,6	35,4	16,9	107,0	6,7	84,8	3,8	28,8	44,4	0,0	21,3	2,6	4,9	10,7	91,0	3,6	16,7	27,6	0,0	10,3	12,6	9,4	37,1
30/12/2015	7,4	11,8	29,8	18,0	91,0	5,7	80,0	3,8	27,5	43,9	0,0	19,2	2,6	4,7	9,9	94,0	3,6	17,8	33,7	0,0	7,3	12,5	8,6	36,8
29/1/2016	7,0	9,5	24,4	18,8	93,0	5,8	88,9	5,0	29,3	42,2	0,0	17,1	2,7	5,0	9,0	92,5	3,3	14,6	32,2	0,0	8,4	13,2	7,9	38,3
29/2/2016	7,3	11,1	29,2	19,3	117,6	7,2	107,3	5,2	36,9	54,2	0,0	20,8	2,4	5,0	9,6	99,0	3,4	18,6	29,2	0,0	9,3	13,3	8,5	46,5
31/3/2016	8,3	10,5	41,9	25,8	99,0	6,7	94,3	5,2	31,1	47,4	0,0	18,5	2,0	4,6	11,1	101,5	3,1	16,9	40,0	0,0	8,9	12,3	7,3	41,2
29/4/2016	8,1	10,0	54,4	30,5	102,0	7,3	91,3	5,0	32,5	49,9	0,0	21,0	1,9	5,4	19,0	102,0	3,3	15,1	37,2	0,0	9,9	10,9	6,9	40,8
31/5/2016	7,8	9,2	40,2	29,0	90,2	6,7	88,0	4,8	34,0	49,0	0,0	20,8	1,8	5,3	17,5	97,0	2,8	17,3	34,6	0,0	9,6	10,4	6,8	39,9
30/6/2016	9,0	9,6	53,6	27,8	104,5	7,3	112,1	4,1	35,6	50,9	0,0	20,9	1,8	6,0	18,9	102,5	2,9	21,3	36,5	0,0	11,0	13,2	7,5	46,2
29/7/2016	16,6	10,2	64,8	39,0	100,0	8,0	113,0	4,4	47,0	57,3	0,0	25,9	3,9	6,6	20,3	126,0	3,2	25,7	43,0	0,0	12,0	13,2	8,1	44,9
31/8/2016	16,3	9,5	68,0	36,0	101,4	7,5	118,5	4,3	43,4	29,2	0,0	23,2	3,5	7,1	19,9	133,9	3,0	26,4	42,9	0,0	11,4	12,8	8,2	44,9
30/9/2016	20,2	10,6	70,9	44,8	101,0	7,7	119,0	4,8	43,5	32,0	0,0	26,8	3,9	9,9	23,2	191,0	3,0	27,3	44,0	0,0	13,5	14,8	9,1	47,0
31/10/2016	24,6	10,4	87,5	44,2	100,9	7,5	115,0	4,9	41,5	31,9	0,0	25,6	4,1	10,9	23,8	175,8	3,3	26,8	41,7	0,0	15,6	19,3	9,4	47,1
30/11/2016	22,0	10,4	86,7	53,5	97,5	6,7	114,0	4,8	38,3	28,6	0,0	17,0	3,7	9,9	19,7	168,5	3,2	25,4	41,8	0,0	13,0	21,4	9,5	44,4
29/12/2016	27,0	10,0	82,2	51,8	93,0	6,2	102,7	4,3	35,9	28,1	0,0	17,5	1,7	10,6	17,9	182,0	3,0	24,5	39,0	0,0	14,0	20,7	9,4	42,7
31/1/2017	27,3	10,3	81,4	66,8	97,4	6,6	119,9	5,1	39,8	30,3	0,0	18,9	2,2	13,4	16,4	199,0	2,9	27,5	39,8	0,0	16,8	26,8	10,5	49,5
24/2/2017	32,5	10,1	79,7	66,9	92,5	6,6	124,3	5,9	42,9	27,8	0,0	19,6	2,2	14,3	14,3	26,3	3,1	28,7	42,3	0,0	22,9	26,2	10,6	50,7
31/3/2017	35,7	10,7	75,7	84,4	95,1	6,2	133,5	6,7	42,2	28,0	0,0	18,3	1,8	14,5	16,1	25,6	3,1	30,7	41,0	0,0	30,6	26,7	10,7	58,9
28/4/2017	42,5	11,5	70,4	82,3	95,0	7,3	134,3	9,4	41,5	28,8	0,0	20,1	1,7	15,6	14,8	24,1	3,7	32,5	41,7	0,0	29,3	26,8	11,7	60,7
31/5/2017	47,5	11,6	69,7	93,0	108,0	7,3	143,5	11,2	44,5	29,8	167,2	19,4	1,4	13,5	14,3	24,5	3,5	32,7	40,1	0,0	30,3	25,9	11,6	72,0
30/6/2017	42,4	10,7	67,2	101,0	104,8	6,7	153,0	10,4	44,2	28,4	145,1	18,8	1,5	14,5	11,4	23,7	3,2	32,2	36,9	0,0	31,6	26,4	10,6	71,0
31/7/2017	35,0	11,0	77,7	98,5	91,6	6,3	153,7	9,1	40,0	26,7	141,3	17,9	1,6	13,0	11,1	22,2	3,3	31,8	36,0	0,0	26,9	26,8	10,8	64,4
31/8/2017	39,3	11,8	77,7	113,6	100,5	7,0	183,0	10,9	41,3	29,6	139,0	21,1	1,6	15,1	11,2	25,7	3,2	33,4	41,8	431,9	27,4	30,5	11,6	79,8
29/9/2017	37,4	13,1	86,9	116,0	118,3	7,6	203,3	12,3	45,5	38,0	182,0	25,8	1,8	14,7	14,3	30,6	4,0	32,4	38,4	408,0	28,1	34,5	12,9	89,2
31/10/2017	27,9	14,0	93,7	111,0	130,4	11,9	223,2	11,2	51,0	43,6	235,5	19,1	1,9	15,0	16,0	29,8	4,9	38,6	51,0	406,7	34,2	38,4	14,5	97,4
30/11/2017	23,0	13,3	85,0	104,6	121,2	12,0	178,1	9,9	51,7	43,0	244,0	18,0	1,8	15,9	17,3	29,7	4,3	36,7	53,8	415,0	42,4	39,0	13,4	99,4
29/12/2017	23,5	15,1	95,6	106,6	154,0	13,6	217,0	10,0	59,0	48,0	340,0	19,0	1,7	16,0	18,1	31,8	4,7	40,7	57,2	471,0	44,9	45,8	14,4	123,7
31/1/2018	26,5	17,0	131,7	120,7	165,9	19,6	212,1	10,2	67,3	53,3	359,7	16,4	1,3	22,5	18,5	43,4	5,1	42,5	65,5	523,0	76,7	61,1	16,6	134,4
28/2/2018	20,9	14,4	143,3	125,3	159,0	20,2	230,3	9,3	62,0	52,0	359,1	15,0	1,4	19,5	15,0	34,3	4,3	45,7	55,9	468,0	66,4	58,0	14,8	129,1
28/3/2018	16,1	13,6	138,0	112,7	151,1	17,7	215,3	7,7	53,8	52,0	397,7	14,4	1,5	16,0	13,7	34,9	4,0	40,6	48,4	469,9	57,3	56,8	13,9	131,3

Día	GGAL	HARG	INDU	IRSA	LOMA	METR	MIRG	MOLI	PAMP	PESA	PETR	PGR	PSUR	SAMI	SUPV	TECO2	TEF	TGNO4	TGSU2	TRAN	TS	VALO	YPFD
30/1/2015	19,9	5,5	3,1	18,1	0,0	2,9	159,0	36,4	5,4	5,7	15,0	7,1	1,5	24,3	0,0	46,7	182,0	3,6	7,6	4,1	172,5	0,0	289,0
27/2/2015	25,0	6,0	3,3	20,2	0,0	3,8	187,0	38,5	6,2	7,1	16,5	7,1	1,6	28,4	0,0	55,0	184,0	3,8	9,1	4,9	170,1	0,0	308,0
31/3/2015	27,8	9,2	3,6	23,5	0,0	4,2	212,0	42,0	8,4	8,1	18,3	7,0	1,3	32,0	0,0	55,0	169,3	3,8	12,7	5,9	169,8	0,0	331,5
30/4/2015	26,2	10,0	3,9	22,3	0,0	4,4	216,3	44,1	7,8	8,4	23,7	7,0	1,4	35,5	0,0	50,0	181,0	4,0	12,0	5,6	183,5	0,0	361,0
29/5/2015	23,6	9,8	3,4	20,5	0,0	4,0	207,9	35,5	6,7	8,2	27,8	7,0	1,3	36,5	0,0	46,3	165,0	3,8	10,8	4,8	168,0	0,0	326,0
30/6/2015	24,6	9,4	3,0	23,5	0,0	3,6	216,1	36,5	7,1	8,5	24,3	6,7	1,2	37,6	0,0	46,8	182,8	3,8	11,4	4,7	175,5	0,0	353,0
31/7/2015	25,1	9,3	2,9	21,9	0,0	3,6	223,0	37,0	8,2	8,7	24,0	6,7	1,2	37,5	0,0	43,0	202,0	3,9	11,1	5,4	166,0	0,0	305,5
31/8/2015	26,5	9,0	2,7	21,0	0,0	3,6	228,0	36,9	8,9	7,6	24,7	6,7	1,2	39,5	0,0	44,2	195,0	3,8	11,7	5,1	184,9	0,0	298,0
30/9/2015	24,9	9,0	2,4	19,5	0,0	3,0	275,0	36,0	8,4	6,9	23,3	5,0	1,0	40,3	0,0	40,8	165,0	3,1	10,9	5,3	167,0	0,0	214,0
30/10/2015	36,2	10,1	3,1	25,0	0,0	4,4	373,5	54,7	13,2	8,4	26,0	5,9	1,3	44,3	0,0	53,1	179,8	4,1	16,7	6,8	173,9	0,0	290,0
30/11/2015	37,1	13,2	3,4	20,5	0,0	7,9	433,5	91,4	12,8	8,3	30,0	5,5	1,7	47,5	0,0	50,3	177,0	7,1	17,7	8,2	187,0	0,0	267,0
30/12/2015	36,8	13,0	3,5	17,2	0,0	7,4	541,0	83,0	11,6	7,9	28,0	5,5	1,5	48,5	0,0	46,0	151,0	7,3	17,1	8,3	162,5	0,0	220,0
29/1/2016	38,3	12,4	4,0	15,0	0,0	8,5	800,0	74,5	12,8	8,6	32,5	5,5	1,5	39,0	0,0	45,0	153,0	7,5	17,0	8,0	148,5	0,0	235,0
29/2/2016	46,5	14,5	3,4	21,4	0,0	8,8	918,1	88,4	14,3	9,7	36,0	5,5	1,6	57,5	0,0	57,0	159,0	7,6	21,0	8,3	171,1	0,0	288,0
31/3/2016	41,2	18,8	3,2	21,7	0,0	9,0	1364,0	92,0	12,6	9,5	35,0	5,5	1,4	61,4	0,0	53,0	168,0	7,3	17,3	7,1	181,5	0,0	262,5
29/4/2016	40,8	18,2	3,6	21,0	0,0	8,0	1322,5	84,0	11,8	9,3	36,0	5,5	1,4	71,7	0,0	54,0	158,4	8,6	18,0	6,7	192,7	0,0	289,4
31/5/2016	39,9	18,8	3,1	20,9	0,0	7,0	1460,0	82,3	13,1	8,5	36,3	5,5	1,3	69,9	32,3	49,5	142,5	7,2	18,0	6,5	185,0	0,0	291,6
30/6/2016	46,2	20,1	3,1	25,0	0,0	7,6	1358,0	83,5	16,4	9,4	40,8	5,5	1,3	80,5	37,9	56,2	141,0	7,5	19,9	7,0	218,0	0,0	289,0
29/7/2016	44,9	24,5	3,9	28,5	0,0	8,2	1557,8	104,0	16,6	9,4	58,0	5,0	4,0	95,4	40,9	57,0	145,0	7,7	19,6	7,6	202,0	0,0	280,8
31/8/2016	44,9	25,5	3,7	27,5	0,0	7,5	1348,0	95,3	15,1	9,3	50,0	4,8	6,4	115,0	41,8	53,3	148,0	7,4	18,3	6,7	206,0	0,0	256,0
30/9/2016	47,0	36,0	3,7	29,2	0,0	9,0	1369,0	107,0	19,3	10,0	57,3	4,6	7,9	125,2	46,0	56,0	156,0	9,1	20,8	9,5	215,5	0,0	278,0
31/10/2016	47,1	30,1	4,1	29,6	0,0	10,3	449,0	100,2	20,6	10,2	80,0	5,6	6,3	124,0	47,5	56,8	152,0	11,3	22,4	11,3	214,2	0,0	268,4
30/11/2016	44,4	31,7	3,8	29,4	0,0	10,3	382,0	94,0	22,3	8,1	77,0	5,0	5,9	104,7	45,5	58,6	134,0	11,8	25,6	11,8	257,0	0,0	269,7
29/12/2016	42,7	34,7	3,6	29,5	0,0	12,5	282,0	98,0	22,0	11,1	84,5	4,2	5,4	118,0	41,0	58,7	145,0	13,7	29,6	15,1	278,0	0,0	259,0
31/1/2017	49,5	37,6	3,6	34,5	0,0	14,5	317,0	100,5	29,5	15,1	85,8	4,5	8,4	101,3	46,3	61,8	151,0	16,7	32,4	18,6	276,8	0,0	343,5
24/2/2017	50,7	36,7	3,3	35,5	0,0	21,9	301,5	95,1	28,5	14,3	84,5	6,0	7,5	109,5	48,0	69,8	154,0	18,7	36,8	20,9	255,4	0,0	325,0
31/3/2017	58,9	37,0	3,2	38,9	0,0	24,4	290,0	95,5	33,7	17,3	84,6	6,8	6,6	102,0	53,1	69,0	170,0	25,3	43,9	23,7	265,0	0,0	375,0
28/4/2017	60,7	44,1	3,3	39,6	0,0	25,8	316,0	92,3	34,0	17,8	85,3	13,1	6,6	116,5	53,1	69,8	170,0	27,6	46,3	25,5	242,5	0,0	402,0
31/5/2017	72,0	48,4	3,2	39,8	0,0	25,7	345,5	90,5	40,7	21,2	91,4	12,5	4,3	112,2	59,2	83,7	180,5	33,3	53,3	27,6	245,0	0,0	399,0
30/6/2017	71,0	49,1	3,0	40,4	0,0	22,7	348,0	62,3	39,4	19,7	88,9	14,3	6,2	111,4	60,0	85,3	173,0	40,1	56,4	28,7	258,5	0,0	365,1
31/7/2017	64,4	46,0	3,2	40,2	0,0	19,9	338,1	59,0	38,6	19,4	79,7	13,0	4,8	119,1	64,0	94,2	198,0	38,2	53,7	26,0	279,0	0,0	355,9
31/8/2017	79,8	49,2	3,8	42,7	0,0	26,5	346,3	59,0	42,7	21,1	93,0	12,9	4,5	122,7	74,8	104,9	186,0	45,5	61,4	36,5	231,4	0,0	351,2
29/9/2017	89,2	57,8	7,2	43,7	0,0	29,2	434,2	59,0	45,4	22,2	98,9	14,6	5,2	133,2	85,8	107,0	189,6	57,1	71,6	40,9	247,0	0,0	389,3
31/10/2017	97,4	60,3	8,4	51,9	0,0	32,4	476,7	63,0	48,3	23,4	105,1	12,7	5,9	121,5	95,0	115,9	182,0	61,1	75,5	41,7	242,7	0,0	435,4
30/11/2017	99,4	64,9	13,3	51,9	77,9	36,0	502,6	59,8	44,3	21,3	95,9	11,9	4,9	115,3	91,0	120,6	176,0	64,0	73,9	44,9	252,0	0,0	391,7
29/12/2017	123,7	76,8	13,8	54,4	85,4	45,0	512,9	60,5	49,9	24,8	106,7	9,6	4,9	118,8	112,4	136,8	184,9	74,8	83,1	49,0	295,0	0,0	421,8
31/1/2018	134,4	116,0	18,7	56,2	93,7	82,0	666,2	65,0	55,2	27,1	118,0	9,8	4,5	126,1	125,7	149,2	203,7	77,7	90,1	64,4	340,0	0,0	478,1
28/2/2018	129,1	111,7	19,4	55,9	88,5	64,4	615,6	57,9	51,8	25,0	108,0	10,0	4,8	116,0	125,8	134,5	200,0	72,9	83,5	53,5	350,9	0,0	469,9
28/3/2018	131,3	91,8	15,4	46,7	86,4	60,3	583,0	50,9	48,3	24,0	103,5	8,6	4,4	98,0	122,2	124,9	200,0	65,5	81,8	56,7	337,9	0,0	432,0
27/4/2018	128,4	90,8	14,8	49,0	84,4	45,1	593,0	43,8	45,2	23,0	99,4	7,3	3,6	96,0	113,5	123,0	208,5	56,9	78,1	52,7	384,5	0,0	456,6
31/5/2018	105,8	58,2	15,0	48,3	64,2	39,3	443,0	43,0	47,9	27,1	105,0	7,3	3,0	95,4	86,4	109,7	218,5	59,3	84,3	50,6	451,1	0,0	453,8
29/6/2018	95,1	55,1	13,2	49,6	59,1	29,9	337,7	43,0	41,0	27,1	89,9	6,1	2,6	103,5	61,6	102,6	245,1	44,0	69,2	40,9	522,0	0,0	390,0
31/7/2018	97,4	57,0	15,4	51,4	62,1	36,9	395,9	45,4	46,5	27,1	98,5	8,3	2,7	111,0	74,5	110,7	255,0	62,2	91,0	52,4	504,9	0,0	451,1
31/8/2018	86,1	47,5	19,5	57,8	56,5	30,0	346,9	43,3	46,4	27,1	88,1	11,3	2,6	108,4	51,5	124,9	306,0	49,1	98,4	44,2	624,7	0,0	566,7
28/9/2018	105,7	55,3	22,4	67,5	72,5	37,7	370,6	50,9	51,0	27,1	88,1	12,0	4,8	124,6	63,9	143,9	325,0	65,2	120,1	48,4	695,6	0,0	644,1
31/10/2018	83,3	44,2	15,1	48,1	64,0	30,1	316,0	43,0	47,7	27,1	88,1	8,5	2,8	105,0	58,9	129,9	297,6	50,3	104,0	40,5	527,5	0,0	541,9
29/11/2018	101,9	55,0	17,1	50,5	78,0	28,1	306,4	42,0	53,8	27,1	88,1	7,9	2,6	103,5	66,5	129,9	327,4	51,4	115,5	44,1	464,3	0,0	567,2
28/12/2018	103,3	58,5	16,3	48,1	80,5	26,5	355,5	37,0	46,8	27,1	88,1	11,1	2,8	95,5	63,3	119,0	319,0	56,6	109,7	45,1	410,6	0,0	502,2
31/1/2019	135,4	71,5	18,0	55,5	93,8	30,7	384,5	43,5	53,3	27,1	88,1	11,8	3,7	98,0	77,7	123,8	334,0	66,7	125,9	57,1	465,6	0,0	606,3
28/2/2019	120,8	72,0	17,8	52,7	87,6	26,9	371,5	39,9	50,8	27,1	88,1	12,2	4,4	95,0	69,0	117,0	339,5	70,8	114,5	55,0	521,2	0,0	554,2
29/3/2019	110,7	72,0	18,5	49,0	97,0	22,8	311,5	39,0	48,1	27,1	88,1	10,7	3,7	85,0	53,0	126,8	370,0	64,8	114,1	46,2	615,1	0,0	610,0
30/4/2019	97,0	82,0	21,5	41,4	88,0	16,4	301,0	36,4	37,5	27,1	88,1	9,1	3,7	73,0	44,9	118,6	365,0	53,3	90,4	39,3	615,0	0,0	600,0

7.3. Frontera eficiente 31-05-2017

Tabla 9: Composición frontera 31-05-2017(en %)

Composición de las carteras sobre la frontera eficiente para el día 31/05/2017.

#	ALUA	APBR	BBAR	BMA	BYMA	CEPU	COME	CRES	CVH	DGCU2	EDN	TXAR	GGAL	LOMA	METR	MIRG	PAMP	PGR	TECO2	TGSU2	TRAN	TS	YFPD	Tot
1				0.02	0.00	0.02		0.10						0.52	0.01	0.08			0.04		0.20		1	
2				0.01	0.00	0.02		0.11						0.51	0.02	0.08			0.05		0.21		1	
3				0.01	0.00	0.02		0.11						0.50	0.02	0.08			0.05		0.21		1	
4				0.01	0.01	0.02		0.11						0.49	0.02	0.08			0.06		0.21		1	
5				0.01	0.01	0.02		0.11						0.48	0.02	0.08			0.06	0.00	0.21		1	
6				0.01	0.01	0.01		0.11						0.47	0.02	0.08			0.06	0.01	0.21		1	
7				0.01	0.01	0.01		0.11						0.46	0.02	0.08			0.06	0.01	0.21		1	
8				0.01	0.01	0.01		0.12						0.45	0.03	0.08			0.06	0.01	0.22		1	
9				0.01	0.01	0.01		0.12						0.44	0.03	0.08			0.06	0.02	0.22		1	
10				0.01	0.01	0.01		0.12						0.43	0.03	0.08			0.06	0.02	0.22		1	
11				0.01	0.02	0.01		0.12						0.42	0.03	0.08			0.06	0.03	0.23		1	
12				0.01	0.02	0.01		0.12						0.41	0.03	0.08			0.06	0.03	0.23		1	
13				0.01	0.02	0.00		0.13						0.40	0.04	0.08			0.06	0.03	0.23		1	
14				0.01	0.02	0.00		0.13						0.39	0.04	0.08			0.06	0.04	0.23		1	
15				0.01	0.02	0.00		0.13						0.38	0.04	0.08			0.06	0.04	0.24		1	
16				0.01	0.02	0.00		0.13						0.37	0.04	0.08			0.06	0.05	0.24		1	
17				0.01	0.03			0.13						0.36	0.04	0.08			0.06	0.05	0.24		1	
18				0.01	0.03			0.13						0.35	0.04	0.08			0.06	0.05	0.24		1	
19				0.01	0.03			0.14						0.34	0.05	0.08			0.06	0.05	0.25		1	
20				0.01	0.03			0.14						0.33	0.05	0.08			0.06	0.06	0.25		1	
21				0.01	0.03			0.14						0.31	0.05	0.08			0.06	0.06	0.25		1	
22	0.00			0.01	0.03			0.14						0.30	0.05	0.08			0.06	0.06	0.25		1	
23	0.00			0.01	0.04			0.14						0.29	0.05	0.08			0.07	0.07	0.25		1	
24	0.00			0.01	0.04			0.14						0.29	0.05	0.09			0.07	0.07	0.25		1	
25	0.01			0.00	0.04			0.14						0.28	0.05	0.09			0.07	0.07	0.25		1	
26	0.01			0.00	0.04			0.15						0.27	0.06	0.09			0.08	0.07	0.25		1	
27	0.01			0.00	0.04			0.15						0.26	0.06	0.09			0.08	0.07	0.25		1	
28	0.01			0.00	0.04			0.15						0.25	0.06	0.09			0.08	0.07	0.25		1	
29	0.02			0.00	0.04			0.15						0.24	0.06	0.09			0.09	0.07	0.25		1	
30	0.02				0.04			0.15						0.23	0.06	0.09			0.09	0.08	0.25		1	
31	0.02				0.04			0.15						0.22	0.06	0.09			0.09	0.08	0.25		1	
32	0.02				0.05			0.15						0.21	0.06	0.09			0.09	0.08	0.25		1	
33	0.02				0.05			0.15						0.20	0.06	0.09			0.10	0.08	0.25		1	
34	0.02				0.05			0.15						0.19	0.07	0.09			0.10	0.08	0.25		1	
35	0.03				0.05			0.15						0.18	0.07	0.09			0.10	0.08	0.25		1	
36	0.03				0.05			0.16						0.17	0.07	0.09			0.10	0.09	0.24		1	
37	0.03				0.05			0.16						0.16	0.07	0.09			0.11	0.09	0.24		1	
38	0.03				0.05			0.16						0.16	0.07	0.09			0.11	0.09	0.24		1	
39	0.03				0.05			0.16						0.15	0.07	0.09			0.11	0.09	0.24		1	
40	0.04				0.05			0.16						0.14	0.07	0.09			0.11	0.09	0.24		1	
41	0.04				0.05			0.16						0.13	0.08	0.09			0.12	0.10	0.24		1	
42	0.04				0.06			0.16						0.12	0.08	0.09			0.12	0.10	0.24		1	
43	0.04				0.06			0.16						0.11	0.08	0.09			0.12	0.10	0.24		1	
44	0.04				0.06			0.16						0.10	0.08	0.09			0.12	0.10	0.24		1	
45	0.05				0.06			0.16						0.09	0.08	0.09			0.13	0.10	0.24		1	

(Continúa en siguiente página)

46	0.05	0.06	0.16		0.08	0.08	0.09	0.13	0.11	0.24	1
47	0.05	0.06	0.16	0.00	0.07	0.08	0.09	0.13	0.11	0.24	1
48	0.05	0.06	0.17	0.00	0.06	0.08	0.09	0.13	0.11	0.24	1
49	0.05	0.06	0.17	0.00	0.05	0.09	0.09	0.14	0.11	0.24	1
50	0.06	0.06	0.17	0.00	0.04	0.09	0.09	0.14	0.11	0.24	1
51	0.06	0.06	0.17	0.00	0.03	0.09	0.09	0.14	0.11	0.24	1
52	0.06	0.07	0.17	0.01	0.02	0.09	0.09	0.14	0.11	0.24	1
53	0.06	0.07	0.17	0.01	0.02	0.09	0.09	0.15	0.11	0.24	1
54	0.06	0.07	0.17	0.01	0.01	0.09	0.09	0.15	0.12	0.24	1
55	0.07	0.06	0.17	0.01		0.09	0.09	0.15	0.12	0.23	1
56	0.07	0.06	0.17	0.01		0.10	0.09	0.17	0.11	0.23	1
57	0.08	0.05	0.16	0.01		0.10	0.09	0.18	0.11	0.22	1
58	0.08	0.05	0.16	0.02		0.10	0.09	0.19	0.11	0.21	1
59	0.09	0.04	0.16	0.02		0.10	0.09	0.20	0.10	0.20	1
60	0.09	0.04	0.16	0.02		0.10	0.08	0.21	0.10	0.19	1
61	0.10	0.03	0.16	0.03		0.10	0.08	0.23	0.10	0.18	1
62	0.10	0.02	0.15	0.03		0.10	0.08	0.24	0.10	0.17	1
63	0.11	0.02	0.15	0.03		0.10	0.08	0.25	0.09	0.16	1
64	0.11	0.01	0.15	0.03		0.11	0.08	0.26	0.09	0.15	1
65	0.12	0.01	0.15	0.04		0.11	0.07	0.28	0.09	0.14	1
66	0.12	0.00	0.15	0.04		0.11	0.07	0.29	0.09	0.13	1
67	0.13		0.14	0.04		0.11	0.07	0.30	0.08	0.12	1
68	0.14		0.14	0.04		0.11	0.07	0.32	0.08	0.11	1
69	0.15		0.13	0.04		0.11	0.07	0.33	0.08	0.10	1
70	0.15		0.13	0.04		0.11	0.06	0.34	0.08	0.08	1
71	0.16		0.13	0.04		0.11	0.06	0.36	0.07	0.07	1
72	0.17		0.12	0.05		0.11	0.06	0.37	0.07	0.05	1
73	0.17		0.12	0.05		0.11	0.06	0.38	0.07	0.04	1
74	0.18		0.11	0.05		0.11	0.05	0.40	0.07	0.03	1
75	0.19		0.11	0.05		0.11	0.05	0.41	0.07	0.01	1
76	0.20		0.11	0.05		0.11	0.05	0.43	0.06	0.00	1
77	0.20		0.09	0.04		0.11	0.04	0.43	0.07		1
78	0.21		0.08	0.04		0.11	0.04	0.44	0.08		1
79	0.22		0.07	0.03		0.11	0.03	0.45	0.09		1
80	0.23		0.06	0.03		0.11	0.03	0.46	0.10		1
81	0.23		0.05	0.02		0.11	0.02	0.46	0.11		1
82	0.24		0.04	0.02		0.11	0.02	0.47	0.11		1
83	0.25		0.02	0.01		0.11	0.01	0.48	0.12		1
84	0.26		0.01	0.01		0.10	0.00	0.49	0.13		1
85	0.26			0.00		0.10		0.49	0.14		1
86	0.27					0.09		0.46	0.17		1
87	0.29					0.08		0.43	0.20		1
88	0.30					0.07		0.40	0.23		1
89	0.31					0.06		0.37	0.26		1
90	0.32					0.05		0.34	0.28		1
91	0.33					0.04		0.31	0.31		1
92	0.34					0.03		0.28	0.34		1
93	0.35					0.02		0.25	0.37		1
94	0.37					0.01		0.22	0.40		1
95	0.38							0.19	0.43		1
96	0.39							0.14	0.47		1
97	0.40							0.09	0.51		1
98	0.41							0.04	0.55		1
99	0.32		0.00						0.67		1
100									1.00		1

Fuente: Elaboración propia

7.4. Otras aplicaciones

Una de las aplicaciones más importantes de la Teoría de Selección de Carteras es que complementa la aplicación de la teoría de valuación de activos reales, como lo demuestra el artículo titulado “*Management of information technology investment: A framework based on a Real Options and Mean–Variance theory perspective*” (Wu & Ong, 2008) en el que los autores utilizan el análisis de Opciones Reales junto a la teoría de selección de carteras clásica, para evaluar proyectos tecnológicos. Otro estudio con este enfoque es “*A dynamic CVaR-portfolio approach using real options: an application to energy investments*” (Szolgayová, Fuss, Khabarov, & Obersteiner, 2011), en el que los autores aplican la teoría de selección de carteras para analizar inversiones bajo incertidumbre en el sector eléctrico, modelando las distribuciones de rendimiento o costo mediante un modelo de opciones reales. Otro ejemplo que podemos citar es el artículo “*Investment decisions in hog finishing: an application of the real options approach*” (Odeninga, Mubnoff, & Balbannb, 2005) en el cual los autores plantean un problema de inversión en la producción porcina en Alemania, mostrando que el enfoque de opciones reales presenta buenos resultados.

Cómo referencia podemos citar el artículo “*The Portfolio Selection Model of Oil/Gas Projects Based on Real Option Theory*” (Zefu & Jianyue, 2007) dónde los autores discuten acerca de los diferentes métodos de valoración de proyectos de petróleo/gas y presentan el modelo de selección de carteras mediante un caso computacional para poder llegar a la conclusión de que el método de opciones reales es el más adecuado para este tipo de proyectos.